

Ймовірнісні методи оцінки взаємодії між компонентами суміші водяної пари та сухого повітря, виконані в цій публікації в поєднанні з екстремальним функціональним методом Больцмана-Лагранжа-Шеннона [10], забезпечують належне обґрунтування принципу максимуму ентропії та дають можливість визначити метастабільний стан цієї двокомпонентної термодинамічної системи (див. рис. 2, інтервал або область між двома максимумами ентропії) як загалом, так і з точки зору впливу зовнішньої температури на досліджувані системи.

Адекватність отриманих результатів підтверджується методами квантової механіки згідно моделі ґраткового газу.

Посилання

1. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей.— М.: Высшая школа, 1999, 576 с.
2. *Defay R., Prigogine I.* Surface Tension and Adsorption. – New York: Wiley & Sons, 1966, 432p.
3. *K. Denbigh.* The Principles of Chemical Equilibrium , -New York.: Cambridge University Press , 1971, p.432.
4. *Glasstone S.* Thermodynamics for Chemists.-New York: D. Van Nostrand Company, Inc., 1947, 522p.
5. *Стратонович Р.Л.* Теория информации.-М.: Советское Радио, 1975, 423с.
6. *Голубець Т.В.* Ймовірнісні методи опису рівноважного термодинамічного стану двокомпонентних взаємодіючих сумішей // Фіз.-мат. моделювання та інф. технології.– 2016. – Вип.23. – с.61-80.
7. *Tsallis C.* Introduction to Nonextensive Statistical. - Rio de Janeiro-New Mexico: Springer Science&Business Media, LLC, 2009, 382p.
8. *Гардинер К.В.* Стохастические методы в естественных науках.-М.:Мир, 1986, 528с.
9. *Ван Кампен Н.Г.* Стохастические методы в естественных науках: Теория и применение в физике, химии и биологии -М.:Мир,1986, 376с.
10. *Beck C., Schlogel F.* Thermodynamics of chaotic systems.- New York.: Cambridge University Press, 1993, 286p.

ДВОВИМІРНІ ЗАДАЧІ ТЕРМОПРУЖНОСТІ КВАЗІКРИСТАЛІЧНИХ ТІЛ ІЗ ТРІЩИНАМИ

Гоцик Ігор Анатолійович

Волинський національний університет імені Лесі Українки, gotsyk.igor@vnu.edu.ua

Пастернак Ярослав Михайлович

*Волинський національний університет імені Лесі Українки,
iarioslav.pasternak@vnu.edu.ua*

Квазікристали – це унікальний клас твердих матеріалів із неперіодичною, але далекосяжною впорядкованою атомною структурою, відкритий у 1984 році ізраїльським фізиком, лауреатом Нобелівської премії (2011 р.) Даном Шехтманом. З моменту відкриття вони викликають значний інтерес завдяки незвичайним фізичним властивостям і широкому спектру потенційних застосувань. Зокрема, квазікристалічні матеріали характеризуються винятковими термомеханічними та теплоізоляційними властивостями, що зумовлені фононно-фазонною взаємодією у їхній внутрішній структурі, завдяки чому їх усе частіше використовують у сучасному приладо- та аерокосмічному машинобудуванні, а також у високотемпературних та енергоефективних технологіях.

В останні десятиліття активно досліджують як властивості квазікристалів, так і їхні потенційні застосування, а для моделювання таких матеріалів розробляють аналітичні та числові математичні методи [1], зокрема формалізм Стро для плоских задач

термопружності, що з використанням інтегральної формули Коші та співвідношень Племелі зводить розв'язування задач до систем сингулярних інтегральних рівнянь [2].

У проведених дослідженнях [3] формалізм Стро був розвинений для розв'язування плоских задач термомеханіки квазікристалічних тіл із тріщинами, отримано фундаментальний розв'язок для дії зосередженого джерела тепла h^* у безмежному термопружному однозв'язному квазікристалічному середовищі та побудовано інтегральні рівняння теплопровідності та плоскої термопружності квазікристалів. Показано що вектор $\tilde{k}^{(1)}$ узагальнених коефіцієнтів інтенсивності фононно-фазонних напружень (КІН) цілком відповідає спричиненому стрибком вектора переміщень класичному означенню КІН

$$\tilde{k}^{(1)} = [K_{II}^\sigma, K_I^\sigma, K_{III}^\sigma, K_{II}^H, K_I^H, K_{III}^H], \quad (1)$$

де верхнім індексом σ позначено фононну складову КІН, а через H – фазонну.

Отримано аналітичні розв'язки задач термопружності для нагрітих тріщин у квазікристалах [3], а саме розглянуто прямолінійну тріщину завдовжки $2a$ із заданою температурою на берегах тріщини $\theta^c x_1$, та розташованими на осі тріщини поза її поверхнею джерел тепла інтенсивності q_k ($k = 1, \dots, N$). Показано, що в результаті симетрично розташованих відносно центру тріщини зрівноважених джерел і стоків тепла узагальнені фононно-фазонні коефіцієнти інтенсивності напружень у вершинах тріщини дорівнюють нулю. На рис. 1 та рис. 2 зображено залежність нормованих КІН від розташування джерел і стоків тепла відносно тріщини на продовженні її осі за умови сталої температури на берегах тріщини. Надалі [4] розглянуто випадок, коли температура на берегах тріщини задана у вигляді її розкладу в ряд за поліномами Чебишова першого роду. Отримано відповідні аналітичні залежності для температури середовища, коефіцієнтів інтенсивності теплових потоків, фононно-фазонних напружень.

