

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ВОЛИНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ЛЕСІ УКРАЇНКИ**

**Кафедра теоретичної та комп'ютерної фізики
імені А.В. Свідзинського**

На правах рукопису

МИРОНЮК АНДРІЙ ВАСИЛЬОВИЧ

**ПЕРСПЕКТИВИ ВИКОРИСТАННЯ НАДПРОВІДНОСТІ В
МАГНІТОЛЕВІТУЮЧОМУ ТРАНСПОРТІ**

Спеціальність 104 «Фізика та астрономія»
Освітньо-професійна програма «Фізика та астрономія»
Робота на здобуття освітнього ступеня «Магістр»

Науковий керівник:

САХНЮК ВАСИЛЬ ЄВГЕНОВИЧ,

кандидат фізико-математичних наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНО ДО ЗАХИСТУ

Протокол № _____

засідання кафедри теоретичної та

комп'ютерної фізики імені А.В. Свідзинського

від _____ 2025

Завідувач кафедри

доц. Сахнюк В.Є. _____

ЛУЦЬК – 2025

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
РОЗДІЛ 1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ НАДПРОВІДНОСТІ	8
1.1. Чудеса поблизу абсолютного нуля.....	8
1.2. Надпровідник у магнітному полі.....	12
1.3. Абрикосові вихрі.....	17
РОЗДІЛ 2. ВИКОРИСТАННЯ НАДПРОВІДНОСТІ В ТЕХНІЦІ.....	21
2.1 Надпровідні соленоїди.....	22
2.2 Надпровідні генератори.....	22
2.3 Кабелі для передачі інформації.....	23
2.4 Трансформатор постійного струму.....	25
2.5 Магнітні підвіси і підшипники.....	26
2.6 Надпровідні перемикачі й елементи пам'яті.....	27
РОЗДІЛ 3. МАГНІТНА ПОТЕНЦІАЛЬНА ЯМА.....	30
3.1. Ідеально провідний контур зі струмом як модель магнітів.....	30
3.2. Мінімум магнітної потенціальної енергії.....	32
3.3. Дослідження умов існування мінімуму магнітної потенціальної енергії.....	36
РОЗДІЛ 4. ЗАСТОСУВАННЯ НАДПРОВІДНОСТІ В МАГНІТОЛЕВІТУЮЧОМУ ТРАНСПОРТІ.....	41
4.1. Історія розвитку та початкові уявлення про маглев транспорт.....	41
4.2. Опис динамічної системи і постановка проблеми.....	43
4.3. Формалізм Лагранжа для побудови динамічної моделі.....	44
4.4. Аналіз математичної моделі.....	54
4.5. Перспективи розвитку та техніко-економічний аналіз магнітолевітуючого транспорту.....	56
ВИСНОВКИ.....	58
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	60

АНОТАЦІЯ

Миронюк Андрій Васильович.

Сучасний стан та перспективи використання надпровідних систем

Кваліфікаційна робота присвячена комплексному дослідженню явища надпровідності, аналізу сучасного стану його застосування в техніці та математичному моделюванню динаміки транспортних засобів на магнітному підвісі. Актуальність теми зумовлена зростаючою потребою у впровадженні енергоефективних та екологічно безпечних технологій, де надпровідні системи відкривають перспективи, недосяжні для традиційних технічних рішень.

У роботі послідовно розглянуто еволюцію фізичних уявлень про надпровідність. Детально проаналізовано фундаментальні електромагнітні властивості надпровідників, такі як ефект Мейснера, глибина проникнення магнітного поля та структура вихрів Абрикосова, що визначають поведінку надпровідників другого роду в сильних магнітних полях. Значну увагу приділено огляду сучасних технічних систем, що базуються на цьому явищі: надпровідних соленоїдів, генераторів, ліній електропередач, а також надчутливих вимірювальних приладів – СКВІДів.

Ключовим елементом дослідження є теоретичне обґрунтування умов стійкої левітації через концепцію магнітної потенціальної ями. На основі моделі ідеально провідного контуру зі струмом проаналізовано умови існування мінімуму магнітної потенціальної енергії, що дозволяє реалізувати стійку левітацію без складних систем активного керування. Практичну частину роботи присвячено розробці математичної моделі динаміки магнітолевітуючого транспорту.

Ключові слова: надпровідність, ефект Мейснера, вихрі Абрикосова, СКВІД, магнітна левітація, маглев, магнітна потенціальна яма, математичне моделювання.

SUMMARY

Myroniuk Andrii Vasyliovych

Current State and Prospects of Superconducting Systems Application

The qualification paper is devoted to a comprehensive study of the phenomenon of superconductivity, an analysis of the current state of its application in technology, and mathematical modeling of the dynamics of magnetic levitation vehicles. The relevance of the topic is determined by the growing need for the implementation of energy-efficient and environmentally safe technologies, where superconducting systems open up prospects unattainable for traditional technical solutions.

The paper consistently reviews the evolution of physical concepts regarding superconductivity. Fundamental electromagnetic properties of superconductors, such as the Meissner effect, magnetic field penetration depth, and the structure of Abrikosov vortices, which determine the behavior of Type-II superconductors in strong magnetic fields, are analyzed in detail. Considerable attention is paid to reviewing modern technical systems based on this phenomenon: superconducting solenoids, generators, power transmission lines, and ultrasensitive measuring instruments – SQUIDS.

A key element of the research is the theoretical substantiation of conditions for stable levitation through the concept of a magnetic potential well. Based on the model of a perfectly conducting current-carrying loop, the conditions for the existence of a minimum of magnetic potential energy are analyzed, which allows for the realization of stable levitation without complex active control systems. The practical part of the work is devoted to developing a mathematical model of maglev transport dynamics.

Keywords: superconductivity, Meissner effect, Abrikosov vortices, SQUID, magnetic levitation, maglev, magnetic potential well, mathematical modeling.

ВСТУП

Актуальність теми. Розвиток фізики та техніки низьких температур відкрив людству нові горизонти у розумінні фундаментальних властивостей матерії. Дослідження, проведені в умовах, наближених до абсолютного нуля, виявили унікальні макроскопічні квантові ефекти. Одним із таких явищ стала надпровідність – здатність деяких матеріалів проводити електричний струм без омичного опору, відкрита Гейке Камерлінг-Оннесом у 1911 році [1].

З моменту відкриття і до сьогодні надпровідність пройшла еволюцію від лабораторного феномену до основи технологій майбутнього. В багатьох металах і сплавах при досягненні критичної температури відбувається фазовий перехід другого роду, що супроводжується не лише зникненням електричного опору, але й ідеальним діамagnetизмом (ефект Мейснера). Сучасні дослідження, зокрема праці академіка В. М. Локтева [2], підкреслюють важливість розуміння мікроскопічних механізмів високотемпературної надпровідності для створення нових енергоефективних матеріалів.

Сьогодні надпровідність знаходить широке застосування в енергетиці (турбогенератори, кабелі без втрат), електроніці (СКВІДи, елементи пам'яті), медицині (МРТ) та транспортних системах. Особливої уваги заслуговує впровадження надпровідних систем у магнітолевітуючому транспорті (Maglev) [3]. Як зазначають дослідники Lee та Kim [4,5], технологія магнітної левітації дозволяє досягати швидкостей, що конкурують з авіацією, при значно менших енерговитратах та екологічному навантаженні. З огляду на це, дослідження сучасного стану та перспектив використання надпровідних систем є надзвичайно актуальним завданням фізичних досліджень.

Мета роботи полягає в аналізі теорії надпровідності, систематизації знань про сучасні сфери її практичного застосування та моделюванні динаміки руху транспортних засобів на магнітному підвісі.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі **завдання**:

1. Опрацювати наукову літературу та проаналізувати основи теорії надпровідності.
2. Розглянути сучасні напрямки використання надпровідних систем, спираючись на вітчизняний та світовий досвід.
3. Дослідити фізичні умови існування мінімуму магнітної потенціальної енергії (магнітної потенціальної ями).
4. Побудувати та проаналізувати математичну модель руху вагону на магнітному підвісі з використанням надпровідних контурів.

Об'єктом дослідження є технологічні системи та пристрої, принцип дії яких базується на використанні явища надпровідності.

Предметом дослідження є особливості практичної реалізації надпровідних ефектів у техніці, зокрема умови реалізації стійкої магнітної левітації.

Наукова новизна та особистий внесок. У роботі систематизовано сучасні досягнення в галузі прикладної надпровідності. Проведено аналіз динамічної системи струмонесучих надпровідних елементів та побудовано математичну модель руху екіпажу на магнітному підвісі, що дозволяє оцінити вплив зовнішніх збурень на стійкість системи, використовуючи формалізм Лагранжа.

Практичне значення одержаних результатів. Результати дослідження можуть бути використані в навчальному процесі при викладанні спецкурсів «Фізика надпровідності», а також слугувати теоретичною базою для розрахунку параметрів систем магнітного підвісу.

Структура магістерської роботи. Робота складається з вступу, чотирьох розділів, висновків і списку використаних джерел.

У першому розділі розглянуто основи теорії надпровідності.

У другому розділі проаналізовано використання явища надпровідності, а саме у таких галузях, як транспорт, медицина, радіотехніка та багато інших, коло яких безупинно розширюється.

У третьому розділі розглянуто магнітну потенціальну яму та необхідні і достатні умови її реалізації.

У четвертому розділі проаналізовано процес для частинного випадку струмонесучих надпровідних елементів на вільному вагоні та нерухомої в просторі двохпровідної лінії постійного струму; побудовано математичну модель руху вагону на магнітному підвісі, яка дозволяє знаходити розв'язки і аналізувати вплив збурень різного типу на динамічну поведінку системи.

РОЗДІЛ 1.

ОСНОВИ ТЕОРІЇ НАДПРОВІДНОСТІ

1.1. Чудеса поблизу абсолютного нуля

Початок XX століття став для фізики епохою фундаментальних переосмислень, значною мірою зумовлених результатами експериментів в умовах наднизьких температур, що лише на кілька градусів перевищували абсолютний нуль. Саме поняття «абсолютний нуль», яке увійшло в наукову мову ще в XIX столітті як наслідок газових законів, згодом набуло універсального значення, поширившись на всі агрегатні стани матерії.

Термодинамічній межі охолодження відповідає температура $-273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$. Це стан, за якого система володіє мінімально можливою внутрішньою енергією, яку вже неможливо відняти жодним процесом охолодження. Оскільки наближення до цієї межі є асимптотичним, досягнення абсолютного нуля на практиці залишається неможливим.

Дослідження в ділянці кріогенних температур (від грецького *kryos* — холод) завжди привертали пильну увагу науковців. В умовах глибокого холоду матерія зазнає різких метаморфоз: рідка ртуть набуває твердості заліза, еластична гума стає крихкою, немов скло, а звичні метали змінюють свої механічні властивості до невпізнання. Проте феноменологія низьких температур сягає значно глибше, ніж проста зміна агрегатного стану чи міцності. Поблизу абсолютного нуля речовина демонструє поведінку, що не має аналогів у світі кімнатних температур. Всупереч інтуїтивному очікуванню, що з втратою теплової енергії матерія стає «пасивною», саме тут відкриваються нові, унікальні фізичні закономірності.

Ще на початку минулого століття в науковій парадигмі домінувало уявлення про абсолютний нуль температури як про стан «теплової смерті» матерії, де припиняються будь-які динамічні процеси. Проте, з розвитком експериментальної фізики низьких температур, з'ясувалося, що область поблизу абсолютного нуля є не станом спокою, а областю прояву

принципово нових, макроскопічних квантових ефектів, які за звичайних умов нівелюються тепловим хаосом. Саме у цій температурній області бере початок світ дивовижних і, на перший погляд, парадоксальних явищ, серед яких чільне місце посідає надпровідність – стан речовини, що характеризується здатністю підтримувати електричний струм без дисипації енергії, тобто за відсутності омичного опору. Пріоритет у відкритті цього фундаментального феномену, який не знаходить пояснення в рамках класичної фізики, належить видатному нідерландському досліднику Гейке Камерлінг-Оннесу.

Відкриття Камерлінг-Оннеса започаткувало новий напрям у фізиці конденсованого стану, який і через століття залишається перспективним шляхом наукового пошуку. Слід зазначити, що класична теорія електромагнетизму, яка базувалася на уявленнях про рух вільних електронів крізь кристалічну ґратку, передбачала монотонне спадання електричного опору зі зниженням температури. Згідно з цією моделлю, зменшення амплітуди теплових коливань іонів ґратки мало б полегшувати дрейф носіїв заряду. Однак навіть при наближенні до абсолютного нуля провідник, за класичними уявленнями, повинен зберігати певний залишковий опір, зумовлений розсіюванням електронів на статичних дефектах структури та домішках.

Експериментальні дослідження, проведені Камерлінг-Оннесом у 1911 році, переконливо спростували ці прогнози. При вивченні властивостей ртуті, охолодженої рідким гелієм, було зафіксовано непередбачувану поведінку: опір металу зменшувався згідно з класичною теорією лише до певної межі, однак при досягненні критичної температури $T_c = 4,2 \text{ K}$ відбувався фазовий перехід, що супроводжувався раптовим, стрибкоподібним зникненням електричного опору до нуля (Рис. 1.1).

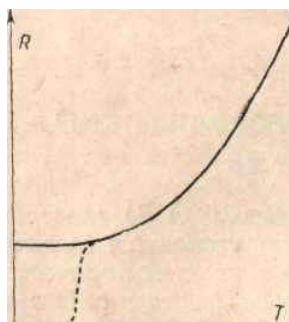


Рис. 1.1

Раптове зникнення опору в надпровідниках при наближенні до температури абсолютного нуля відзначено на цьому графіку пунктирною лінією. Опір надпровідних металів зменшується зі зниженням температури до деякої скінченної величини (суцільна крива).

Камерлінг – Оннес знайшов, що й інші метали, такі як олово, свинець, тантал і ніобій теж виявляють таке ж різке зникнення опору поблизу абсолютного нуля.

Камерлінг – Оннес в 1914 році запропонував дуже хороший метод вимірювання опору. Схема експерименту виглядала досить просто (Рис. 1.2).

Котушку зі свинцевого провідника опускали в кріостат – пристрій для проведення дослідів при низьких температурах. На початку досліду ключ 1 був замкнутий, а 2 розімкнутий. Охолоджувана гелієм котушка знаходилася у надпровідному стані. При цьому струм, що йшов по котушці, створював навколо неї магнітне поле, що легко виявлялося по відхиленню магнітної стрілки, розташованої поза кріостатом. Потім ключ 2 замикався, а ключ 1 розмикався, так що тепер надпровідна обмотка виявлялася замкнутою накоротко. Стрілка компаса, однак, залишалася відхиленою, що вказувало на наявність струму в котушці, вже відключеної від джерела струму. Спостерігаючи за стрілкою протягом декількох годин (поки не випарувався весь гелій із посудини), Оннес не помітив ні найменшої зміни у відхиленні стрілки. "Навіть наступного дня, - писав Оннес, - електрони продовжували свій рух. Як тільки котушку виймали з рідкого гелію, струм негайно припинявся." По результатам досвіду Оннес прийшов до висновку, що опір

надпровідної свинцевої дротини щонайменше в 10^{11} раз менше її опору в нормальному (не надпровідному) стані.

