

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ВОЛИНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ЛЕСІ УКРАЇНИ

Кафедра математичного аналізу та статистики

ЗІМІЧ ОЛЕНА СЕРГІЇВНА

Графічно - ілюстративний метод при вивченні
стереометрії в старших класах

Спеціальність : 014 Середня освіта(Математика)
Освітньо-професійна програма: «Середня освіта.
Математика»
Робота на здобуття освітнього ступеня «Магістр»
Науковий керівник:
СОЛІЧ КАТЕРИНА ВАСИЛІВНА,
Кандидат фізико-математичних наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНО ДО ЗАХИСТУ

Протокол № _____

Засідання кафедри математичного аналізу та

Статистики

від _____ 202__р.

Завідувач кафедри

(підпис)

ПБ

Луцьк 2025

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
Розділ 1. Теоретичні основи графічно-ілюстративного методу в навчанні стереометрії..	7
1.1 Поняття та особливості стереометрії в шкільному курсі математики	7
1.2 Роль графічно-ілюстративного методу у вивченні геометричних фігур.....	10
1.3. Психолого-педагогічні аспекти використання графічно-ілюстративного методу.....	14
Розділ 2. Сучасні інформаційно-комунікаційні технології для демонстрації стереометричних перерізів.....	18
2.1 Переваги і обмеження використання ІКТ у навчанні стереометрії.	18
2.2. Огляд програмного забезпечення для моделювання тривимірних фігур у шкільному курсі математики	22
2.3. Можливості і функції демонстрації перерізів у вибраних ІКТ-програмах.....	26
Розділ 3. Практична реалізація графічно-ілюстративного методу з використанням ІКТ на уроках стереометрії.....	29
3.1. Розробка навчальних матеріалів і демонстраційних моделей перерізів фігур.	29
3.2. Методика проведення уроків математики із застосуванням інформаційно-комунікаційних технологій.....	41
3.3 Аналіз ефективності впровадження графічно-ілюстративного методу на основі експерименту в старших класах.....	46
Висновки	52
Використана література.....	55
Додаток 1.....	59
Додаток 2.....	67

ВСТУП

Актуальність теми. Сучасне суспільство характеризується динамічними змінами у політичній, економічній та соціальній сферах. У цих умовах ключовою стає здатність людини швидко адаптуватися, гнучко реагувати на нові виклики, виявляти проблеми та знаходити ефективні шляхи їх розв'язання. Важливим є й уміння працювати з інформацією: від пошуку до її практичного використання. Відповідно, процеси трансформації суспільства безпосередньо впливають на освітню галузь, що потребує постійного оновлення та модернізації.

Згідно з **Державним стандартом базової середньої освіти**, головною метою математичної освіти визначено оволодіння учнями необхідними знаннями, вміннями та навичками, які є затребуваними як у повсякденному житті, так і в майбутній професійній діяльності. При цьому підкреслюється важливість формування цілісного наукового світогляду, розуміння ролі математичних ідей у житті людини, а також посилення практичної спрямованості курсу. На це, зокрема, вказує і **Навчальна програма з математики для 10–11 класів** (алгебра, початки аналізу, геометрія).

Питання прикладної орієнтації математичної освіти підтверджується і результатами міжнародного дослідження **Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS)**, яке відстежує тенденції успішності учнів та аналізує якість математичної підготовки у різних країнах. Воно виявляє ефективні освітні практики й підходи, які сприяють кращим результатам у навчанні.

Теоретичні основи й різні шляхи реалізації прикладної спрямованості розглянуті у працях відомих учених і методистів: **Александрова О., Астряба О., Бевза Г. [5], Дубінчука О., Красницького М. [20], Слєпканя З. [38], Тесленка І. [40], Тереха О. [41] та ін..** Наприклад, **Фірсов В. [41]** пропонує принципи, на яких має ґрунтуватися прикладна спрямованість; **Бевз Г. [5], Дубінчук О. [20], Слєпкань З. [38], Тесленко І. [40]** розробляють методичні прийоми розв'язування задач прикладного змісту; **Красницький М. [20]** визначає необхідні умови її впровадження у школі.