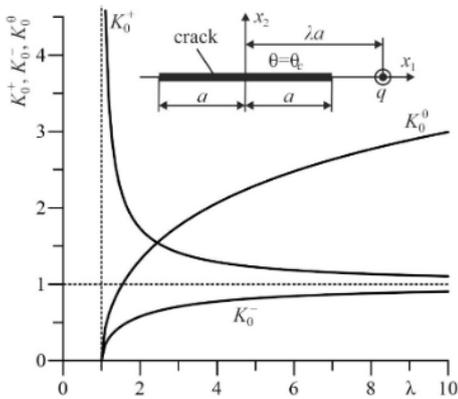


Рис. 1. Безрозмірні нормовані коефіцієнти інтенсивності теплових потоків та фононно-фазонних напружень

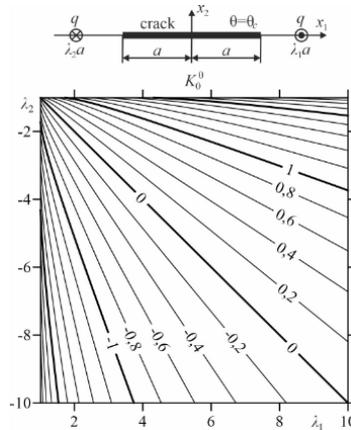


Рис. 2. Залежність нормованого коефіцієнта інтенсивності K_0^θ фононно-фазонних напружень від безрозмірних параметрів λ_1, λ_2 розташування джерел тепла

Числовий аналіз більш складніших випадків форми тріщини у квазікристалах та розташування джерел тепла відносно тріщини запропоновано здійснювати методом граничних елементів [5]. Для реалізації цього підходу крива Γ , що є межею квазікристалічного тіла, та лінія тріщини Γ_c апроксимуються за допомогою на n та n_c прямих відрізків відповідно, які називаються граничними елементами Γ_q :

$$\Gamma \cup \Gamma_c \cong \bigcup_{q=1}^{n+n_c} \Gamma_q \quad (2)$$

Зауважимо, в основу створеного методу граничних елементів покладено інтегральну формулу Коші, що дозволяє визначити значення функції в будь-якій точці області через її значення на межі цієї області. Завдяки такій апроксимації, а також шляхом інтерполяції крайових функцій на кожному елементі, систему сингулярних крайових інтегральних

рівнянь зведено до системи лінійних алгебраїчних рівнянь, яку можна ефективно розв'язати за допомогою стандартних методів лінійної алгебри.

Здійснено моделювання термомеханічних процесів у квадратній пластинці із 1D-квазікристалом з тріщиною виявило, що коли напрям теплового потоку перпендикулярний тріщині, то на кінцях тріщини виникають напруження, що містять лише фононну складову. А коли тепловий потік направлений уздовж тріщини – вона не порушує теплове поле, але з'являються ненульові напруження як фазонної, так і фононної складової у наслідок вивлених теплових ефектів, властивих лише квазікристалом.

З'ясовано, що для 1D-квазікристалом існує напрямок теплового потоку, що не зумовлює напружень. Він збігається з напрямом квазіперіодичності [6]. Для 2D- та 3D-квазікристалів матеріальні сталі повинні задовольняти певним умовам, щоб лінійне температурне поле не викликало напружень [6].

Список літератури

1. Fan T.-Y. *Mathematical Theory of Elasticity of Quasicrystals and Its Applications*, Second Edition. Springer, 2016. <https://doi.org/10.1007/978-981-10-1984-5>
2. Кушнір Р., Пастернак Я., Сулим Г. Розширений формалізм Стро для розв'язування плоских задач теорії термопружності квазікристалічних середовищ. XXIII МНТК “Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта”, Київ, 2023. <http://conf.mmi.kpi.ua/proc/article/view/277903>
3. Pasternak V., Sulym H., Pasternak I., Hotsyk I. Extended Stroh Formalism for Plane Problems of Thermoelasticity of Quasicrystals with Applications to Green's Functions and Fracture Mechanics. *Int J Eng Sci*, 2024, vol 203, 104-124. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2024.104124>
4. Пастернак Я., Гоцик І. Термопружність квазікристалічного середовища із тріщиною за довільного розподілу температури на її берегах. Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2024» 27–29 травня 2024 р., Львів. <http://www.iapmm.lviv.ua/chyt2024/abstracts/Hotsyk.pdf>
5. Пастернак Я., Гоцик І. Метод граничних елементів для дослідження плоских задач термопружності квазікристалічних тіл із тріщинами. Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2025» 27–29 травня 2025 р., Львів. <http://www.iapmm.lviv.ua/chyt2025/abstracts/GotsykPasternak.pdf>
6. Pasternak V., Sulym H., Pasternak I., Hotsyk I., Pasternak R. Stress-free temperature fields in thermoelastic quasicrystals. *International Journal of Solids and Structures*, vol 316, 15 June 2025, 113-119. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2025.113390>