Згодом аналогічні експерименти по наведенню струму і контролю його загасання в замкнутих надпровідних петлях неодноразово проводилися й іншими дослідниками. У жодному з подібних дослідів не була відзначена зміна струму. Було встановлено, що час загасання струму перевищує багато років, і з цього випливало, що питомий опір надпровідника менше ніж 10^{-25} Ом·м. Порівняємо це з питомим опором міді при кімнатній температурі, який становить $1,55 \cdot 10^{-8}$ Ом·м – різниця настільки велика, що без сумніву можна вважати: опір надпровідника дорівнює нулю.

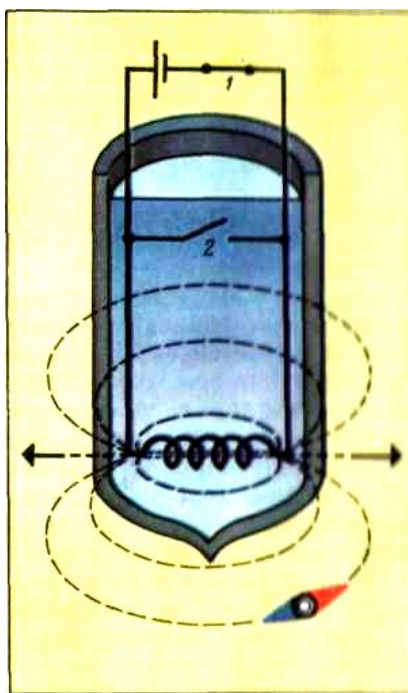


Рис. 1.2

Камерлінг – Оннес спочатку думав, що з освоєнням надпровідності для електротехніки почнеться золоте століття. Вже в 1913 році він публікує в журналі "Повідомлення з лейденської лабораторії" статтю, у якій пропонує побудувати потужний електромагніт з обмотками із надпровідного матеріалу. Такий магніт не споживав би електроенергії, і з його допомогою можна було б одержувати дуже сильні магнітні поля. Оннес міркував, що оскільки опір

дорівнює нулю, то струм у ланцюзі відповідно до закону Ома може бути як завгодно великим. Якби так...

Як тільки пробували пропускати по надпровіднику значний струм, надпровідність зникала. І це ще не усе. Незабаром виявилось, що і слабе магнітне поле (з індукцією, що рівна сотим часткам тесли) також знищує надпровідність. Це відкриття на довгі роки погасило райдужні надії фізиків і електротехніків. Існування критичних значень температури, струму і магнітної індукції різко обмежувало практичні можливості надпровідників. Стало ясно, що надпровідність – не більш ніж фізична іграшка, феномен, що збуджує цікавість фізиків.

1.2. Надпровідник у магнітному полі

Те, що в магнітному полі, яке перевищує деяке граничне чи критичне значення, надпровідність зникає, зовсім безперечно. Це експериментальний факт. Навіть, якщо якийсь метал і позбудеться опору при охолодженні, то він може знову повернутися в нормальний стан, потрапивши в зовнішнє магнітне поле. При цьому в металі відновлюється приблизно той же опір, що був в нього при температурі, що перевищує критичну температуру T_k надпровідного переходу. Саме критичне поле з магнітною індукцією B_k залежить від температури: індукція дорівнює нулю при температурі $T = T_k$ і зростає при температурі, що прямує до нуля. Звичайно, усі метали мають різні значення магнітної індукції B_k ; але для багатьох з них залежність індукції B_k від температури подібна до тої, що зображена на рисунку 1.3, а. Це породило впевненість, що механізм надпровідності для всіх металів якісно той самий. Рисунок 1.3, б можна розглядати як діаграму, де лінія залежності $B(T)$ для кожного металу розмежовує області існування різних фаз. Область нижче цієї лінії відповідає надпровідному стану, вище – нормальному.

Розглянемо тепер поведінку ідеального провідника (тобто провідника, в якому відсутній електричний опір) в різних умовах. У такого

провідника при охолодженні нижче критичної температури електропровідність стає нескінченною. Саме ця властивість і дозволяла вважати надпровідник ідеальним провідником.

Магнітні властивості ідеального провідника випливали із закону індукції Фарадея й умови нескінченної електропровідності. Припустимо, що перехід металу у надпровідний стан відбувається при відсутності магнітного поля і зовнішнє магнітне поле прикладається тільки після зникнення опору.

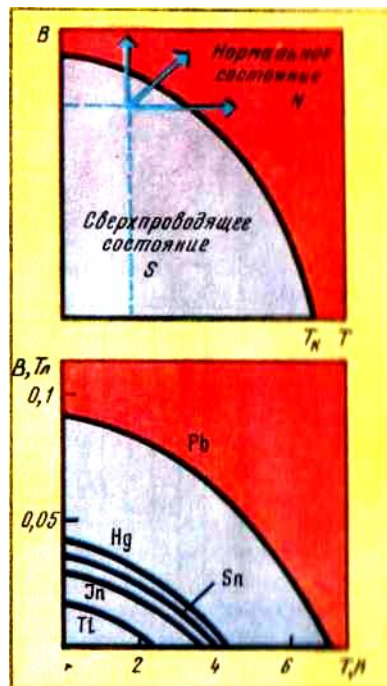


Рис. 1.3

Тут не треба ніяких тонких експериментів, щоб переконатися в тім, що магнітне поле всередину надпровідника не проникає. Дійсно, коли метал потрапляє в магнітне поле, то на його поверхні внаслідок електромагнітної індукції виникають незатухаючі замкнуті струми (їх часто називають екрануючими струмами), що створюють своє магнітне поле, індукція якого по величині дорівнює індукції зовнішнього магнітного поля, а напрямки векторів магнітної індукції цих полів протилежні. У результаті індукція сумарного магнітного поля в середині ідеального провідника дорівнює нулю. Виникає ситуація, при якій метал ніби перешкоджає проникненню в нього

магнітного поля, тобто поводить ся як діаманетик. Якщо тепер зовнішнє магнітне поле забрати, то зразок виявиться у своєму початковому не намагніченому стані (Рис. 1.4). Розглянемо іншу послідовність подій. Метал, що знаходиться в нормальному стані, помістимо в магнітне поле і потім охолодимо його для того, щоб він перейшов у надпровідний стан. Зникнення електричного опору не повинне робити впливу на намагніченість зразка, і тому розподіл магнітного потоку в ньому не зміниться. Якщо тепер прикладене магнітне поле забрати, то зміна потоку зовнішнього магнітного поля через обсяг зразка приведе (за законом індукції) до появи незатухаючих струмів, магнітне поле яких точно компенсує зміну зовнішнього магнітного поля. В результаті захоплене поле не зможе вийти: воно виявиться "замороженим" в об'ємі зразка і залишиться там як у своєрідній пастці (Рис. 1.5).

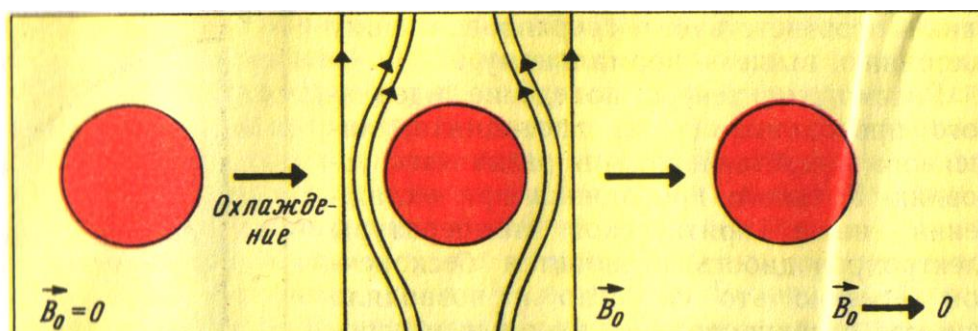


Рис. 1.4

Як бачимо, магнітні властивості ідеального провідника залежать від того, яким шляхом він попадає в магнітне поле. Справді, наприкінці цих двох операцій – накладання і зняття поля – метал виявляється в тих самих умовах – при однаковій температурі і нульовому зовнішньому магнітному полю. Але магнітна індукція металу – зразка в обох випадках зовсім різна – нульова в першому випадку і кінцева, залежна від вихідного поля в другому.

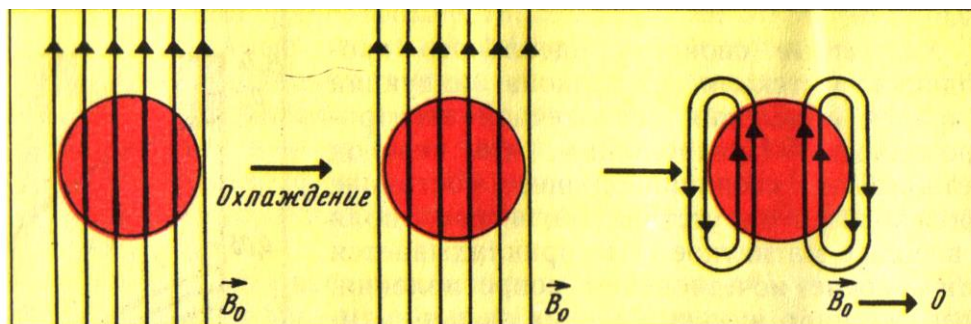


Рис. 1.5

Ці представлення, засновані на багаторазово перевірених законах електромагнетизму, здавалося б, відмінно відповідали експерименту. У всякому разі, в одному зі своїх експериментів Камерлінг – Оннес підтвердив таке складне поведіння надпровідника. І все – таки, намальована вище картина виявилася невірною. Надпровідники, як з'ясувалося, - це щось більше, ніж речовини з нескінченною електропровідністю.

У 1933 році німецькі фізики Мейснер і Оксенфельд вирішили експериментально перевірити, як саме розподіляється магнітне поле навколо надпровідника. Результат виявився несподіваним. Незалежно від умов проведення експерименту магнітне поле в глиб надпровідника не проникало. Разючий факт, виявлений Мейснером і Оксенфельдом, полягав у тому, що надпровідник, охолоджений нижче критичної температури в постійному магнітному полі, мимовільно виштовхує це поле зі свого об'єму, переходячи в стан, при якому магнітна індукція B рівна нулю, тобто стан ідеального діамagnetизму. Це явище одержало назву ефекту Мейснера. Як відомо, метали, за винятком феромагнетиків, під час відсутності зовнішнього магнітного поля володіють нульовою магнітною індукцією. Поміщені в зовнішнє магнітне поле, вони намагнічуються, тобто всередині "наводиться" магнітне поле. Сумарне магнітне поле речовини, внесеної в зовнішнє магнітне поле, характеризується магнітною індукцією B , рівною сумі індукції B_0 зовнішнього й індукції B_1 внутрішнього магнітних полів, тобто

$B = B_0 + B_1$. При цьому сумарне магнітне поле може бути як більше, так і менше магнітного поля. Для того щоб визначити ступінь участі речовини в створенні магнітного поля з індукцією B , знаходять відношення значень індукції $B / B_0 = \mu$. Коефіцієнт μ називають магнітною проникністю речовини. Речовини, у яких при накладенні зовнішнього магнітного поля виникає внутрішнє поле, додається до зовнішнього ($\mu > 1$), називаються парамагнетиками. У діамагнетиках ($\mu < 1$) спостерігається ослаблення прикладеного поля, внутрішнє поле спрямоване проти зовнішнього, і індукція $B < B_0$. У надпровідниках $B = 0$, що відповідає нульовій магнітній проникності. Має місце, як говорять, ефект ідеального діамагнетизму.

Отже, на відміну від ідеальних провідників надпровідники не дозволяють магнітному полю проникнути в їхню товщу. Якщо надпровідний провідник помістити в зовнішнє магнітне поле, то в поверхневому шарі металу виникнуть екрануючі струми, які створять всередині провідника магнітне поле, рівне і протилежне зовнішньому. Розподіл поля стає таким, як зображено на рисунку 1.6. Магнітне поле, раніше однорідне, пронизуючи нормальний метал, при температурі $T < T_k$ виштовхується з металу, концентруючись на його периферії.

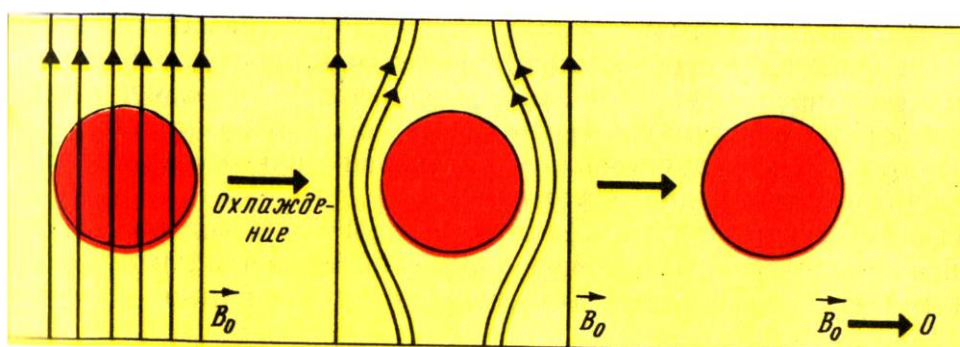


Рис. 1.6

Тут ми зустрічаємося з цікавим фактом. Добре відомо, що в замкнутому контурі струм з'являється тільки в тому випадку, коли електромагнітне поле міняється в часі. У випадку ефекту Мейснера це поле

постійне в часі. Відповідно до відомих фізичних представлень, здавалося б, немає ніяких причин для появи струмів, що створюють власне магнітне поле, спрямоване протилежно прикладеному.

Однак діамagnetизм надпровідників можна продемонструвати за допомогою дуже ефектного досліду. Уявіть собі магніт, що вільно парить у повітрі над шаром надпровідного матеріалу. Цей експеримент, який іноді називають "магнетовою труною", був здійснений ще в 1945 році московським професором В. К. Аркаєвим. Постійний магніт, що лежить на свинцевій пластинці, піднімався на деяку висоту і висів над пластинкою, у якій циркулювали незатухаючі надпровідні струми. Магніт вільно парив над шаром надпровідника, цілком підтримуваний власним магнітним полем.

Для магнітного поля надпровідник – нездоланна перешкода, площина, від якої, як від дзеркала, відбивається це поле. Найменший рух магніту викликає зміну магнітного поля надпровідних струмів. Зі збільшенням магнітного поля надпровідні струми теж зростають, щоб зберегти ідеальний діамagnetизм. Коли прикладене магнітне поле стає досить великим, екрануючі струми досягають свого критичного значення і метал втрачає надпровідні властивості. При цьому струми зникають, і магнітне поле проникає в метал.

1.3. Абрикосові вихрі

Надпровідники II роду характеризуються дуже своєрідними електромагнітними властивостями. Дуже цікавою є картина проникнення магнітного поля в товщину такого зразка.

Ще в 1936 р. радянський фізик Л. В. Шубніков, експериментуючи із надпровідними сплавами, знайшов, що магнітне поле проникає в зразок, який частково усе ще залишається надпровідним. Значення поля, при якому починається проникнення, одержало назву нижнього чи першого критичного магнітного поля з індукцією B_{k1} , а при другому – верхньому критичному значенні магнітного поля з індукцією B_{k2} надпровідність цілком зникає у

всьому зразку. У проміжку між цими значеннями полів ефект Мейснера виявляється не цілком і надпровідник знаходиться в особливому змішаному стані.