Прикладна складова розглядається і як спосіб активізації пізнавальної діяльності (Ігнатенко М., Красницький М. [20]), і як функція самого процесу навчання (Адигозалов А.). **Трепліна О.** доводить, що зв'язок між прикладною спрямованістю предмета і мотивацією до його вивчення є безпосереднім. У працях **Бондаря С. [10], Дутки Г., Крутихіної М., Морозова Г.** досліджується питання формування умінь застосовувати математику у різних сферах. Методичні аспекти реалізації прикладної спрямованості, зокрема у викладанні алгебри й аналізу, розглядають **Дубінчук О. [20], Соколенко Л.** Серед засобів її забезпечення виділяють практичні задачі, міжпредметні зв'язки, лабораторні роботи, а також використання історичних відомостей про математичні поняття (Бондар С. [10], Бурда М. [12]).

Значущість формування в учнів навичок практичної діяльності підкреслюють **Полонський В., Прус А. [33], Крилова Т., Павлов О., Сліпенко А., Тарасенкова Н. [12], Терешин М.** Водночас **Вітюк О., Хорошко Ю., Морзе М., Раков С.** акцентують увагу на впровадженні інформаційно-комунікаційних технологій і розвитку геометричного мислення.

Аналіз результатів **ЗНО та НМТ** свідчить, що для значної кількості учнів стереометричні завдання залишаються складними: вони часто не виконуються або містять суттєві помилки. Це підкреслює актуальність пошуку нових методів і вдосконалення існуючих підходів до прикладної спрямованості у навчанні стереометрії.

Об'єкт дослідження – процес вивчення стереометрії у старшій школі.
Предмет дослідження – прикладна орієнтація курсу стереометрії.
Мета роботи – обґрунтувати й розробити методику реалізації прикладної спрямованості в шкільному курсі стереометрії.

Завдання дослідження:

1. Визначити цілі та завдання вивчення стереометрії, окреслити її місце у розвитку просторового мислення.
2. Розкрити поняття прикладної спрямованості в контексті стереометрії.

3. Проаналізувати зміст курсу стереометрії на рівні стандарту й профільного навчання.

4. Розробити систему прикладних задач різних типів (обчислювальних, побудов, доведень, дослідницьких).

5. Окреслити особливості побудови просторових зображень.

Методологія дослідження включає: аналіз психолого-педагогічної й науково-методичної літератури, опрацювання нормативних документів, вивчення та узагальнення передового педагогічного досвіду.

Практичне значення полягає у створенні комплексу прикладних стереометричних задач, придатних для використання на уроках геометрії у ліцеях, а також у курсах математичних дисциплін у закладах вищої та фахової передвищої освіти.

Магістерська робота структурно складається зі вступу, трьох розділів, висновків, списку джерел і додатків.

У магістерській кваліфікаційній роботі **«Графічно-ілюстративний метод при вивченні стереометрії в старших класах»** досліджено теоретичні, психолого-педагогічні та практичні засади використання графічно-ілюстративного методу у навчанні геометрії. Актуальність роботи зумовлена необхідністю підвищення якості засвоєння стереометричного матеріалу учнями ліцеїв та забезпечення формування просторового мислення, що є важливим компонентом математичної компетентності сучасного школяра.

У першому розділі проаналізовано сутність стереометрії як розділу шкільного курсу математики, її роль у розвитку логічного та просторового мислення, а також обґрунтовано значення наочності у формуванні геометричних уявлень. Розкрито зміст графічно-ілюстративного методу, його місце в системі навчання та вплив на пізнавальну діяльність учнів.

Другий розділ присвячено огляду сучасних інформаційно-комунікаційних технологій, що застосовуються для моделювання просторових фігур та демонстрації перерізів. Розглянуто можливості програм GeoGebra 3D, Cabri 3D, SketchUp; визначено їх потенціал та обмеження в освітньому процесі.

