

ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ МЕТОДАМИ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Івановський А.В., Замуруєва О. В., Полівода М.С.

Волинський національний університет імені Лесі Українки, Ivanovskyi.Andrii2023@vnu.edu.ua

Комп'ютерне моделювання є одним з основних інструментів дослідження механічних систем, оскільки більшість реальних динамічних об'єктів описуються нелінійними диференціальними рівняннями, аналітичний розв'язок яких або відсутній, або є практично непридатним. У таких випадках застосовуються чисельні методи та обчислювальний експеримент.

В основі комп'ютерного моделювання лежить побудова математичної моделі об'єкта, її формалізація, вибір чисельного методу та аналіз похибок, що відповідає класичній методології інженерного моделювання. Для реалізації чисельних алгоритмів та візуалізації результатів широко використовується середовище MATLAB, яке забезпечує ефективну роботу з диференціальними рівняннями та динамічними системами.

Чисельне інтегрування системи виконувалося в середовищі MATLAB методом Рунге–Кутти. У ході обчислювального експерименту досліджено:

- вплив початкового кута відхилення на амплітуду коливань (рис. 1);
- зміну характеру руху при різних значеннях коефіцієнта демпфування;
- фазові траєкторії системи.

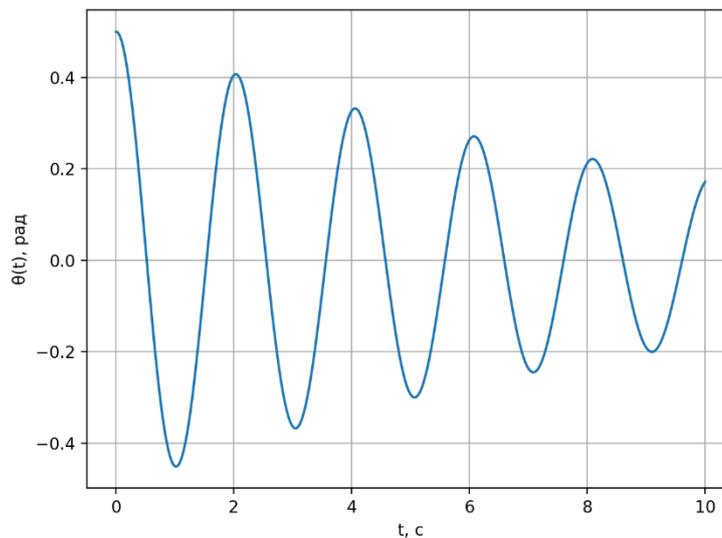


Рис. 1. Залежність кута відхилення маятника від часу.

Отримані часові залежності та фазові діаграми дозволяють наочно простежити перехід від гармонічних коливань до затухаючого режиму та оцінити енергетичні втрати в системі.

Результати моделювання показують, що при відсутності демпфування система здійснює періодичні коливання, тоді як зі збільшенням коефіцієнта b спостерігається експоненційне зменшення амплітуди. Для великих початкових кутів нелінійність рівняння руху призводить до відхилень від гармонічного закону, що підтверджує необхідність застосування чисельних методів.

Побудовані фазові діаграми демонструють еволюцію стану системи та збіжність траєкторій до положення рівноваги (рис.2).

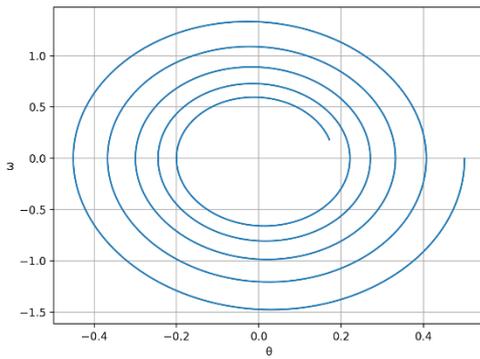


Рис. 2. Фазова діаграма маятника (θ, ω)

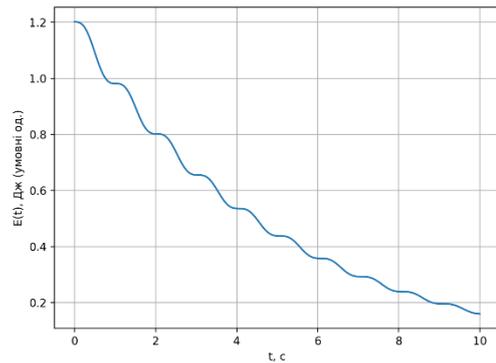


Рис. 3. Зміна повної механічної енергії системи з часом.

Як показано на рис. 3, енергія монотонно зменшується з часом, що є прямим наслідком дії демпфування та підтверджує дисипативний характер системи. Таким чином, комп'ютерне моделювання дозволяє не лише відтворити траєкторії руху, а й кількісно оцінити енергетичні втрати.

Окрему увагу приділено аналізу чутливості системи до зміни параметрів. Чисельні експерименти показали, що варіація довжини маятника та коефіцієнта демпфування істотно впливає на власну частоту коливань і швидкість затухання. Зі збільшенням коефіцієнта демпфування спостерігається перехід від слабо затухаючого режиму до аперіодичного руху, що має практичне значення для проектування стабільних механічних систем.

Для оцінювання достовірності результатів виконано порівняння лінеаризованої та нелінійної моделей маятника. Встановлено, що при малих кутах відхилення різниця між моделями є незначною, тоді як при великих початкових відхиленнях нелінійні ефекти призводять до помітних змін періоду та форми коливань. Це підтверджує необхідність використання повної нелінійної моделі в задачах реального інженерного аналізу.

Крім того, проведено оцінку чисельної похибки шляхом зміни кроку інтегрування та порівняння результатів для різних параметрів solver'a. Отримані дані свідчать про збіжність чисельного розв'язку та стабільність алгоритму для даного класу задач, що дозволяє використовувати його для подальших досліджень складніших механічних і електромеханічних систем.

Таким чином, проведене чисельне дослідження маяткової механічної системи підтверджує ефективність методів комп'ютерного моделювання для аналізу динамічних процесів. Поєднання математичного опису, чисельного інтегрування та фізичної інтерпретації результатів дозволяє глибше зрозуміти поведінку механічних систем у різних режимах роботи. Отримані результати можуть бути використані як основа для подальших досліджень більш складних нелінійних механічних та електромеханічних систем, а також для оптимізації параметрів реальних інженерних об'єктів.

Список літератури

1. Л. С. Возняк, С. В. Шарин. Чисельні методи: Методичний посібник для студентів природничих спеціальностей Івано-Франківськ : Плай, 2001. с.64.
2. Кравченко, І. В. Моделювання оптико-електронних приладів: Практикум Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. с. 113 с.
3. Томашевський, В. М. Моделювання систем: Підручник К. : Видавнича група BVH, 2005. с. 352.