Дуже важливо відрізнити змішаний стан надпровідників II роду від проміжного стану надпровідників I роду. Між ними немає нічого загального. Проміжний стан залежить від форми зразка і розташування його щодо магнітного поля і виникає далеко не завжди. Змішаний же стан є внутрішньою властивістю надпровідників II роду; воно обумовлено самою їхньою природою і виникає завжди в зразках будь – якої форми, як тільки магнітне поле досягає значення цього стану.

Можливість реалізації такого стану у надпровідних сплавах була передбачена ще в 1952 році радянським фізиком А. А. Абрикосовим. Пізніше, у 1957 році, ним був зроблений детальний розрахунок і розроблена теорія змішаного стану. Виявилось, що проникнення магнітного поля в середину надпровідника зв'язано з утворенням у ньому особливої ниткоподібної структури. При частковому проникненні магнітного поля в товщу зразка електрони під дією сили Лоренца починають рухатися по колам, утворюючи своєрідні вихрі. Їх так і називають – абрикосові вихрі. Всередині вихру швидкість обертання електрона зростає в міру наближення до осі вихра, і на деякій відстані від неї відбувається "зрив" надпровідності. Всередині кожного вихру надпровідність зруйнована, але в просторі між ними вона зберігається.

У результаті надпровідний зразок виявляється пронизаний вихровими нитками, що представляють собою тонкі ненадпровідні області циліндричної форми, орієнтовані в напрямку силових ліній магнітного поля (Рис. 1.9). По цих нитках – циліндриках магнітне поле і проникає в надпровідник.

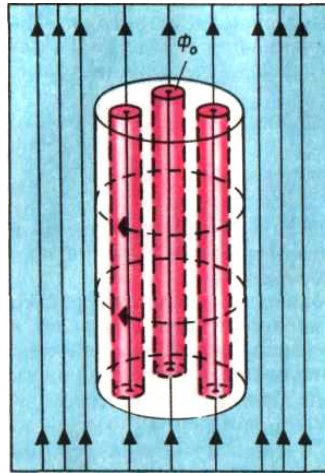


Рис. 1.9

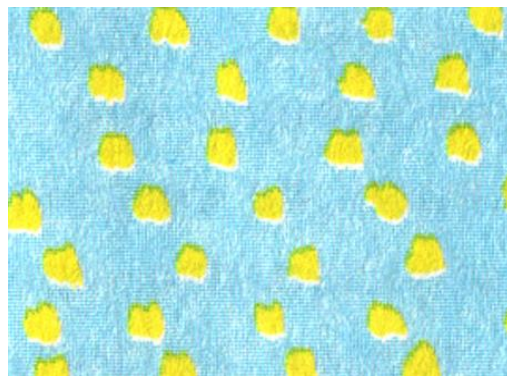


Рис. 1.10

Тут не можна не відзначити однієї надзвичайно важливої обставини. Справа в тім, що величина магнітного потоку в кожному циліндрику не довільна, а дорівнює визначеному значенню – значенню порції магнітного потоку $\Phi_0 = 2 \cdot 10^{-15}$ Вб. Величина Φ_0 називається квантом магнітного потоку. Чим більше зовнішнє магнітне поле, тим більше таких ниток – циліндриків, а отже, більше квантів магнітного потоку проникає в надпровідник. Тому магнітний потік у надпровіднику міняється не неперервно, а стрибком, дискретно. Звичайно дискретність фізичних величин виявляється в мікросвіті. Там багато фізичних величин можуть приймати тільки визначені значення, як говорять фізики: величини квантуються. У макроскопічних тілах квантові ефекти звичайно перестають бути помітними, оскільки через хаотичний тепловий рух відбувається усереднення величини по великому числу її різних значень.

Інша справа – низькі температури. Поблизу абсолютного нуля, коли тепловий рух не грає значної ролі, ми зіштовхуємося з дивним явищем – закони квантової механіки починають працювати в макроскопічних масштабах. Приклад тому – квантування магнітного потоку в надпровіднику. Саме у виді квантів магнітного потоку – флюксоїдів – магнітне поле проникає всередину надпровідника.

При збільшенні магнітного поля вихрові нитки зближаються, щільність їх збільшується, і при деякому значенні поля, коли відстань між нитками стає приблизно 10^{-4} сантиметра, надпровідність руйнується і зразок переходить у нормальний стан.

Сучасна експериментальна техніка дозволяє безпосередньо спостерігати абрикосові вихрі. Для цього на поверхню зразка наносять магнітний порошок. Частинки накопичуються в тих областях, куди проникнуло магнітне поле.

Розміри кожної області невеликі і звичайно складають мільйонні частки метра. Якщо подивитися на поверхню в електронний мікроскоп, то видні темні плями.

Структура абрикосових вихрів, отримана таким способом, показана на рисунку 1.10. Видно, що вихрі розташовані періодично утворюють комірку, аналогічну кристалічній. Вихрова комірка є трикутною (її можна скласти з повторюваних правильних трикутників).

РОЗДІЛ 2

ВИКОРИСТАННЯ НАДПРОВІДНОСТІ В ТЕХНІЦІ

Питання практичної реалізації унікальних властивостей надпровідності постало перед науковою спільнотою одразу після відкриття цього явища, проте шлях від фундаментального експерименту до технологічного втілення тривав майже півстоліття. Такий часовий проміжок був зумовлений необхідністю накопичення критичної маси знань та технологій. Якісний стрибок, що вивів надпровідність зі стін лабораторій у площину інженерних рішень, став можливим завдяки синергії кількох факторів: удосконаленню кріогенної техніки, побудові послідовної мікроскопічної теорії, що розкрила природу надпровідного стану, та синтезу нових матеріалів з високими критичними параметрами.

Цей етап ознаменував трансформацію надпровідності з екзотичного лабораторного феномену на фундамент перспективних технологій. Пріоритетними напрямками прикладної реалізації, що окреслилися ще на ранніх етапах досліджень, стали безвтратна передача електроенергії та генерація магнітних полів високої інтенсивності.

Створення сильних магнітних полів є необхідною умовою для розв'язання широкого спектра задач: від проблем керованого термоядерного синтезу та фізики високих енергій (прискорювальна техніка) до розробки нових типів електричних машин та спеціальних застосувань у морській інженерії. Однак реалізація таких систем на базі класичних резистивних провідників наштовхувалася на принципові обмеження. Хоча, згідно із законом Ампера, індукція магнітного поля соленоїда зростає пропорційно силі струму, у звичайних провідниках це супроводжується колосальним виділенням джоулевого тепла. Саме це зробило перехід до надпровідних систем безальтернативним шляхом розвитку магнітної техніки надвисоких параметрів.

2.1. Надпровідні соленоїди

Заміна традиційних мідних обмоток соленоїдів на надпровідні відкрила принципово нові можливості у техніці генерування сильних магнітних полів. Ключовою особливістю таких систем є здатність працювати в режимі «замороженого» (незатухаючого) струму, що практично виключає споживання активної електроенергії після процесу збудження магніту. Єдиною енергетичною вимогою залишається підтримання кріогенних температур, проте потужність холодильних установок є незрівнянно меншою за енерговитрати резистивних електромагнітів аналогічної сили. [8]

Завдяки нульовому омичному опору в надпровідних соленоїдах відсутня проблема джоулевого тепловиділення ($P=I^2R=0$), що дозволяє створювати компактні системи з високою густиною струму. Порівняльний аналіз показує вражаючу ефективність: надпровідний магніт з індукцією 10 - 15 Тл має масу кілька десятків кілограмів і споживає близько 10 л рідкого гелію на добу, тоді як його резистивний аналог важив би десятки тонн і потребував мегаватних потужностей джерела живлення та гігантських систем водяного охолодження. [9]

2.2. Надпровідні генератори

Сучасна електроенергетика базується на використанні турбогенераторів граничної одиничної потужності, подальше зростання якої стримується фізико-технічними обмеженнями традиційних матеріалів. Екстенсивний шлях розвитку – збільшення лінійних розмірів та магнітних полів – нашою хується на нездоланні бар'єри: критичні механічні напруження в роторі та неефективність відведення джоулевого тепла.

Радикальним вирішенням проблеми є перехід до надпровідних систем збудження. Заміна мідних обмоток на надпровідні дозволяє, по-перше, повністю елімінувати теплові втрати в роторі, а по-друге — суттєво підвищити індукцію магнітного поля, що веде до кратного зростання питомої потужності машини. Розрахунки показують, що надпровідний генератор

потужністю 1300 МВт мав би довжину близько 10 м і масу 280 т, тоді як його конвенційний аналог потребує довжини понад 20 м при масі 700 т.[10,11]

Критично важливим є зниження маси ротора у 4–5 разів, що значно підвищує частоту власних механічних резонансів і, як наслідок, надійність системи в перехідних режимах. Більше того, застосування надпровідників знімає фундаментальне обмеження на граничну потужність одиничного агрегату, теоретично дозволяючи створювати машини потужністю до 20 ГВт, що недосяжно для традиційних технологій.

Еволюція цього напрямку демонструє вражаючий прогрес: від перших лабораторних моделей 1967 року потужністю 600 Вт до успішних випробувань прототипів промислового класу (20 МВт) у 1982 році. Отримані результати підтвердили високий ККД та динамічну стійкість таких машин, відкривши шлях до створення генераторів нового покоління потужністю 300 МВт і вище. [12]

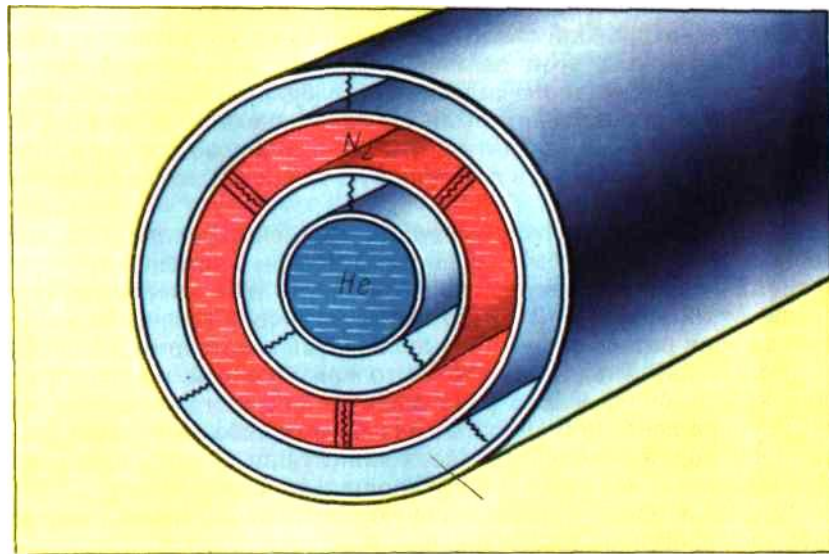
2.3. Кабелі для передачі інформації

Глобальна тенденція до зростання енергоспоживання та географічна віддаленість центрів генерації від промислових споживачів актуалізують проблему ефективного транспортування електроенергії на великі відстані. Традиційним рішенням є використання високовольтних повітряних ліній (ЛЕП) напругою 1 МВ і вище, ККД яких наближається до 95%. Проте подальше підвищення напруги обмежується екологічними нормами, значним відчуженням земельних ділянок, залежністю від погодних умов та впливом на біосферу.

Альтернативою повітряним лініям є підземні кабельні мережі (зокрема, маслонаповнені або з газовою ізоляцією). Однак їх широке впровадження стримується високою капіталомісткістю (у 10–15 разів вища вартість порівняно з ЛЕП аналогічної пропускної здатності) та необхідністю відведення джоулевого тепла, що становить до 10% передаваної потужності.

У цьому контексті перспективним напрямом є створення надпровідних кабельних ліній (НКЛ). Ранні техніко-економічні обґрунтування показали, що для передачі великих потужностей вартість НКЛ може бути у 2–3 рази нижчою за традиційні кабельні лінії, а втрати енергії – меншими у 20–25 разів. Ключовою перевагою є надзвичайно висока густина струму: надпровідники здатні пропускати 10^4 А/мм², тоді як мідні провідники обмежені значеннями 1–2 А/мм².

Важливо зазначити, що повна відсутність опору у надпровідниках спостерігається лише на постійному струмі. При передачі змінного струму виникають дисипативні процеси, зумовлені гістерезисними втратами та рухом неспарених електронів під дією змінного електромагнітного поля. Хоча цей динамічний опір є незначним порівняно з нормальними металами, він призводить до тепловиділення, яке необхідно компенсувати роботою кріогенної системи.



Ри.2.1

Конструктивно НКЛ являє собою складний кріостат. Типова коаксіальна структура кабелю (рис. 2.1) включає:

- внутрішній канал (діаметром ~ 70 мм) для циркуляції холодоагенту (рідкого гелію для низькотемпературних надпровідників, наприклад, сплавів Nb-Ti або Nb-Zr);
- струмонесучий шар надпровідника (товщиною $\sim 0,3$ мм);

- систему термоізоляції, що складається з вакуумних проміжків та екранів з рідким азотом для мінімізації теплопритоків із навколишнього середовища.

Попри концептуальну простоту, інженерна реалізація НКЛ вимагає вирішення складних задач: забезпечення герметичності вакуумних порожнин, компенсації термічних деформацій при охолодженні, розробки надійних кінцевих муфт та систем кріогенного забезпечення, стійких до аварійних перевантажень.

2.4. Трансформатор постійного струму

У класичній електротехніці трансформація параметрів електричної енергії (струму та напруги) базується на законі електромагнітної індукції Фарадея, що вимагає змінного у часі магнітного потоку. Отже, створення трансформатора постійного струму в рамках традиційної провідності є фізично неможливим завданням: у стаціонарному режимі магнітний потік у осерді не змінюється, а отже, електрорушійна сила (ЕРС) у вторинній обмотці відсутня.

Використання явища надпровідності дозволяє реалізувати принципово іншу топологію кіл, відому як трансформатор постійного струму або насос магнітного потоку. Принцип дії такого пристрою базується на властивості консервації магнітного потоку у надпровідному контурі. Якщо вторинна обмотка трансформатора виконана з надпровідника і замкнена накоротко, то активний опір кола дорівнює нулю. Це дозволяє індукувати та підтримувати незатухаючий струм без постійного джерела живлення.

Сучасні дослідження фокусуються на використанні високотемпературних надпровідників (HTS) для створення компактних насосів магнітного потоку. Такі пристрої здатні безконтактно "накачувати" струм у магнітну систему крізь стінки кріостата, що вирішує критичну проблему теплопритоків через масивні струмоводи. Наприклад, новітні розробки демонструють можливість генерування струмів силою понад 60 кА

для живлення тороїдальних котушок термоядерних реакторів, використовуючи компактні пристрої на основі ефекту динамо або випрямлячів магнітного потоку. Також активно розробляються системи для МРТ-сканерів, де насос автоматично компенсує природне загасання струму, забезпечуючи стабільність магнітного поля з точністю до 10^{-9} за годину.[13,14,15]

2.5. Магнітні підвіси і підшипники

Фундаментальна властивість ідеального діамagnetизму надпровідників (ефект Мейснера — Оксенфельда) створює передумови для реалізації систем пасивної магнітної левітації. Класичною демонстрацією цього явища є зависання надпровідної сфери над кільцевим провідником зі струмом (Рис. 2.2). У такій системі стабільна рівновага досягається завдяки компенсації сили тяжіння виштовхувальною силою, що виникає внаслідок деформації ліній магнітного поля поблизу поверхні надпровідника. «Магнітна подушка», сформована незатухаючими струмами, здатна утримувати об'єкти значної маси без механічного контакту.