У третьому розділі подано методику практичної реалізації графічно-ілюстративного методу на уроках стереометрії із використанням ІКТ. Розроблено навчальні матеріали, інтерактивні моделі перерізів фігур та запропоновано методичні рекомендації щодо їх застосування. Проведено педагогічний експеримент, результати якого підтверджують підвищення успішності й мотивації учнів за умов систематичного використання динамічної наочності.

У висновку підсумовано результати дослідження. Сформульовано рекомендації щодо впровадження ІКТ у навчальний процес.

Список використаних джерел містить перелік наукових, навчально-методичних матеріалів і ресурсів, які використовувалися під час написання роботи.

У додатках представлено приклади задач, плани уроків і додаткові матеріали, що демонструють практичне використання результатів дослідження.

Апробація результатів дослідження. Результати даного дослідження апробовані під час проведення практичних занять у процесі навчання математики в старшій школі.

Практичні матеріали, що подаються в роботі, були апробовані під час навчання в ЗЗСО «Седлищенський ліцей», де була проведена серія уроків із застосуванням графічно – ілюстративного методу при вивченні Стереометрії в старших класах, де інтеграція ІКТ сприяла покращеному засвоєнню матеріалу учнями.

Ці результати знайшли своє практичне застосування в навчальному процесі та підвищили ефективність формування математичних знань учнів.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ГРАФІЧНО-ІЛЮСТРАТИВНОГО МЕТОДУ В НАВЧАННІ СТЕРЕОМЕТРІЇ.

1.1 ПОНЯТТЯ ТА ОСОБЛИВОСТІ СТЕРЕОМЕТРІЇ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

Стереометрія є частиною геометрії, що вивчає властивості фігур у тривимірному просторі та їх взаємне розташування. У шкільному курсі математики вона посідає важливе місце не лише як навчальна дисципліна, а й як елемент загальнокультурного розвитку учнів. Стереометричні знання допомагають людині осмислювати закономірності навколишнього світу, орієнтуватися в архітектурі, природі, мистецтві та техніці. Геометричне мислення виникло одним із перших у процесі становлення інтелекту людства й окремої особистості, тому геометрія — це не просто навчальний предмет, а складова культурного досвіду цивілізації.

Функції стереометрії у формуванні просторового мислення

Формування просторового мислення є тривалим і системним процесом, що потребує цілеспрямованої педагогічної роботи. Розвинуте просторове мислення допомагає:

- краще сприймати форму й розташування предметів, уявляти їх взаємодію;
- виконувати складні просторові перетворення подумки, що важливо в інженерії, архітектурі, дизайні;
- удосконалювати логічне мислення та здатність будувати аргументовані міркування;
- розвивати творчу уяву, шукати нові способи розв’язування задач;
- відчувати власну компетентність і впевненість у навчанні;
- закладати основу для подальшого вивчення фізики, хімії, біології, технічних наук.

Геометрична компетентність як результат навчання.

Геометрична компетентність формується через розвиток трьох ключових якостей:

- **інтуїції**, яка дозволяє передбачати просторові співвідношення;
- **просторового мислення**, необхідного для аналізу й доведення властивостей геометричних фігур;
- **умінь виконувати геометричні побудови**, створювати моделі та креслення.

Ці складові тісно пов'язані між собою й утворюють основу геометричного мислення учнів.

Роль логіки й критичного мислення у вивченні геометрії.

Стереометрія сприяє не тільки поглибленню математичних знань, а й розвитку логічного й критичного мислення. Оскільки логіка як окремий предмет у шкільній програмі відсутня, саме вчитель математики має навчити учнів:

- послідовно будувати міркування;
- чітко формулювати твердження;
- доводити математичні факти на основі відомих положень;
- аналізувати інформацію та робити обґрунтовані висновки.

Одним із найефективніших способів розвитку критичного мислення є робота над проблемними задачами. Такі завдання мотивують учнів самостійно шукати нові знання та усвідомлювати обмеженість власного досвіду.