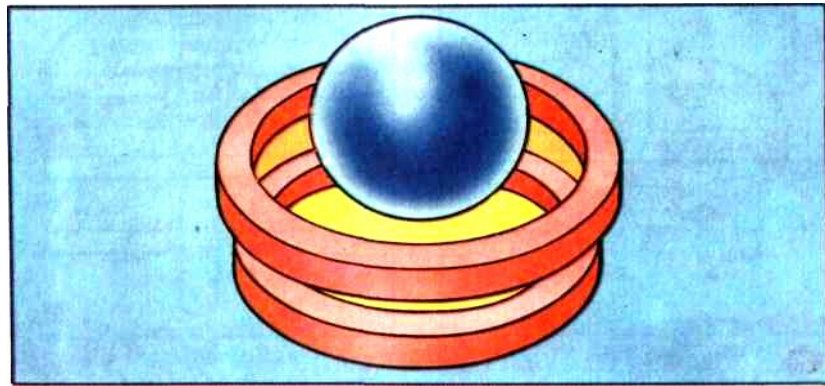


Рис. 2.2

Практична імплементація ефекту відштовхування (левітації) знайшла своє втілення у технології надпровідних магнітних вальниць (Superconducting Magnetic Bearings — SMB). Найпростіша кінематична схема такого пристрою (Рис. 2.3) базується на взаємодії надпровідного диска (статора) та постійного магніту або котушки (ротора). На відміну від активних електромагнітних підвісів, надпровідні системи забезпечують самостабілізацію: при зміщенні

ротора в надпровіднику індукуються екрануючі струми, які повертають тіло у вихідне положення.

Сучасні конфігурації SMB дозволяють забезпечити жорстку фіксацію та стійкість ротора за всіма ступенями вільності (Рис. 2.3, а, б) – як в осьовому, так і в радіальному напрямках. Ключовою перевагою таких систем є повна відсутність механічного тертя та зносу, що робить їх безальтернативним рішенням для високошвидкісних застосувань. Зокрема, у сучасних кінетичних накопичувачах енергії (маховиках) надпровідні підшипники дозволяють досягати швидкостей обертання понад 50 000 об/хв із мінімальними втратами енергії та надвисоким ресурсом роботи.

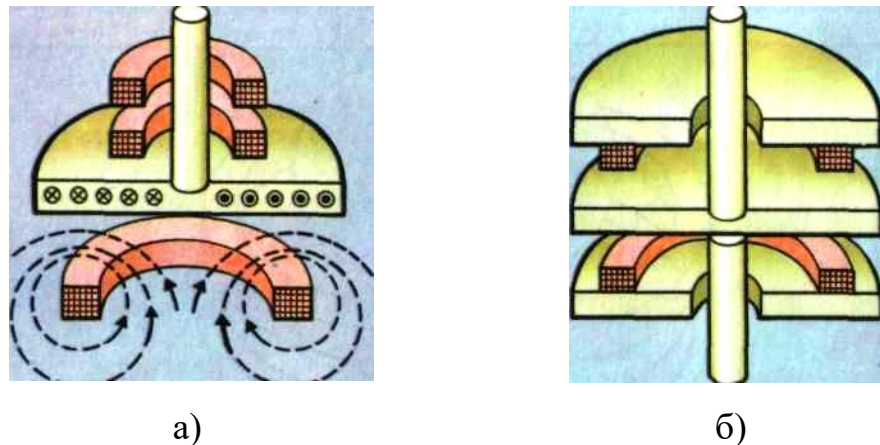


Рис. 2.3

2.6. Надпровідні перемикачі й елементи пам'яті

Концепція використання надпровідності в архітектурі обчислювальних машин виникла ще на етапі становлення електронної техніки. У середині 1950-х років було запропоновано перший надпровідний логічний елемент – кріотрон, принцип дії якого базується на фазовому переході надпровідник–нормальний метал під впливом магнітного поля.

У своїй первинній реалізації (так званий дротяний кріотрон) пристрій складався з танталового дроту (вентиля), охопленого ніобієвою котушкою керування. Функціонування приладу зумовлене різницею критичних температур компонентів: для танталу $T_c = 4,4$ К, а для ніобію $T_c = 9,2$ К. При

робочій температурі рідкого гелію (4,2 К) обидва матеріали перебувають у надпровідному стані. Проте при протіканні керуючого струму через ніобієву обмотку створюється магнітне поле, яке перевищує критичне значення для танталу, але є нижчим за критичне для ніобію. Внаслідок цього клапан переходить у резистивний (нормальний) стан, тоді як керуюче коло залишається надпровідним.

Цей механізм дозволяє реалізувати бінарну логіку (стани "0" та "1"), діючи як ідеальне реле. Об'єднання кріотронів у логічні схеми дозволяє керувати потоками струму, перемикаючи їх між різними каналами.

Розглянемо принцип роботи найпростішої комірки пам'яті (тригера) на прикладі двох паралельних надпровідних гілок (рис. 2.5). У стаціонарному стані струм розподіляється між гілками обернено пропорційно їхнім індуктивностям. Якщо короткочасно перевести кріотрон K_1 у резистивний стан, увесь струм перенаправляється у праву гілку, і такий стан залишається стабільним після зняття збудження. Перекидання струму в ліву гілку здійснюється аналогічним впливом на кріотрон K_2 . Зчитування стану комірки виконується за допомогою допоміжних кріотронів K_3 та K_4 : наявність струму в гілці переводить відповідний зчитувальний кріотрон у нормальний стан, що реєструється як поява напруги на ньому.

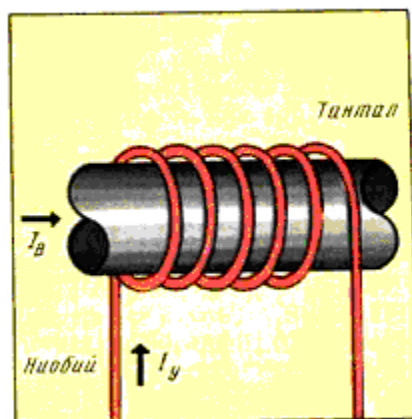


Рис. 2.4

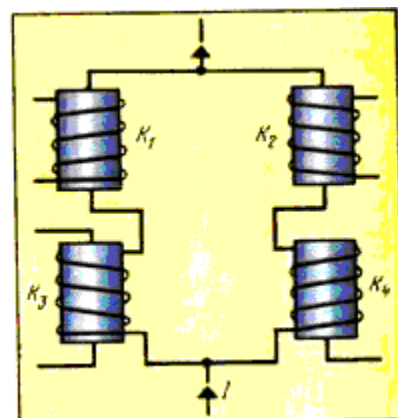


Рис. 2.5

Незважаючи на простоту конструкції та мале тепловиділення, дріотні кріотрони виявилися неконкурентоспроможними порівняно з напівпровідниковими транзисторами через низьку швидкодію. Час перемикання визначається відношенням індуктивності керуючої обмотки до опору вентиля. Для дріотних моделей цей параметр становив $10^{-3} \dots 10^{-4}$ с, що є неприйнятним для обчислювальної техніки. Проте сама ідея кріотрона отримала друге життя у сучасних розробках нанодріотних кріотронів та термокріотронів, які використовуються у квантових обчисленнях та нейроморфних системах.

Вирішення проблеми швидкодії класичних кріотронів було знайдено шляхом переходу до плівкових технологій.

У плівковому кріотроні (рис. 2.6) вентилям слугує плівка олова, а керуючим елементом – плівка свинцю, ізолювана шаром діелектрика (зазвичай оксидом кремнію). Залежно від взаємного розташування плівок розрізняють поперечні та поздовжні структури. Така геометрія забезпечує суттєве зменшення часу перемикання, наближаючи параметри пристроїв до вимог високошвидкісної електроніки.

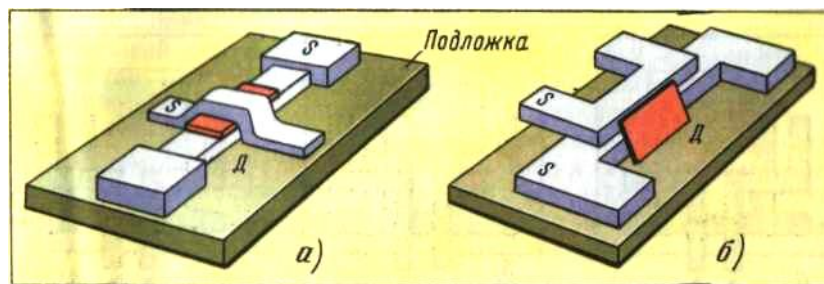


Рис. 2.6

РОЗДІЛ 3

МАГНІТНА ПОТЕНЦІАЛЬНА ЯМА

3. 1. Ідеально провідний контур зі струмом як модель магнітів

Замкненому контуру без електричного опору, властиво зберігати сталим, (говорять ще замороженим) пов'язаний з контуром, повний магнітний потік. З високою точністю ідеальна провідність реалізується в надпровіднику. Проте надпровідник — це не лише ідеальний провідник, але ще і ідеальний діамagnetик. Якщо в ідеально провідному кільці густина струму однакова по перетину, магнітне поле і струм в надпровідному кільці зосереджені на невеликій глибині (глибина проникнення λ має порядок $(4-6 \times 10^{-8} \text{ м})$). Ця обставина приводить до різних формул для власної індуктивності.

Магнітне поле із зміною глибини затухає згідно з законом $B = B_0 \exp(-x\lambda)$. Усередині дроту зосереджена магнітна енергія $W = \frac{1}{2\mu_0} \int B^2 dv$ (dv — елемент об'єму), яка може бути представлена у вигляді $W = \frac{1}{2} I L_0$ (I — струм; L_0 — внутрішня індуктивність). З цих даних можна отримати формулу L_0 для надпровідного дроту одиничної довжини:

$$L_0 = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{\lambda}{d} \right)^2 \quad (3.1)$$

де d — діаметр дроту. Якби поле проникало в середину провідника (рівномірний розподіл струму по перетину), то, як відомо, $L_0 = \frac{\mu_0}{8\pi}$, де μ_0 — магнітна проникність дроту.

Зі сказаного слідує, що поле системи ідеальних струмових контурів відрізняється від поля системи надпровідних струмових контурів усередині дроту. Ця відмінність зникає, коли параметр $\tau = d\lambda^{-1}$ (d — характерний розмір контура) прямує до нуля.

Тут вивчатиметься випадок малих τ . Тоді загальна формула для векторного потенціалу

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}}{r} dv$$

може бути записана у вигляді лінійного інтеграла:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \oint \frac{d\vec{l}}{r}$$

і зручно користуватися індуктивністю контура і взаємною індуктивністю контурів

$$L_{ik} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \oint \frac{d\vec{l}_i \cdot d\vec{l}_k}{r_{ik}} \quad (3.2)$$

Похибка, що виникає визначається тим, наскільки точно лінійний інтеграл замінює об'ємний і як точно визначено поле усередині дроту. При обчисленні L_{ik} зазвичай розглядають дві області (зовні та усередині дроту) і вважають, що поле зовні дорівнює полю на осі дроту, а поле усередині ідентичне полю, що створюється довгим дротом.

Таким чином, ідеальний і надпровідний контури відрізняються лише внутрішньою індуктивністю L_0 , яку необхідно додати до основного доданку — власної індуктивності, що враховує поле поза дротом. В подальшому для двох цих випадків використовуватиметься термін «ідеально провідний контур із струмом» або, «ідеальний струм». Вибір цього терміну виправдений тим, що особливості моделі магніта, що вивчається, зобов'язані постійності (замороженості) потоку, а постійність, в свою чергу, - ідеальній провідності контура.

3. 2. Мінімум магнітної потенціальної енергії

Сила магнітної взаємодії струмів I_1 , I_2 двох контурів, що не деформуються, визначається експериментальним законом Ампера. Два еквівалентні записи цього закону мають вигляд

$$\vec{P} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 I_2 \oint \oint \frac{[\vec{dl}_2][\vec{dl}_1 r_{12}]}{r_{12}^3} \quad (3.3)$$

$$P_k = I_1 I_2 \frac{\partial L_{12}}{\partial x_k}, \quad \frac{\partial L_{12}}{\partial x_k} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_k} \oint \oint \frac{\vec{dl}_1 \cdot \vec{dl}_2}{r_{12}} \quad (3.4)$$

Зазвичай вживана формула магнітної сили (3.4) погано пристосована до випадку ідеально провідного контура. Дійсно, властивість замороженості повного магнітного потоку приводить до зміни струму залежно від положення контура в неоднорідному сторонньому магнітному полі. Оскільки створюване контурами поле неоднорідне, при зміні відстані струми будуть змінюватися, тобто I_1 і I_2 – функції положення контурів. Проте з формули (3.4) не слідує, яких значень набувають струми I_1 і I_2 .

Щоб врахувати залежність струмів від відстані, запишемо формули

$$\Psi_1 = L_{11}I_1 + L_{12}I_2, \quad \Psi_2 = L_{12}I_1 + L_{22}I_2 \quad (3.5)$$

Розв'язуючи (5) як систему рівнянь відносно струмів, отримуємо

$$I_1 = \frac{I_1 L_{22} - \Psi_2 L_{12}}{L_{12} - L_{22} - L_{12}^2}, \quad I_2 = \frac{\Psi_2 L_{11} - \Psi_1 L_{12}}{L_{11} L_{22} - L_{12}^2} \quad (3.6)$$

З підстановки (6) в (4) слідує

$$P_k = \frac{\Psi_1 L_{22} - \Psi_2 L_{12}}{(L_{11} L_{22} - L_{12}^2)^2} (\Psi_2 L_{11} - \Psi_1 L_{12}) \frac{\partial L_{12}}{\partial x_k} \quad (3.7)$$

Тепер у формулу магнітної сили струми не входять. Замість них маємо повні магнітні потоки Ψ_1 і Ψ_2 , які, як вже зазначалося, в разі ідеальності

провідних контурів є строго сталими величинами. Власні індуктивності L_{11} , L_{22} недоформованих контурів — також сталі величини. Функцією координат у формулі (3.7) є лише взаємна індуктивність L_{12} . Щоб підкреслити факт залежності або незалежності величин, що входять у (3.7), від координат, перепишемо його у вигляді

$$P_k = \frac{\Psi_1 L_{22} - \Psi_2 L_{12}(x_k)}{(L_{11} L_{22} - [L_{12}(x_k)]^2)^2} [\Psi_2 L_{11} - \Psi_1 L_{12}(x_k)] \frac{\partial L_{12}(x_k)}{\partial x_k} \quad (3.8)$$

Отримана формула виражає магнітну силу двох струмів не через струми і координати, а через магнітні потоки і координати. Ця формула в окремому випадку ідеально провідних контурів позбавлена недоліків зазвичай вживаної формули (3.4). Підкреслимо, що за змістом вираз (3.8) — закон Ампера і ніякого додаткового змісту не несе. Виглядом він відрізняється від (3.3) або (3.4) заміною однієї пари змінних інший за допомогою лінійних співвідношень (3.5).

Сформулюємо тепер постановку завдання про магнітну потенціальну яму таким чином. Розглянемо два ідеально провідних контурів із замороженими потоками. Конттури недоформовані і орієнтовані так, що магнітна сила віддалених контурів має характер притягіння. Ця орієнтація контурів надалі не змінюється. Змінюється лише відстань x : з малою швидкістю конттури зближуються. Найбільше x_1 і найменше x_2 відстані між контурами задовольняють умові $0 < x_2 < x_1 < \infty$. Важливо підкреслити, що x_2 може перевищувати розміри більшого контура. Яка-небудь штучна дія на контур із струмом (наприклад, руйнування ідеальної провідності і підключення контура до джерела струму) в процесі зближення не допускається.

При виконанні вказаних умов шукається мінімум потенціальної енергії магнітної взаємодії струмів U як функції відстані x , що змінюється на відрізок $[x_2, x_1]$. Інакше кажучи, при виконанні вказаних умов шукається нуль

магнітної сили P на деякому відрізку $0 < x_2 < x_0 < x_1 < \infty$ і одночасна така зміна магнітної сили, що при $x = x_0 + \Delta x$ магнітна сила має характер притягання, а при $x = x_0 - \Delta x$ — характер відштовхування ($\Delta x > 0$ — малий приріст відстані x).

Відмітимо перш за все, що $L_{12}(x)$ — що монотонно спадає функція x . Тому похідна $\frac{\partial L_{12}}{\partial x}$ на відрізку $[x_2, x_1]$ від'ємна і не перетворюється на нуль. Крім того, добуток $L_{11}L_{22}$ завжди більший L_{12}^2 . Тому знаменник у формулі (3.8) також не перетворюється на нуль. Після зроблених зауважень з (3.8) знаходимо дві умови, при яких магнітна сила дорівнює нулю:

$$\Psi_1 L_{22} = \Psi_2 L_{12}(x_0) \quad (3.9)$$

$$\Psi_2 L_{11} = \Psi_1 L_{12}(x_0) \quad (3.10)$$

Це — необхідні умови існування мінімуму магнітної енергії (нуль першої похідної).

Відмітимо, що як власні, так і взаємна індуктивності — додатні величини. Тому для виконання умови (3.9) або (3.10) потоки Ψ_1 і Ψ_2 повинні мати один знак. Нехай для означеності Ψ_1 і Ψ_2 додатні.

Покажемо, що одна з умов (3.9) або (3.10) може бути фізично реалізована. Враховуючи, що власна індуктивність кожного контуру більша взаємної індуктивності, отримаємо, що при $\Psi_1 < \Psi_2$ фізично реалізовується умова (3.9). Умова (3.10) при цьому не підходить ($L_{11} > L_{12}(x_0)$). Навпаки, якщо $\Psi_2 < \Psi_1$, фізично реалізовується лише умова (3.10). Якщо $\Psi_1 = \Psi_2$, ні одному з необхідних умов задовольнити не можна. Дійсно, тоді повинно бути або $L_{11} = L_{12}(x_0)$, або $L_{22} = L_{12}(x_0)$. Це еквівалентно положенню, коли контури збігаються один з одним, що не представляє фізичного інтересу. Позбавлений сенсу також випадок, коли один із заморожених потоків дорівнює нулю. Тому повинно бути $\Psi_1, \Psi_2 \neq 0, \Psi_1 \neq \Psi_2$.

Отже, той факт, що взаємна індуктивність двох контурів завжди менше за їх власні індуктивності, накладає наступне обмеження на можливість існування потенціальної ями: заморожені магнітні потоки мають бути різними і обидва відрізнятися від нуля.

Умова (3.9) або (3.10) означає, що струм одного контуру в положенні магнітної ями дорівнює нулю. У цьому можна переконатися, підставивши умову (3.9) в першу формулу (3.6), а умову (3.10) – в другу. Тоді з (3.5) випливає, що, якщо, наприклад, $I_1 = 0$, потік Ψ_1 рівний $\Psi_1 = L_{12}(x_0)I_2$, тобто є потоком взаємної індукції контура із замороженим потоком $\Psi_2 > \Psi_1$. Навпаки, якщо $I_2 = 0$, потік Ψ_2 дорівнює потоку взаємної індукції контура із замороженим потоком $\Psi_1 > \Psi_2$.

Покажемо тепер, що одна з умов (3.9) або (3.10) є не лише необхідно, але і достатньою. Хай для визначеності $\Psi_1 < \Psi_2$ і виконується необхідна умова (3.9). Використовуючи (3.8), знайдемо похідну магнітної сили по x і обчислимо її в положенні $x = x_0$. При обчисленні похідної праву частину виразу (3.8) зручно розглядати як добуток і відразу враховувати умову (3.9). Тоді всі доданки похідної добутку дорівнюють нулю, за винятком похідної члена $\Psi_1 L_{22} - \Psi_2 L_{12}(x)$. Тому

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_{x=x_0} = -\Psi_2 \frac{\Psi_2 L_{11} - \Psi_1 L_{12}(x_0)}{(L_{11} L_{22} - [L_{12}(x_0)]^2)^2} \left[\left(\frac{\partial L_{12}}{\partial x} \right)_{x=x_0} \right]^2 \quad (3.11)$$

Як вже наголошувалося, похідна взаємної індуктивності по відстані і знаменник (3.11) ніде не перетворюються на нуль. Знак виразу (3.11) може бути встановлений таким чином. При виконанні умови (3.9) і нерівностей $\Psi_1 = \Psi_2$, $L_{12} > L_{12}(x_0)$ чисельник дробу в правій частині (3.11) додатній. Заморожений потік Ψ_2 і останні члени (3.11) також додатні. Значить,

$$\left. \frac{dP}{dx} \right|_{x=x_0} < 0. \text{ Якби } \Psi_2 \text{ був від'ємним, це не вплинуло б на знак } \left. \frac{dP}{dx} \right|_{x=x_0} < 0,$$

оскільки чисельник дробу в правій частині (3.11) теж був би від'ємним. Таким чином, похідна магнітної сили по відстані в положенні, де виконується необхідна умова (3.9), негативна. Якби замість (3.9) виконувалася умова (3.10), похідна магнітної сили також була б від'ємною.

Від'ємний знак правої частини (3.11) означає, що друга похідна магнітної потенціальної енергії U в положенні, де виконується необхідна умова мінімуму, додатна.

3.3. Дослідження умов існування мінімуму магнітної потенціальної енергії

Якщо в енергії магнітного поля $2W = I_1\Psi_2 + I_2\Psi_1$ замість струмів I_1, I_2 підставивши праву частину формули (3.6), енергія поля буде виражена через Ψ_1, Ψ_2 і механічні координати (функцією механічних координат є L_{12}):

$$W = \frac{1}{2} (L_{22}\Psi_1^2 - 2L_{12}\Psi_1\Psi_2 + L_{11}\Psi_2^2) (L_{11}L_{22} - L_{12}^2)^{-1} \quad (3.12)$$

В даній формулі заморожені струми Ψ_1, Ψ_2 повинні розглядатися як деякі сталі. Значення цих сталих з формальної точки зору можуть бути будь-якими, проте в дійсності вони обмежені зверху критичним полем, яке розрушує надпровідність.

Відомо, що енергія магнітного поля, виражена через потоки і координати, є потенціальною енергією. Тому магнітна сила P визначиться як частинна похідна енергій (3.12) по механічній координаті x , взята із зворотнім знаком:

$$\begin{aligned} P &= -\frac{\partial W}{\partial x} = -\frac{\partial W}{\partial L_{12}} \frac{\partial L_{12}}{\partial x} = \\ &= -\frac{L_{12}(L_{22}\Psi_1^2 + L_{11}\Psi_2^2) - (L_{11}L_{22} + L_{12}^2)\Psi_1\Psi_2}{(L_{11}L_{22} - L_{12}^2)^2} \frac{\partial L_{12}}{\partial x} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Чисельник першого множника в цій формулі може бути рівним нулю, тобто:

$$\Psi_1 \Psi_2 (L_{12}^2 + L_{11} L_{22}) - (L_{22} \Psi_1^2 + L_{11} \Psi_2^2) L_{12} = 0 \quad (3.14)$$

Якщо тільки

$$L_{12} = L_{22} \Psi_1 \Psi_2^{-1} \text{ або } L_{12} = L_{11} \Psi_2 \Psi_1^{-1} \quad (3.15)$$

Візьмемо другу похідну енергії (3.12) по координаті x в точках (3.15). Для цього необхідно продиференціювати (3.13) по x один раз і підставити значення L_{12} , виражені через сталі L_{11} , L_{22} , Ψ_1 , Ψ_2 згідно (3.15).

Виконуючи диференціювання, отримуємо

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 W}{\partial L_{12}^2} \left(\frac{\partial L_{12}}{\partial x} \right) + \frac{\partial W}{\partial L_{12}} \frac{\partial^2 L_{12}}{\partial x^2} \quad (3.16)$$

Другий доданок в цьому виразі дорівнює нулю внаслідок того, що в точках (3.15) $\partial W / \partial L_{12} = 0$. Член $(\partial L_{12} / \partial x)^2$ — додатна величина (випадок $(\partial L_{12} / \partial x) = 0$ буде розглянутий нижче). Тому знак $\partial^2 W / \partial x^2$ визначається знаком другої похідної функції W по L_{12} , тобто функції, явний вигляд якої дається формулою (3.12). З цієї формули виходить

$$\frac{\partial^2 W}{\partial L_{12}^2} = \frac{\Psi_2^2 L_{22}^{-1}}{L_{11} L_{22} - L_{12}^2} \quad (3.17)$$

тобто друга похідна потенціальної енергії по x в точках (3.15) додатна ($L_{11} L_{22} > L_{12}^2, L_{22} > 0$). Це означає, що виконуються достатні умови мінімуму U . Підкреслимо, що він справедливий у тому випадку, коли $\partial L_{12} / \partial x \neq 0$. Якби це було не так, необхідна умова існування мінімуму (рівність нулю магнітної сили) виконувалася б, але достатня — ні.

Хай тепер $\partial L_{12} / \partial x = 0$. Представимо потенціальну енергію як складну функцію координати $U = U(L_{12}(x))$ і запишемо її похідні до четвертого порядку включно:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial U}{\partial x} &= \frac{\partial U}{\partial L_{12}} \frac{\partial L_{12}}{\partial x}, \\
\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 U}{\partial L_{12}^2} \left(\frac{\partial L_{12}}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 U}{\partial L_{12}^2} \frac{\partial L_{12}}{\partial x} \frac{\partial^2 L_{12}}{\partial x^2}, \\
\frac{\partial^3 U}{\partial x^3} &= \frac{\partial^3 U}{\partial L_{12}^3} \left(\frac{\partial L_{12}}{\partial x} \right)^3 + 3 \frac{\partial^2 U}{\partial L_{12}^2} \frac{\partial^2 L_{12}}{\partial x^2} \frac{\partial L_{12}}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial L_{12}} \frac{\partial^3 L_{12}}{\partial x^3} \\
\frac{\partial^4 U}{\partial x^4} &= \frac{\partial^4 U}{\partial L_{12}^4} \left(\frac{\partial L_{12}}{\partial x} \right)^4 + 6 \frac{\partial^3 U}{\partial L_{12}^3} \frac{\partial^2 L_{12}}{\partial x^2} \left(\frac{\partial L_{12}}{\partial x} \right)^2 + \\
&+ 4 \frac{\partial^2 U}{\partial L_{12}^2} \frac{\partial^3 L_{12}}{\partial x^3} \frac{\partial L_{12}}{\partial x} + 3 \frac{\partial^2 U}{\partial L_{12}^2} \left(\frac{\partial^2 L_{12}}{\partial x^2} \right)^2 + \frac{\partial U}{\partial L_{12}} \frac{\partial^4 L_{12}}{\partial x^4}
\end{aligned} \tag{3.18}$$

З цих формул і умови $\partial L_{12}/\partial x = 0$ слідує, що в точці з $\partial U/\partial L_{12} = 0$ всі похідні енергій дорівнюють нулю, крім

$$\frac{\partial^4 U}{\partial x^4} = 3 \frac{\partial^2 U}{\partial L_{12}^2} \left(\frac{\partial^2 L_{12}}{\partial x^2} \right)^2 \tag{3.19}$$

Як було показано вище, член $\partial^2 U/\partial L_{12}^2$ у точці з $\partial U/\partial L_{12} = 0$ додатній. Тоді з (3.18) слідує додатність диференціала четвертого порядку $\partial^4 U$, якщо в точці рівноваги $\partial U/\partial L_{12} = 0, \partial^2 L_{12}/\partial x^2 \neq 0$.

Таким чином, випадок $\partial L_{12}/\partial x = 0$ руйнує механізм появи магнітної потенціальної ями членами другого порядку мализни. Але цей механізм починає виявлятися в диференціалі четвертого порядку за умови, якщо друга похідна взаємної індуктивності по координаті відмінна від нуля. Можна показати, що підвищення порядку ненульовою похідною взаємної індуктивності по координаті, незалежно від того, парна вона або непарна, приводить до парного ненульового диференціала потенціальної енергії, тобто до мінімуму. В цьому можна переконатися з (3.18), продовжуючи обчислення похідних вищих порядків.

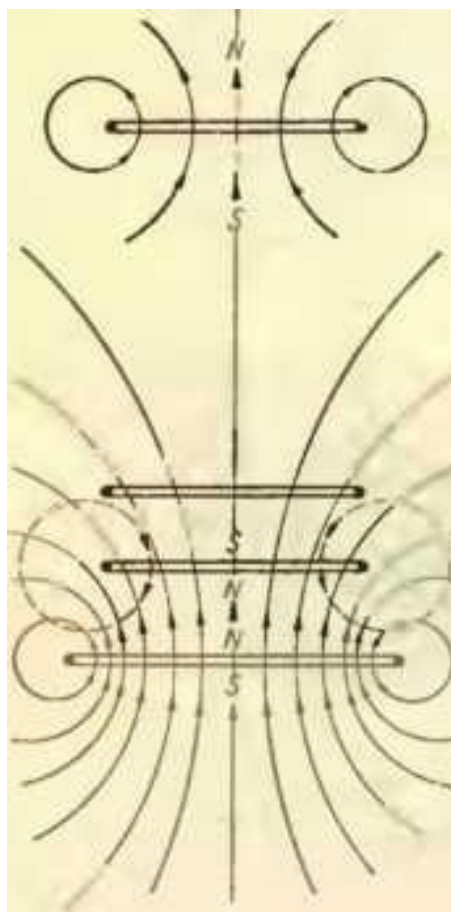


Рис. 3.1

Представляє інтерес наочне пояснення існування магнітної потенціальної ями на основі властивості постійності повного магнітного потоку. Умовно вважатимемо, що повні магнітні потоки кілець на рис. 3.1 дорівнюють числу силових ліній, пронизуючих плоскість кільця. Так, в меншому кільці $\Psi_1 = 5 = \text{const}$, в нижньому $\Psi_2 = 13$. Полярність магнітних полюсів N і S визначатимемо за принципом: з N силові лінії виходять, в S входять. У верхньому положенні кільця звернені один до одного різноіменними полюсами. Тому вони магнітно притягуються. Якщо менше кільце займе нижнє положення, його пронизуватимуть сім силових ліній магнітного поля нижнього кільця. Але через властивість $\Psi = \text{const}$ повинно бути $\Psi_1 = 5$. Тому в меншому кільці мимоволі наведеться такий струм, щоб створити магнітне поле, дві силових лінії якого будуть направлені назад семи лініям поля нижнього кільця. Тоді $\Psi_1 = 7 - 2 = 5$. Магнітна полярність меншого

кільця за рахунок зміни напрямку струму зміниться. Замість тяжіння кільця відштовхуватимуться як магніти, звернені один до одного однойменними полюсами. У деякому середньому положенні струм в меншому кільці дорівнюватиме нулю (всі п'ять силових ліній створюватимуться полем нижнього кільця). Тому магнітна сила дорівнюватиме нулю. Таким чином, отримана магнітна потенціальна яма: при зближенні кілець магнітне тяжіння, проходячи через нуль, «перетворилося» на магнітне відштовхування.