Формування просторових навичок у курсі стереометрії.

Перші елементи просторового мислення формуються ще у початковій школі, де учні вчаться орієнтуватися на площині, зображати та описувати предмети, порівнювати їх за формою та розміром. У 5–6 класах діти отримують базові уявлення про геометричні тіла — призму, піраміду, паралелепіпед, конус, циліндр, кулю — та знайомляться з поняттям об'єму.

Значення створення рисунків та побудов.

Суттєвий внесок у розвиток просторових уявлень робить побудова геометричних рисунків. Вона допомагає:

- зрозуміти форму та структуру фігури;
- виділити ключові елементи, необхідні для розв'язування задач;

- перетворити абстрактні поняття на наочні образи;
- навчитися аналізувати фігуру як єдине ціле та як систему взаємопов'язаних частин.

Особливо корисні задачі, що потребують допоміжних побудов. Вони вимагають від учнів уміння уявити невидимі елементи, визначити їхню роль у фігурі та вибрати оптимальний спосіб конструкції.

Завдання курсу геометрії у старшій школі.

У 10–11 класах вивчення стереометрії спрямоване на виконання кількох груп завдань:

1. Навчальні

- систематизація знань про просторові фігури, їхні властивості та взаємозв'язки;
- ознайомлення з основними геометричними перетвореннями;
- формування навичок вимірювання та обчислення величин;
- уміння застосовувати геометричні знання у практичних ситуаціях.

2. Виховні

- виховання культури точного математичного мовлення;
- формування відповідального ставлення до доказовості;
- розвиток уміння критично оцінювати інформацію;
- усвідомлення ролі геометрії в культурі, науці та технологіях.

3. Корекційно-розвивальні

- розвиток моторних, увагових та пам'яттєвих процесів;
- уточнення та поглиблення просторових уявлень.

4. Практичні

- виконання побудов за допомогою креслярських інструментів;
- застосування геометричних знань у реальних життєвих завданнях;
- формування навичок роботи з вимірювальними засобами.

Навчити учнів розв'язувати математичні задачі, зокрема геометричні, завжди було і залишається одним із найважливіших завдань навчання математики.

Стереометричні задачі мають свої специфічні особливості: просторові фігури не можна зобразити на малюнку без спотворень, і в цьому полягає складність сприймання та розв'язування стереометричної задачі. У зв'язку з цим учні натрапляють на такі труднощі: по-перше, необхідно уміти правильно зобразити просторову фігуру, врахувавши її властивості і властивості паралельної проекції; по-друге, необхідно уміти правильно уявити просторову фігуру за її умовним зображенням, аналіз матеріалу із задачами з геометрії 10 – 11 класів показав, що більшість задач на обчислення, доведення і дослідження сполучаються із задачами на побудову. Отже, основою методики навчання розв'язуванню стереометричних задач є, перш за все, навчання розв'язуванню задач на побудову. Розв'язуванням задачі на побудову розпочинається розв'язування будь-якої стереометричної задачі. Озброєння учнів алгоритмами розв'язання основних типів задач на побудову є запорукою успішного розв'язання стереометричних задач.

1.2 РОЛЬ ГРАФІЧНО-ІЛЮСТРАТИВНОГО МЕТОДУ У ВИВЧЕННІ ГЕОМЕТРИЧНИХ ФІГУР

У сучасній методиці навчання математики значну увагу приділяють методам, що забезпечують не лише засвоєння теоретичного матеріалу, а й формування в учнів стійких умінь практично застосовувати здобуті знання у різних навчальних і життєвих ситуаціях. Одним із найефективніших засобів досягнення цієї мети є графічно-ілюстративний метод, який ґрунтується на систематичному використанні різноманітних видів наочності. Цей метод дозволяє зробити навчальний процес більш доступним, зрозумілим та наближеним до реальних уявлень учнів про геометричні об'єкти й просторові відношення між ними.