РОЗДІЛ 4

ЗАСТОСУВАННЯ НАДПРОВІДНОСТІ В МАГНІТОЛЕВІТУЮЧОМУ ТРАНСПОРТІ

4.1. Історія розвитку та початкові уявлення про маглев транспорт

В сучасних умовах зростання цін на нафтопродукти та забруднення навколишнього середовища проблема розробки екологічно чистих видів транспорту стає надзвичайно актуальною. Однією з альтернатив в напрямку зменшення «нафтової» залежності і екологічного навантаження є магнітолевітуючий (маглев) транспорт, в якому вагон без коліс утримується у вільному стані магнітними силами.

Маглев або інколи магнітоплан (від англ. *Magnetic levitation*) —потяг на магнітній підвісі, керований магнітними силами.



рис. 4.1. Залізниця на надпровідному
магнітному підвісі (Японія).



рис. 4.2. Шанхайський маглев

Перші практичні розробки в області магнітолевітуючого транспорту почалися в кінці 1970-х в Німеччині, Великобританії і Японії, причому вже в 1979 році японський маглев на випробувальній ділянці Міядзаки регулярно досягав швидкості в 517 км/год. У Японії ж на маглеві MLX01 системи JR-Maglev в 2003 році був поставлений світовий рекорд для рейкового транспорту 581 км/год. Такі потяги курсують зараз по експериментальних лініях в префектурі Яманаси, загальна протяжність яких складає 18,4 км.

В 1984 році відкрилася перша комерційна магнітопланерна лінія між Бірмінгемським міжнародним аеропортом і залізничним вокзалом. Довжина шляху склала аж 600 м, але із-за проблем з обслуговуванням через одинадцять років лінію довелося закрити.

В Німеччині маглеви були представлені на декількох виставках, а також в Західному Берліні з 1989 по 1991 рік на ділянці завдовжки 1,6 км. Знищення Берлінської стіни привело до демонтажу магнітопланерної лінії, що заважала з'єднанню східної і західної ліній метро.

Не дивлячись на таку досить скромну історію, саме німецький маглев Transrapid їздить по одній з найпопулярніших і вражаючих магнітопланерних ліній в світі, що сполучає Міжнародний аеропорт Пудонг з Шанхаєм. Ділянку протяжністю 30 км. потяг долає за 7 хвилин 20 секунд, розганяючись до 431 км/год.

На сьогодні існують такі відомі «класичні» концепції маглев – керована електромагнітна левітація, що використовує «теплі» електромагніти на вагоні, які магнітно притягуються до феромагнітного шляхопроводу та електродинамічна надпровідна левітація з потужними надпровідними магнітами на вагоні та шляхопроводом з електропровідного матеріалу. Існує третя, менш відома концепція, заснована на використанні магнітносилового феномену «магнітна потенціальна яма» (МПЯ), що робить можливим левітацію без автоматики, необхідної для керованої електромагнітної левітації, і не вимагає відносного руху, без чого електродинамічна левітація неможлива. Феномен МПЯ – це властивість сили притягання двох магнітів зменшуватись і перетворюватись у силу відштовхування тільки внаслідок зменшення відстані між ними. Це сприяє, проте не гарантує стійкість у вільному стані, тобто левітацію. Левітація, як проблема виключити дотик вільного тіла до інших тіл, зводиться до аналізу динаміки вільного тіла в магнітному полі магнітно взаємодіючих елементів – нерухомих та зв'язаних з вільним тілом. В такій постановці задачі вона розглядає

приклад конкретно вибраної системи магнітних елементів та обмежень на магнітні і геометричні параметри для виконання умов існування МПЯ.

4.2. Опис динамічної системи і постановка проблеми

Нехай двохпровідна лінія постійного струму протилежних напрямків у двох прямолінійних паралельних проводах, що утворюють горизонтальну площину, є нерухомим магнітним елементом, а чотири надпровідних витки - магнітні елементи вільного вагону. Будемо вважати вагон та нерухому основу, на якій закріплена лінія, немагнітними, так що магнітна взаємодія зводиться до магнітної силової взаємодії струмів лінії та витків. Витки будемо вважати короткозамкнутими, плоскими, розміщеними зверху на вагоні в одній площині симетрично відносно центра мас вагону і малими за розмірами настільки, що вони не впливають один на одного і на струм у лінії. Іншими словами, вважатимемо, що магнітна взаємодія зводиться до взаємодії двох струмів лінії з кожним із витків, які мають надпровідний стан або нульовий електричний опір.

Нульовий електричний опір приводить до суттєвої особливості поведінки кожного витка, а саме незмінності повного магнітного потоку (магнітного потокозчеплення), що пронизує його площу. Така особливість – добре відомий наслідок закону електромагнітної індукції Фарадея для замкнутого витка нульового омичного опору. Навпаки, струм замкнутого витка нульового опору не є незмінним, як це може вважатись, бо саме струм такого витка у різних положеннях витка в сторонньому неоднорідному магнітному полі (в нашому випадку таким неоднорідним стороннім полем є магнітне поле лінії) приймає різні значення і саме такі, щоб частка магнітного потоку стороннього поля, яка є різною в різних положеннях витка (оскільки стороннє поле неоднорідне) разом з часткою, що є «власним» магнітним потоком (зобов'язаним струму витка), була різною так, щоб забезпечити незмінність суми цих двох частин, тобто магнітного потокозчеплення витка. Більше того, для виконання закону

Фарадея у вигляді незмінності потокозчеплення струм може приймати нульове значення і навіть змінити напрям.

Згідно умов існування феномену МПЯ, положення, в якому струм надпровідного приймає нульове значення, а при зміні положення змінює напрям, і є положенням МПЯ. В нашому випадку будемо підбирати параметри витків та лінії так, щоб при симетричному розміщенні вагону під лінією (таке положення показане на рис. 4.3, а, б) на певному вертикальному зазорі між горизонтальною площиною

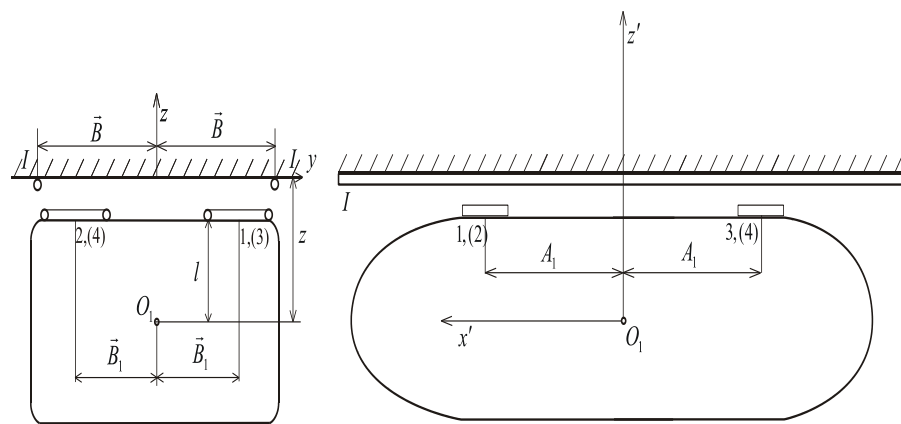


Рис. 4.3. а, б.

розміщення всіх витків струм всіх витків був нульовим. Тоді, як це буде показано нижче, на більших вертикальних зазорах вертикальна магнітна сила між лінією і кожним витком буде силою притягання, а при менших – силою відштовхування. Це і буде фактом прояву МПЯ в даному конкретному випадку.

На рисунках 4.3 а, б, 4.4 введена нерухома інерціальна система координат $Oxyz$ з ортами $\vec{i}_1, \vec{i}_2, \vec{i}_3$ та рухома жорстко зв'язана з вільним вагоном система координат $O_1x'y'z'$ з ортами $\vec{i}'_1, \vec{i}'_2, \vec{i}'_3$. Відстань від центру O нерухомої системи координат $Oxyz$ до центру O_1 рухомої системи координат $O_1x'y'z'$ визначається радіус-вектором $\vec{\rho}$. В площині нерухомої системи координат xOy , паралельно осі Ox розташовані

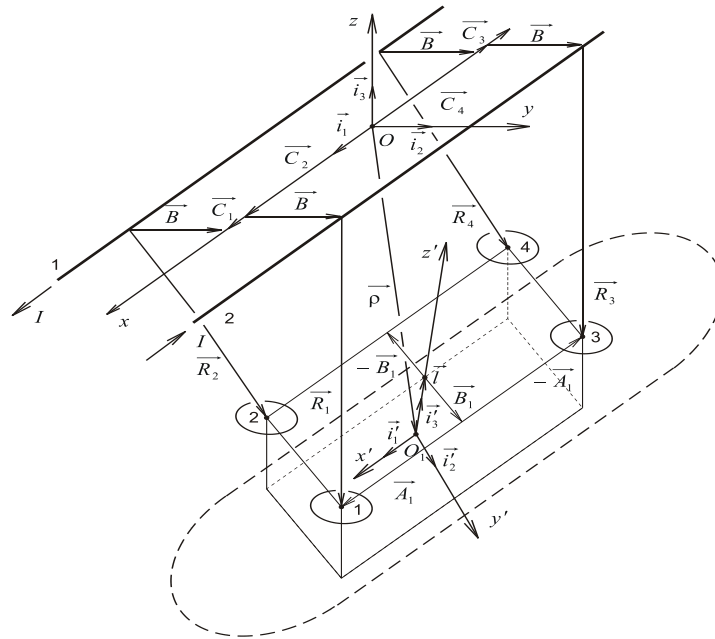


Рис. 4. 4.

провідники зі струмом, причому величина $\vec{B}$ визначає половину відстані між провідниками. Зверху вагону у площині $x'O_1y'$ попарно симетрично розміщені чотири замкнених малих надпровідних витка, причому вектор $\vec{A}_1$ визначає половину довжини підвісу, $\vec{B}_1$ – половину ширини підвісу, $\vec{R}_1$, $\vec{R}_2$, $\vec{R}_3$, $\vec{R}_4$ – вектори відстаней від центрів витків до струмів лінії. Сила ваги вагону направлена вниз по осі Oz .

Центр мас O_1 підвісу зміщений на відстань l в напрямку осі O_1z' і описується трьома декартовими координатами x' , y' , z' . Просторова орієнтація підвісу описується трьома кутами χ_4 , χ_5 , χ_6 , які визначають відповідно кути крену, тангажу та ширяння.

4.3. Формалізм Лагранжа для побудови динамічної моделі

Оскільки тіло зв'язане з рухомою системою координат, то для побудови математичної моделі будемо використовувати кути Ейлера-Крилова. Процес моделювання визначається наступною послідовністю дій.

1. Знаходимо вектори відстаней від ліній струмів до “найближчих” витків

$$\vec{R}_1 = \vec{\rho} + \vec{l} + \vec{B}_1 + \vec{A}_1 - \vec{B} - \vec{C}_1,$$

$$\vec{R}_2 = \vec{\rho} + \vec{l} - \vec{B}_1 + \vec{A}_1 + \vec{B} - \vec{C}_2,$$

$$\vec{R}_3 = \vec{\rho} + \vec{l} + \vec{B}_1 - \vec{A}_1 - \vec{B} - \vec{C}_3,$$

$$\vec{R}_4 = \vec{\rho} + \vec{l} - \vec{B}_1 - \vec{A}_1 + \vec{B} - \vec{C}_4,$$

де

$$\vec{\rho} = x\vec{i}_1 + y\vec{i}_2 + z\vec{i}_3, \quad \vec{l} = la_{31}\vec{i}_1 + la_{32}\vec{i}_2 + la_{33}\vec{i}_3, \quad \vec{B}_1 = B_1a_{21}\vec{i}_1 + B_1a_{22}\vec{i}_2 + B_1a_{23}\vec{i}_3,$$

$$\vec{A}_1 = A_1a_{11}\vec{i}_1 + A_1a_{12}\vec{i}_2 + A_1a_{13}\vec{i}_3, \quad -\vec{B} = -B\vec{i}_2, \quad -\vec{C}_i = -C_i\vec{i}_1, \quad i = \overline{1,4}.$$

Коефіцієнти a_{ij} , $i = \overline{1,3}$, $j = \overline{1,3}$ є компонентами матриці направляючих косинусів кутів переходу від рухомої системи координат до нерухомої

$$\begin{bmatrix} \cos \chi_5 \cos \chi_6 & \sin \chi_4 \sin \chi_5 \cos \chi_6 + \cos \chi_4 \sin \chi_6 & -\cos \chi_4 \sin \chi_5 \cos \chi_6 + \sin \chi_4 \sin \chi_6 \\ -\cos \chi_5 \sin \chi_6 & -\sin \chi_4 \sin \chi_5 \sin \chi_6 + \cos \chi_4 \cos \chi_6 & \cos \chi_4 \sin \chi_5 \sin \chi_6 + \sin \chi_4 \cos \chi_6 \\ \sin \chi_5 & -\sin \chi_4 \cos \chi_5 & \cos \chi_4 \cos \chi_5 \end{bmatrix},$$

де χ_4, χ_5, χ_6 – кути Ейлера-Крилова. Отримаємо

$$\vec{R}_i = R_{i1}\vec{i}_1 + R_{i2}\vec{i}_2 + R_{i3}\vec{i}_3, \quad i = \overline{1,4}.$$

Величини C_i підбираємо таким чином, щоб $R_{i1} = 0$, $i = \overline{1,4}$. Тоді вектор відстані має вигляд

$$\vec{R}_1 = (y + la_{32} + B_1a_{22} + A_1a_{12} - B)\vec{i}_2 + (z + la_{33} + B_1a_{23} + A_1a_{13})\vec{i}_3,$$

$$\vec{R}_2 = (y + la_{32} - B_1a_{22} + A_1a_{12} + B)\vec{i}_2 + (z + la_{33} - B_1a_{23} + A_1a_{13})\vec{i}_3,$$

$$\vec{R}_3 = (y + la_{32} + B_1 a_{22} - A_1 a_{12} - B) \vec{i}_2 + (z + la_{33} + B_1 a_{23} - A_1 a_{13}) \vec{i}_3,$$

$$\vec{R}_4 = (y + la_{32} - B_1 a_{22} - A_1 a_{12} + B) \vec{i}_2 + (z + la_{33} - B_1 a_{23} - A_1 a_{13}) \vec{i}_3.$$

2. Поділимо розмірні величини y, z, l, B, B_1 на A_1 і перетворимо їх на безрозмірні. Позначимо

$$x_2 = \frac{y}{A_1}, L = \frac{l}{A_1}, t_1 = \frac{B_1}{A_1}, t = \frac{B}{A_1}, x_3 = \frac{z}{A_1}, t = \frac{\tau}{w}, \omega_i = \frac{n_i}{w}, i = \overline{1,4}. \quad (4.1)$$

Тоді вектори відстаней можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} \vec{R}_1 &= A_1(x_2 + La_{32} + t_1 a_{22} + a_{12} - t) \vec{i}_2 + A_1(x_3 + La_{33} + t_1 a_{23} + a_{13}) \vec{i}_3 = A_1(R_{12} \vec{i}_2 + R_{13} \vec{i}_3), \\ \vec{R}_2 &= A_1(x_2 + La_{32} - t_1 a_{22} + a_{12} + t) \vec{i}_2 + A_1(x_3 + La_{33} - t_1 a_{23} + a_{13}) \vec{i}_3 = A_1(R_{22} \vec{i}_2 + R_{23} \vec{i}_3), \\ \vec{R}_3 &= A_1(x_2 + La_{32} + t_1 a_{22} - a_{12} - t) \vec{i}_2 + A_1(x_3 + La_{33} + t_1 a_{23} - a_{13}) \vec{i}_3 = A_1(R_{32} \vec{i}_2 + R_{33} \vec{i}_3), \\ \vec{R}_4 &= A_1(x_2 + La_{32} - t_1 a_{22} - a_{12} + t) \vec{i}_2 + A_1(x_3 + La_{33} - t_1 a_{23} - a_{13}) \vec{i}_3 = A_1(R_{42} \vec{i}_2 + R_{43} \vec{i}_3). \end{aligned} \quad (4.2)$$

3. Знайдемо взаємні індуктивності магнітного поля між лініями струму та витками, як функції параметрів системи. Магнітне поле, яке виникає в кожному витку підвісу, визначається як

$$\vec{B}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{2\vec{I} \times \vec{i}_{R_i}}{R_i}, \quad i = \overline{1,4}.$$

де $\vec{I} = -I \vec{i}_i$, $i = \overline{1,4}$ – вектор струму, $\vec{i}_{R_i} = \frac{\vec{R}_i}{R_i}$, $i = \overline{1,4}$ – одиничний вектор відстані. Тоді

$$\vec{B}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{2\vec{I} \times \vec{R}_i}{R_i^2}, \quad i = \overline{1,4}.$$

Розкривши векторний добуток і підставивши його у вираз, отримаємо формулу за якою виражається магнітне поле у першому витку

$$\vec{B}_1 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 c^2} \frac{A_1 I}{R_1^2} (R_{13} \vec{i}_2 - R_{12} \vec{i}_3).$$

Вважаємо, що витки мають однакову площу, тому площа одного витка

$$\vec{dS} = dS \vec{i}_3' = dS (a_{31} \vec{i}_1 + a_{32} \vec{i}_2 + a_{33} \vec{i}_3).$$

Магнітний потік через виток дорівнює

$$d\psi = \vec{B} d\vec{S}.$$

Оскільки витки однорідні, то магнітний потік в кожному витку визначається наступним чином

$$\psi_i = \vec{B}_i \vec{S}, \quad i = \overline{1,4}.$$

Магнітний потік в першому витку

$$\psi_1 = \frac{S}{2\pi\epsilon_0 c^2 A_1} I \left(\frac{R_{13}}{r_1^2} a_{32} - \frac{R_{12}}{r_1^2} a_{33} \right),$$

де $r_1 = \sqrt{R_{12}^2 + R_{13}^2}$. Знайдемо взаємну індуктивність. Вона має вигляд

$$L_{ij} = \frac{\psi_i}{I}.$$

Взаємна індуктивність першого витка і другої лінії струму має вигляд

$$L_{21} = \frac{S}{2\pi\epsilon_0 c^2 A_1} \left(\frac{R_{13}}{r_1^2} a_{32} - \frac{R_{12}}{r_1^2} a_{33} \right).$$

Аналогічно визначаються взаємні індуктивності 2, 3, 4-ого витків з відповідними 1, або 2-ою лініями струму.

Взаємна індуктивність другого витка і першої лінії струму має вигляд

$$L_{12} = \frac{S}{2\pi\epsilon_0 c^2 A_1} \left(-\frac{R_{23}}{r_2^2} a_{32} + \frac{R_{22}}{r_2^2} a_{33} \right),$$

де $r_2 = \sqrt{R_{22}^2 + R_{23}^2}$. Взаємна індуктивність третього витка і другої лінії струму дорівнює

$$L_{23} = \frac{S}{2\pi\epsilon_0 c^2 A_1} \left(\frac{R_{33}}{r_3^2} a_{32} - \frac{R_{32}}{r_3^2} a_{33} \right),$$

де $r_3 = \sqrt{R_{32}^2 + R_{33}^2}$. Взаємна індуктивність четвертого витка і першої лінії струму має вигляд

$$L_{14} = \frac{S}{2\pi\epsilon_0 c^2 A_1} \left(-\frac{R_{43}}{r_4^2} a_{32} + \frac{R_{42}}{r_4^2} a_{33} \right),$$

де $r_4 = \sqrt{R_{42}^2 + R_{43}^2}$.

4. Знаходимо потенціальну енергію системи. Вона дорівнює

$$U = (U_1 + U_2 + U_3 + U_4) + GA_1 x_3,$$

де G – гравітаційна стала. Знайдемо енергію магнітного поля, яка виникає внаслідок взаємодії магнітних полів кожного витка з відповідною лінією струму. Використовуючи формулу магнітної взаємодії струмів I_1 , I_2 , отримаємо, що вона виражається формулою

$$F_k = I_1 I_2 \frac{\partial L_{12}}{\partial x_k}, \quad \frac{\partial L_{12}}{\partial x_k} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_k} \iint \frac{\overline{dl_1} \overline{dl_2}}{r_{12}}. \quad (4.3)$$

Використавши загальновідомі формули

$$\psi_1 = L_{11} I_1 + L_{21} I_2, \quad \psi_2 = L_{21} I_1 + L_{22} I_2,$$

де ψ'_2 – магнітний потік в другій лінії струму, обчислимо залежність струмів від відстаней. Звідси знайдемо вирази для визначення струмів у витку та лінії струму

$$I_1 = \frac{\psi_1 L_{22} - \psi'_2 L_{21}}{L_{11} L_{22} - L_{21}^2}, \quad I_2 = \frac{\psi'_2 L_{11} - \psi_1 L_{21}}{L_{11} L_{22} - L_{21}^2}. \quad (4.4)$$

Підставивши (4.4) в (4.3), отримаємо вираз, який описує магнітну силу двох струмів через магнітні потоки та координати

$$F_k = \frac{(\psi_1 L_{22} - \psi'_2 L_{21})(\psi'_2 L_{11} - \psi_1 L_{21})}{(L_{11} L_{22} - L_{21}^2)^2} \frac{\partial L_{21}}{\partial x_k},$$

тут ψ_1 , ψ'_2 , L_{11} , L_{22} – сталі величини, L_{21} – функція геометричних координат. Використовуючи необхідну умову мінімуму потенціальної енергії (нуль першої похідної потенціальної енергії), отримаємо

$$\psi_1 L_{22} = \psi'_2 L_{21}^0, \quad \psi'_2 L_{11} = \psi_1 L_{21}^0.$$

Оскільки розглядається випадок взаємодії витку і лінії струму, для якої $L_{22} \rightarrow \infty$, $\psi'_2 \rightarrow \infty$, то отримаємо

$$F_k = \frac{(\psi'_2)^2 (L_{21}^0 - L_{21})}{L_{11} L_{22}^2} \frac{\partial L_{21}}{\partial x_k}.$$

Проінтегруємо цей вираз і обчислимо потенціальну енергію магнітного поля, яка виникає внаслідок взаємодії магнітних полів витка з відповідною лінією струму

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{(\psi'_2)^2 [L_{21}^0 - L_{21}]^2}{L_{11} L_{22}^2}.$$

Зробивши аналогічні викладки, отримаємо вирази для потенціальної енергії кожного витка та відповідної лінії струму

$$U_2 = \frac{1}{2} \frac{(\psi'_1)^2 [L_{12}^0 - L_{12}]^2}{\tilde{L}_{11}^2 L_{22}}, \quad U_3 = \frac{1}{2} \frac{(\psi'_2)^2 [L_{23}^0 - L_{23}]^2}{\tilde{L}_{22}^2 L_{33}}, \quad U_4 = \frac{1}{2} \frac{(\psi'_1)^2 [L_{14}^0 - L_{14}]^2}{\tilde{L}_{11}^2 L_{44}}.$$

Тут ψ'_1, ψ'_2 – магнітні потоки ліній струму, $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4$ – магнітні потоки у витках, $\tilde{L}_{11}, \tilde{L}_{22}$ – власні індуктивності ліній струму, $L_{11}, L_{22}, L_{33}, L_{44}$ – власні індуктивності витків. Оскільки витки ідентичні, то

$$\psi'_1 = \psi'_2, \quad \psi_1 = \psi_2 = \psi_3 = \psi_4, \quad \tilde{L}_{11} = \tilde{L}_{22}, \quad L_{11} = L_{22} = L_{33} = L_{44}.$$

Тому потенціальна енергія виражається з формули

$$U = \frac{1}{2} \frac{(\psi'_2)^2}{L_{11} \tilde{L}_{22}} \left\{ [L_{21}^0 - L_{21}]^2 + [L_{12}^0 - L_{12}]^2 + [L_{23}^0 - L_{23}]^2 + [L_{14}^0 - L_{14}]^2 \right\} + GA_1 x_3,$$

де $L_{21}^0, L_{12}^0, L_{23}^0, L_{14}^0$ – взаємні індуктивності незбуреного руху визначаються за формулами

$$L_{21}^0 = \frac{S}{2\pi\epsilon_0 c^2 A_1} \left(-\frac{t_1 - t}{A_1 ((t_1 - t)^2 + (x_3 + L)^2)} \right),$$

$$[L_{21}^0 - L_{21}]^2 = \frac{S}{2\pi\epsilon_0 c^2 A_1} \left(-\frac{t_1 - t}{A_1 ((t_1 - t)^2 + (x_3 + L)^2)} - \frac{R_{13}}{r_1^2} a_{32} + \frac{R_{12}}{r_1^2} a_{33} \right)^2,$$

$$L_{12}^0 = \frac{S}{2\pi\epsilon_0 c^2 A_1} \frac{-t_1 + t}{A_1 ((-t_1 + t)^2 + (x_3 + L)^2)},$$

$$[L_{12}^0 - L_{12}]^2 = \frac{S}{2\pi\epsilon_0 c^2 A_1} \left(\frac{-t_1 + t}{A_1 ((-t_1 + t)^2 + (x_3 + L)^2)} + \frac{R_{23}}{r_2^2} a_{32} - \frac{R_{22}}{r_2^2} a_{33} \right)^2,$$

$$L_{23}^0 = \frac{S}{2\pi\epsilon_0 c^2 A_1} \left(-\frac{t_1 - t}{A_1 ((t_1 - t)^2 + (x_3 + L)^2)} \right),$$

$$[L_{23}^0 - L_{23}]^2 = \frac{S}{2\pi\epsilon_0 c^2 A_1} \left(-\frac{t_1 - t}{A_1 ((t_1 - t)^2 + (x_3 + L)^2)} - \frac{R_{33}}{r_3^2} a_{32} + \frac{R_{32}}{r_3^2} a_{33} \right)^2,$$

$$L_{14}^0 = \frac{S}{2\pi\epsilon_0 c^2 A_1} \frac{-t_1 + t}{A_1((-t_1 + t)^2 + (x_3 + L)^2)},$$

$$[L_{14}^0 - L_{14}]^2 = \frac{S}{2\pi\epsilon_0 c^2 A_1} \left(\frac{-t_1 + t}{A_1((-t_1 + t)^2 + (x_3 + L)^2)} + \frac{R_{43}}{r_4^2} a_{32} - \frac{R_{42}}{r_4^2} a_{33} \right)^2.$$

Позначимо

$$D = \frac{1}{2} \frac{(\psi'_2)^2}{L_{11} L_{22}^2} \left(\frac{S}{2\pi\epsilon_0 c^2 A_1} \right)^2, \quad -M = \frac{-t_1 + t}{A_1((-t_1 + t)^2 + (x_3 - L)^2)}.$$

Тоді потенціальна енергія прийме вигляд

$$U = D \left\{ \left(-M + \frac{-R_{13}a_{32} + R_{12}a_{33}}{r_1^2} \right)^2 + \left(-M + \frac{R_{23}a_{32} - R_{22}a_{33}}{r_2^2} \right)^2 + \right. \\ \left. + \left(-M + \frac{-R_{33}a_{32} + R_{32}a_{33}}{r_3^2} \right)^2 + \left(-M + \frac{R_{43}a_{32} - R_{42}a_{33}}{r_4^2} \right)^2 \right\} + GA_1 x_3$$

Розкладемо в ряд Тейлора по змінним x_2, x_4, x_5, x_6 отриману потенціальну енергію. Розклад має вигляд

$$U = D(U_0 + U_{22}x_2^2 + U_{24}x_2x_4 + U_{44}x_4^2 + U_{55}x_5^2 + U_{66}x_6^2) + GA_1x_3, \quad (4.5)$$

5. Знаходимо кінетичну енергію системи. Оскільки, використовуємо кути Ейлера-Крилова, то вона має вигляд

$$T = \frac{1}{2} \left\{ m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + Aw^2 [\cos x_5 \cos x_6 \dot{x}_4 + \sin x_6 \dot{x}_5]^2 + Bw^2 [-\cos x_5 \sin x_6 \dot{x}_4 + \cos x_6 \dot{x}_5]^2 + \right. \\ \left. + Cw^2 (\dot{x}_6 + \dot{x}_4 \sin x_5)^2 \right\},$$

де m – маса підвісу, A – центральний момент інерції відносно осі O_1x' , B – центральний момент інерції відносно осі O_1y' , C – центральний момент інерції відносно O_1z' . Використовуючи умови (4.1) та умову $x_3 = \text{const}$, отримаємо наступний вираз кінетичної енергії

$$T = \frac{1}{2} w^2 \{ m A_1^2 (\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2) + A [\cos x_5 \cos x_6 \dot{x}_4 + \sin x_6 \dot{x}_5]^2 + B [-\cos x_5 \sin x_6 \dot{x}_4 + \cos x_6 \dot{x}_5]^2 + C (\dot{x}_6 + \dot{x}_4 \sin x_5)^2 \}$$

Розклавши вираз кінетичної енергії в ряд Тейлора, отримаємо

$$T = T_0 + T_5 x_5 + T_6 x_6 + T_{55} x_5^2 + T_{66} x_6^2,$$

де

$$T_0 = \frac{w^2}{2} [m A_1^2 (\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2) + A \dot{x}_4^2 + B \dot{x}_5^2 + C \dot{x}_6^2], \quad T_5 = w^2 C \dot{x}_4 \dot{x}_6, \quad T_{55} = \frac{w^2}{2} (C - A) \dot{x}_4^2,$$

$$T_6 = w^2 (A - B) \dot{x}_4 \dot{x}_5, \quad T_{66} = \frac{w^2}{2} [A (\dot{x}_5^2 - \dot{x}_4^2) + B (\dot{x}_4^2 - \dot{x}_5^2)].$$

6. Будуємо функцію Лагранжа

$$L = T_0 + T_5 x_5 + T_6 x_6 + T_{55} x_5^2 + T_{66} x_6^2 - \\ - D (U_0 + U_{22} x_2^2 + U_{24} x_2 x_4 + U_{44} x_4^2 + U_{55} x_5^2 + U_{66} x_6^2) + G A_1 x_3,$$

де величини T_0 , T_5 , T_6 , T_{55} , T_{66} , D , U_0 , U_{22} , U_{24} , U_{44} , U_{55} , U_{66} визначені вище.