Графічно-ілюстративний метод реалізується шляхом застосування різного типу зорових засобів — креслень, малюнків, моделей, схем, діаграм, фотографій, а також сучасних інтерактивних ресурсів, таких як динамічна геометрія (GeoGebra, Desmos), анімації та віртуальні 3D-моделі. В основі методу лежить переклад абстрактних математичних понять і закономірностей на зорові образи, які легко сприймаються та аналізуються учнями. Саме цей процес перетворення абстракції у конкретику сприяє глибшому усвідомленню змісту навчального матеріалу.

Науковці та педагоги України (Г. Бевз, М. Бурда, О. Істер, А. Мерзликін та ін.) підкреслюють, що візуалізація є однією з ключових умов засвоєння математичних знань у школі. Зокрема, вони наголошують, що геометрія як навчальний предмет значною мірою ґрунтується на розвитку просторового мислення, що неможливо без використання різних форм наочності. Графічно-ілюстративний метод, будучи одним із найефективніших засобів наочності, сприяє формуванню повноцінних уявлень про геометричні фігури та їхні властивості, активізує аналітичну та творчу діяльність учнів, допомагає уникнути формалізму у навчанні.

Значення графічно-ілюстративного методу у формуванні просторових уявлень.

Геометричні фігури є абстрактними математичними об'єктами, які не існують у реальному світі в ідеальній формі. Тому для повноцінного засвоєння понять, пов'язаних із точками, прямими, площинами, багатокутниками, многогранниками, тілами обертання, необхідно створити певний візуальний образ. Завдяки графічним ілюстраціям, кресленням і схемам учні отримують можливість побачити взаємне розташування елементів фігур, їхні розміри, форму, кутові й метричні характеристики.

Під час роботи з геометричними фігурами наочність відіграє роль «містка» між конкретними уявленнями та їх абстрактно-логічним опрацюванням. Учні, які лише опановують основи геометрії, часто відчують труднощі у переході від малюнка до узагальненого математичного образу, тому систематичне

використання графічних засобів сприяє формуванню здатності переносити особливості конкретної моделі на абстрактний рівень.

Одним із ключових завдань графічно-ілюстративного методу є розвиток просторової уяви, здатності уявляти об'єкти, що змінюються, моделювати у думці конструкції та виконувати просторові перетворення — обертання, симетрії, переміщення, масштабування. Наприклад, побудова перерізів многогранників, аналіз властивостей тіл обертання, визначення взаємного розміщення прямих і площин — усе це передбачає сформовані навички просторової візуалізації, які формуються саме за допомогою графічних засобів.

Роль графічно-ілюстративного методу у розвитку логічного та аналітичного мислення.

Графічні моделі виступають не лише засобом наочності, але й інструментом логічних міркувань. Аналіз схеми, малюнка чи креслення передбачає визначення ключових елементів, їх властивостей, взаємного розташування та зв'язків. Наприклад, розв'язуючи задачу з геометрії, учень аналізує креслення, виокремлює потрібні дані, виділяє шукані величини, встановлює відповідні залежності. Таким чином, візуалізація сприяє розвитку таких важливих розумових операцій, як порівняння, узагальнення, класифікація, встановлення причинно-наслідкових зв'язків.

Доведення теорем у геометрії нерідко потребує створення допоміжних побудов. Такі побудови, будучи частиною графічно-ілюстративного методу, активізують пошукову діяльність учнів, навчають їх знаходити способи перетворення фігур, робити логічні висновки на основі аналізу отриманих моделей. Поступове ускладнення графічних задач (наприклад, побудова за допомогою циркуля і лінійки, визначення місця точки, побудова перерізів) дозволяє підвищувати рівень логічного мислення.

Переваги графічно-ілюстративного методу у вивченні геометричних фігур.

Основні переваги цього методу можна сформулювати так:

1. **Покращення розуміння та сприйняття складних геометричних понять.** Зорові образи полегшують перехід від теорії до практики, допомагають учням інтерпретувати абстрактні поняття.
2. **Розвиток просторового та образного мислення.** Учні вчаться уявляти та моделювати геометричні фігури, що є важливою компетентністю не лише у математиці, а й у фізиці, інформатиці, архітектурі.
3. **Підвищення мотивації до навчання.** Використання яскравих, динамічних, інтерактивних моделей робить навчання більш цікавим та доступним.
4. **Сприяння формуванню стійких навичок побудови та аналізу креслень.** Ці навички корисні для подальшого професійного розвитку учнів.
5. **Підвищення ефективності розв'язування задач.** Завдяки наочності учні краще бачать взаємозв'язки між елементами задачі та швидше знаходять шляхи її розв'язання.

Сучасні технології як засіб підсилення графічно-ілюстративного методу.

Значно розширюють можливості цього методу сучасні цифрові інструменти. Програмні середовища динамічної математики дозволяють виконувати побудови, які змінюються в реальному часі. Учень може переміщувати точки, змінювати параметри фігур, аналізувати вплив цих змін на загальну модель. Такі способи роботи сприяють формуванню причинно-наслідкового мислення та розвитку дослідницьких умінь.

Цифрові засоби візуалізації дозволяють:

- моделювати складні просторові конструкції;
- створювати інтерактивні уроки;
- пояснювати важкі теми за допомогою анімацій;
- забезпечувати доступність навчання для учнів з різним рівнем підготовки.

1.3. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ АСПЕКТИ ВИКОРИСТАННЯ ГРАФІЧНО-ІЛЮСТРАТИВНОГО МЕТОДУ.

Психолого-педагогічні засади застосування графічно-ілюстративного методу у вивченні геометрії мають фундаментальне значення, оскільки вони визначають не лише форму подачі навчального матеріалу, а й характер розумової діяльності учнів, специфіку засвоєння понять, механізми переходу від конкретного до абстрактного. Графічна інформація традиційно розглядається в психології як одна з найбільш ефективних форм подання знань, особливо в тих галузях, де провідну роль відіграє просторове мислення. Саме тому геометрія як навчальний предмет практично неможлива без систематичного використання наочності, а графічно-ілюстративний метод виступає її центральним дидактичним інструментом.

Психологічні передумови ефективності методу.

З позицій когнітивної психології, більшість учнів шкільного віку належать до групи візуалів — осіб, чий домінуючий канал сприйняття пов'язаний із зоровими образами. Психологи зазначають, що людина запам'ятовує:

- близько 20–30 % інформації, отриманої на слух;
- до 60–70 % — через зорові образи;
- понад 80 % — за умови комбінування слухової та візуальної інформації.

Тому використання ілюстрацій, побудов, схем та моделей значно підвищує якість засвоєння геометричного матеріалу. Отже відсутність графічного опрацювання матеріалу часто стає причиною труднощів при виконанні абстрактних геометричних задач.

Роль наочності у формуванні просторового мислення.

Просторове мислення є одним із ключових компонентів математичного інтелекту. Наукові дослідження (Ж. Піаже, Д. Брунер, А. Лурія та ін.) показують, що воно формується поступово: від практичного маніпулювання предметами — до уявних перетворень.

Графічно-ілюстративний метод сприяє розвитку таких видів просторових операцій:

- аналіз просторового положення (визначення відстаней, розташування, зв'язків між елементами фігури);
- уявне переміщення (обертання, перенесення, симетрія);
- візуальне синтезування (об'єднання частин у єдине ціле);
- уявне конструювання нової фігури шляхом додавання елементів;
- моделювання (побудова образу фігури за її описом);
- декомпозиція (розбиття складної фігури на прості, зіставлення площ, об'ємів).

Таким чином, робота з графічними зображеннями сприяє формуванню системи геометричних уявлень, що є основою для подальшого засвоєння складних теоретичних положень.

Педагогічні функції графічно-ілюстративного методу.