7. Використовуючи рівняння Лагранжа

$$\frac{d}{d\tau} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} = \frac{\partial L}{\partial x_i}, \quad i = \overline{1,4}.$$

отримаємо математичну модель динамічного процесу у вигляді системи диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_2 &= \frac{-D}{w^2 m A_1^2} (2U_{22}x_2 + U_{24}x_4) \\
w^2 \left\{ \ddot{x}_4 \left[(B-A)x_6^2 + A + x_5^2(C-A) \right] + 2(B-A) \left[\dot{x}_4 x_6 - \frac{1}{2} x_5 \right] \ddot{x}_6 + \dot{x}_5 \left[2\dot{x}_4(C-A)x_5 + C\dot{x}_6 \right] - \right. \\
&\left. - \ddot{x}_5 (B-A)x_6 + C\ddot{x}_6 x_5 \right\} = -D(U_{24}x_2 + 2U_{44}x_4) \\
w^2 \left[(2\dot{x}_5 x_6 + \dot{x}_4)(A-B)\dot{x}_6 + ((A-B)x_6^2 + B)\ddot{x}_5 + (A-B)\ddot{x}_4 x_6 \right] &= T_5 + 2T_{55}x_5 - 2DU_{55}x_5 \\
Cw^2(\ddot{x}_6 + \ddot{x}_4 x_5 + \dot{x}_4 \dot{x}_5) &= (T_6 + 2T_{66}x_6 - 2DU_{66}x_6)
\end{aligned} \quad (4.6)$$

4.4. Аналіз математичної моделі

Отримана система (4.6) представлена у вигляді системи диференціальних рівнянь з квадратичною нелінійністю. Її розв'язки без особливих проблем можна знайти чисельно і проаналізувати вплив різних збурень на їх поведінку. Аналіз показав, що одним із зручних інструментів дослідження даної динамічної системи є система комп'ютерної алгебри Maple, яку будемо використовувати нижче.

Нехай (для прикладу) коефіцієнти системи приймають значення

$$\begin{aligned}
l=1.5, \quad x_3=-0.08, \quad t=0.4, \quad t_1=0.3, \quad M=-0.052, \\
D=15, \quad A=1, \quad B=C=2, \quad m=500, \quad A_1=5, \quad w=1,
\end{aligned} \quad (4.7)$$

а початкові умови

$$\begin{aligned}
x_2(0)=0.1, \quad x_4(0)=0.2, \quad x_5(0)=0.05, \quad x_6(0)=0.1, \\
\dot{x}_2(0)=0, \quad \dot{x}_4(0)=0, \quad \dot{x}_5(0)=0, \quad \dot{x}_6(0)=0.
\end{aligned} \quad (4.8)$$

Тоді система буде мати розв'язки, графіки яких представлені на рис. 4.5 – 4.9.

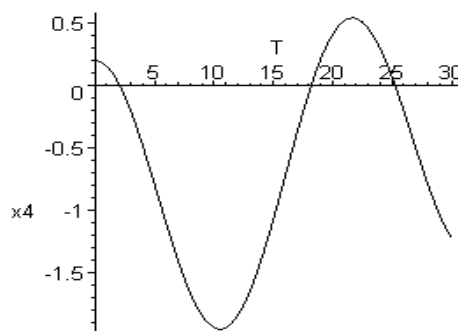


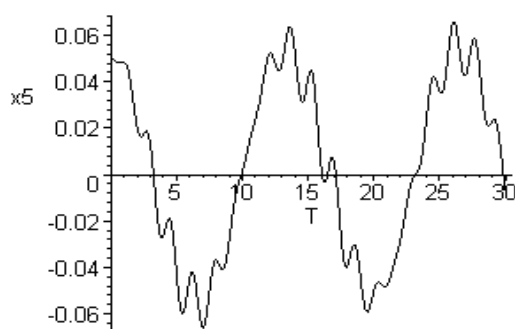
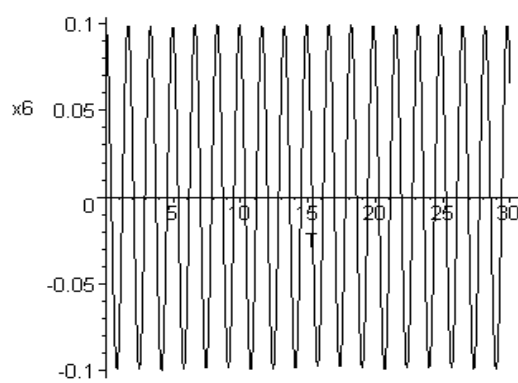
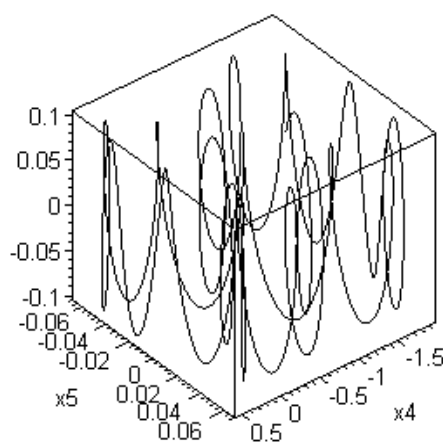
Рис. 4.5. Фазовий портрет кута крену x_4 Рис. 4.6. Фазовий портрет кута тангажу x_5 Рис.4. 7. Фазовий портрет кута ширяння x_6 

Рис. 4.8. Фазовий портрет залежностей кутів крену x_4 ,
тангажу x_5 , ширяння x_6

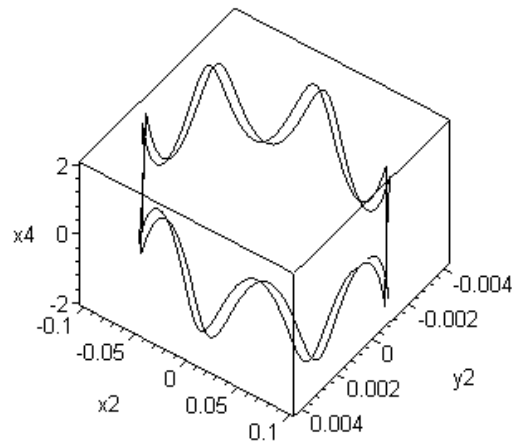


Рис. 4.9. Фазовий портрет бокове зміщення x_2 ,
бокова швидкість $\dot{x}_2$, кут крену x_4

Аналогічно можна побудувати графіки розв'язків даної системи для інших початкових даних і параметрів системи (4.6).

Отже, для частинного випадку струмонесучих надпровідних елементів на вільному вагоні та нерухомої в просторі двохпровідної лінії постійного струму побудовано математичну модель руху вагону на магнітному підвісі, яка дозволяє знаходити розв'язки і аналізувати вплив збурень різного типу на динамічну поведінку системи.

4.5. Перспективи розвитку та техніко-економічний аналіз магнітолівітуючого транспорту

Стратегія подальшого розвитку магнітолівітуючого транспорту (Maglev) реалізується за двома основними векторами. Перший спрямований на інтеграцію магнітних технологій в існуючу транспортну інфраструктуру, зокрема розробку проектів модернізації залізничних колій для забезпечення сумісності станційних комплексів, а також концепцій вбудовування магнітного полотна в структуру сучасних автострад. Другий вектор передбачає вдосконалення фізичних принципів самої левітації.

Фундаментальною проблемою створення систем магнітного підвісу є неможливість досягнення стійкої рівноваги у статичному електромагнітному полі (наслідок теореми Ірншоу). Будь-яка конфігурація статичних полів, що включає гравітаційні, електростатичні та магнітостатичні сили, є нестабільною без застосування систем активного керування або діамагнітних ефектів.

Якісним стрибком у вирішенні цієї проблеми стало використання високотемпературних надпровідників (ВТНП). Застосування ВТНП-матеріалів дозволяє реалізувати ефект самостабілізації (пінінг магнітного потоку), що забезпечує стійку левітацію без складних систем зворотного зв'язку. Важливою експлуатаційною перевагою є можливість використання рідкого азоту (77 К) замість дорогого рідкого гелію, що суттєво знижує експлуатаційні витрати. [16]

Водночас, системи на основі надпровідних магнітів мають специфічні недоліки:

Проблема малих швидкостей. Електродинамічна левітація виникає лише при досягненні певної швидкості (близько 100–150 км/год), тому для розгону та гальмування необхідна наявність колісних шасі.

Електромагнітна безпека. Потужні магнітні поля розсіювання вимагають екранування пасажирського салону для захисту електронних пристроїв (носіїв даних) та пасажирів із кардіостимуляторами. [17]

Альтернативним підходом є використання систем на постійних магнітах (типу Inductrack), що базуються на масивах Хальбаха. Такі системи є енергонезалежними в режимі активації та забезпечують левітацію вже при швидкостях близько 5 км/год. Проте висока вартість рідкісноземельних магнітів стримує комерціалізацію цього напрямку.

Маглев займає нішу між високошвидкісною залізницею та авіацією, забезпечуючи конкурентну перевагу на відстанях до 1000 км. Попри давню історію розробок, масове впровадження технології стримується відсутністю інтеграції з існуючою залізничною мережею. [18,19]

ВИСНОВКИ

У кваліфікаційній роботі проведено комплексне дослідження фізичних основ та прикладних аспектів надпровідності, а також здійснено моделювання динаміки транспортних засобів на магнітному підвісі. За результатами виконаної роботи можна зробити наступні висновки:

Аналіз теоретичних засад та еволюції технологій. Встановлено, що явище надпровідності пройшло шлях від фундаментального лабораторного відкриття до основи сучасних високотехнологічних галузей. Критичний аналіз мікроскопічної теорії та електромагнітних властивостей (зокрема ефекту Мейснера та пінінгу вихрів Абрикосова) підтверджує, що саме ці квантові ефекти є ключовими для створення стабільних магнітних систем великої потужності.

Систематизація сфер практичного застосування. Показано, що впровадження надпровідних компонентів (соленоїдів, генераторів, СКВІДів) дозволяє досягти граничних параметрів чутливості та енергоефективності, недосяжних для традиційної електроніки. Виявлено, що найбільш перспективними напрямками є створення безвтратних ліній електропередачі та надпотужних магнітних систем для термоядерного синтезу і медичної діагностики.

Теоретичне обґрунтування умов левітації. Досліджено фізичну природу магнітної потенціальної ями в системі ідеально провідних контурів. Визначено необхідні та достатні умови існування мінімуму потенціальної енергії, що доводить принципову можливість реалізації стійкої пасивної левітації за рахунок властивості незмінності магнітного потоку у надпровіднику.

Моделювання динаміки магнітолевітуючого транспорту. Розроблено математичну модель руху магнітної системи з надпровідними контурами в полі двопровідної лінії. Чисельний аналіз моделі підтвердив ефективність використання електродинамічної левітації для стабілізації

руху на високих швидкостях. Доведено, що впровадження технології Maglev є стратегічно важливим кроком для вирішення глобальних проблем енергозбереження та екологічної безпеки транспорту.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Довгий Я. Чарівне явище надпровідності / Я. Довгий. Львів : Євросвіт, 2000. 156 с.
2. Локтев В. М. Стан і перспективи досліджень надпровідності / В. М. Локтев // Вісник НАН України. 2011. № 4. С. 12–21.
3. Гунчук А. В. Перспективи впровадження поїздів на магнітній подушці в Україні / А. В. Гунчук // Вісник транспортної інженерії. 2018. Вип. 3. С. 45–52.
4. Lee H. W., Kim K. C., Lee J. Review of maglev train technologies / H. W. Lee, K. C. Kim, J. Lee // IEEE Transactions on Magnetics. 2006. Vol. 42, no. 7. P. 1917–1925.
5. Cai Y., Chen S. S. Dynamic characteristics of maglev systems / Y. Cai, S. S. Chen // Argonne National Laboratory Report. USA, 1995.
6. Свідзинський А. В., Вілігурський О. М. Лекція з фізики надпровідності / А. В. Свідзинський, О. М. Вілігурський. Луцьк : Вежа Волин. держ. ун-ту ім. Лесі Українки, 2003. 82 с.
7. Свідзинський А. В. Мікроскопічна теорія надпровідності. Ч. 1 / А. В. Свідзинський. Луцьк : Ред.-вид. відд. «Вежа», 2001. 256 с.
8. Iwasa Y. Case Studies in Superconducting Magnets: Design and Operational Issues / Y. Iwasa. 2nd ed. New York : Springer, 2009. 676 p.
9. Ekin J. W. Experimental Techniques for Low-Temperature Measurements / J. W. Ekin. Oxford : Oxford University Press, 2006. 698 p.
10. Rabinowitz M. Superconducting Power Generation / M. Rabinowitz // arXiv preprint physics/0302067. 2003. 28 p.
11. Kirtley J. L. Superconducting Electric Machines / J. L. Kirtley // IEEE Power Engineering Review. 2002. Vol. 22, no. 11. P. 13–15.
12. Glebov I. A., Chubraeva L. I. Superconducting Electrical Machines: State of the Art and Future Developments / I. A. Glebov, L. I. Chubraeva // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. 1999. Vol. 9, no. 2. P. 1253–1258.

13. Geng J., Zhang H. High Temperature Superconducting Flux Pumps for Contactless Energization / J. Geng, H. Zhang // Crystals. 2022. Vol. 12, no. 6. P. 766.
14. Bumby C. W. et al. Design of a 60 kA flux pump for HTS fusion toroidal field coils / C. W. Bumby // Superconductor Science and Technology. 2023. Vol. 36. P. 045001.
15. Wang W. et al. A Linear-Motor Type HTS Flux Pump With Pumped Current Exceeding 640 A / W. Wang // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. 2021. Vol. 31, no. 8. P. 1–5.
16. Deng Z. et al. High-temperature superconducting maglev systems: Status and outlook / Z. Deng, W. Zhang, J. Zheng // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. 2021. Vol. 31, no. 8. P. 1–9. (Оглядова стаття про сучасний стан ВТНП маглевів, яка підтверджує тези про стабілізацію та азотне охолодження).
17. Li J. et al. Electromagnetic environment safety analysis of high-speed maglev transportation / J. Li, Q. Li // Safety Science. 2020. Vol. 128. P. 104762. (Джерело для підтвердження тези про небезпеку магнітних полів для пасажирів та електроніки).
18. Sui Y. et al. Control strategies for suspension systems in maglev trains: A review / Y. Sui, Z. Yang // IEEE Access. 2023. Vol. 11. P. 12850–12865. (Підтверджує тезу про необхідність надшвидких систем керування зазором).
19. Zhang W. et al. Heavy-haul HTS maglev technology: Opportunity and challenges / W. Zhang, J. Wang // Chinese Journal of Electrical Engineering. 2022. Vol. 8, no. 1. P. 1–13. (Аналіз вантажопідйомності та економічних викликів).