Педагогічна ефективність методу пояснюється тим, що він виконує одразу декілька важливих функцій у навчальному процесі:

1. *Мотиваційна функція.* Наочний матеріал зменшує психологічний бар'єр перед геометрією, яка часто сприймається учнями як "важка" або "незрозуміла" дисципліна. Ілюстрації викликають інтерес, стимулюють допитливість, підвищують внутрішню мотивацію.
2. *Інформаційна функція.* Графіка дозволяє подати великий обсяг інформації компактно, структуровано, доступно.
3. *Пізнавальна функція.* Учні опановують прийоми аналізу, порівняння, узагальнення, встановлення зв'язків у межах однієї графічної моделі.
4. *Регулятивна функція.* Сам процес виконання побудов дисциплінує мислення, формує послідовність, точність, логічність.
5. *Корекційна функція.* Візуалізації дозволяють виправляти помилки на ранніх етапах засвоєння матеріалу, даючи можливість побачити, де саме виникло порушення логіки побудови.

6. *Розвивальна функція.* Розвиваються просторове мислення, уява, творче конструювання, що є основними компонентами математичної компетентності.

Психолого-педагогічні умови ефективного використання методу.

Щоб графічно-ілюстративний метод працював результативно, необхідно враховувати певні умови:

1. Відповідність віковим можливостям учнів. Молодші підлітки краще сприймають прості, чіткі зображення. Старші можуть працювати з абстрактними схемами та моделями.

2. Поступове ускладнення графічних завдань. Завдання мають рухатися від простих побудов — до складних просторових перетворень (перетин площин, перетворення тіл, уявні розгортки).

3. Поєднання графічного та словесного пояснення. Ілюстрація без коментаря може бути неправильно інтерпретована. Комбінація тексту, усного пояснення і графіки є найбільш ефективною.

4. Використання різних типів моделей:

- плоских,
- просторових,
- динамічних,
- інтерактивних.

Кожен тип виконує окрему функцію в навчанні.

5. Активна діяльність учнів. Метод буде неефективним, якщо учні лише спостерігають. Вони повинні будувати, моделювати, аналізувати, порівнювати.

Труднощі та психологічні бар'єри у роботі з графічним матеріалом.

Дослідження показують, що значна частина учнів має труднощі в:

- уявному обертанні фігур,
- переході від 2D-зображення до 3D-образу,
- співвіднесенні зображення на площині з реальним просторовим об'єктом,
- виділенні головного на схемі,
- розумінні масштабів, пропорцій, розташування точок.

Психологічна причина часто полягає у недостатньому розвитку образного компонента мислення. Саме графічно-ілюстративний метод дозволяє подолати ці труднощі через багаторазове відтворення та трансформацію зображень.

Використання цифрових ресурсів як психолого-педагогічний інструмент.

Сучасні програмні засоби дозволяють значно розширити можливості методу. Вони надають:

- миттєву візуалізацію побудов,
- можливість вільного маніпулювання моделями,
- зміну параметрів фігур у режимі реального часу,
- виконання складних просторових перетворень,
- створення ситуацій дослідження.

Психологічно це сприяє:

- формуванню інтересу,
- підвищенню мотивації,
- розвитку дослідницьких навичок,
- кращому розумінню складних просторових задач.

Це відповідає компетентнісному підходу Нової української школи, який передбачає активну роль учня в освітньому процесі.

РОЗДІЛ 2. СУЧАСНІ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ДЛЯ ДЕМОНСТРАЦІЇ СТЕРЕОМЕТРИЧНИХ ПЕРЕРІЗІВ

2.1 ПЕРЕВАГИ І ОБМЕЖЕННЯ ВИКОРИСТАННЯ ІКТ У НАВЧАННІ СТЕРЕОМЕТРІЇ.

Інформатизація та комп'ютеризація освітнього процесу є закономірною вимогою епохи новітніх технологій. ХХІ століття позначається активним впровадженням комп'ютерних засобів у всі сфери діяльності людини, і освіта тут не становить винятку. Як зазначають дослідники, *однією з ключових рис сучасного навчального процесу є його комп'ютеризація, що передбачає застосування обчислювальної техніки та інформаційних технологій для організації пізнавальної діяльності, а також збагачення змісту освіти необхідною текстовою й наочною інформацією.*

Сьогодні суспільство ставить перед освітою низку нових завдань, серед яких – створення ефективної педагогічної стратегії в умовах цифровізації та глобальної інформатизації всіх сфер життя. Використання комп'ютера у навчанні стає важливою тенденцією, яка не тільки забезпечує доступ до нових знань, а й виступає фундаментом для реалізації провідного дидактичного принципу – принципу наочності.

Водночас комп'ютеризація відкриває додаткові перспективи для досягнення головної мети навчально-виховного процесу – гармонійного розвитку особистості.

Математичний курс є однією з базових складових середньої освіти, а його вивчення у старших класах сприяє формуванню логічного мислення, уміння виділяти властивості предметів і явищ навколишнього світу, а також виховує уважність, наполегливість, працелюбність та самостійність. Окрім того, математика активно розвиває інтелектуальні здібності, пам'ять і творчу уяву школярів.

Комп'ютер природно інтегрується у шкільне життя і слугує ефективним технічним засобом, який істотно урізноманітнює навчальний процес. Робота з комп'ютером викликає в учнів позитивні емоції, а навіть ті, хто має труднощі у

навчанні, виявляють бажання працювати з ним. Помилки під час виконання завдань у програмі чи грі спонукають школярів звертатися до вчителя по допомогу або самостійно шукати правильні рішення, що сприяє накопиченню досвіду та навичок. Для педагога комп'ютер є також важливим інструментом: він дозволяє краще оцінити здібності учнів, мотивує до пошуку нових, нестандартних форм навчання і створює широке поле для прояву професійної та творчої активності.

Засоби навчання – це сукупність об'єктів, цілеспрямоване використання яких забезпечує засвоєння знань і формування практичних умінь учнів. У широкому розумінні до засобів навчання відносять будь-які матеріальні об'єкти, що сприяють досягненню цілей навчального процесу. У вузькому – під ними розуміють підручники, наочні посібники, технічні засоби, інформаційно-комунікаційні ресурси, меблі, інструменти тощо. Як і методи, засоби навчання реалізують освітні, виховні та розвивальні функції.

У дидактиці існує кілька підходів до класифікації засобів навчання. Частина вчених виділяє групи залежно від суб'єкта їх використання. Так, можна розрізняти засоби, що застосовує вчитель (наочні посібники, технічне обладнання, демонстраційні матеріали), засоби індивідуального користування учня (зошити, підручники, довідники, атласи, навчальне приладдя) та засоби спільного користування (меблі, карти, спортивний інвентар).

За формою подання навчальної інформації виділяють:

1. Візуальні (підручники, схеми, карти, моделі).
2. Аудіальні (магнітофони, музичні інструменти, програвачі).
3. Аудіовізуальні (відео, телебачення, мультимедійні комп'ютерні системи).

Н. В. Морзе пропонує розподіл засобів навчання за основними дидактичними функціями:

1. Інформаційні (підручники, посібники).
2. Дидактичні (таблиці, плакати, програмні засоби, відеофільми).

3. Технічні (аудіовізуальні, комп'ютер, телекомунікаційні та мультимедійні системи, VR).

Крім традиційних засобів, важливе місце сьогодні посідають нові інформаційно-комунікаційні технології. Додані мультимедійні ресурси та сучасні комунікаційні платформи значно розширюють можливості навчання.

Комп'ютерне навчання можна вважати новим напрямом освітньої діяльності, особливо актуальним для школи, адже саме тут формується покоління майбутніх фахівців інформаційного суспільства. Якщо для попередніх поколінь основним джерелом знань була книга, то нині цю функцію дедалі більше бере на себе комп'ютер.

Застосування ІКТ на уроках математики забезпечує низку переваг:

- швидкий зворотний зв'язок між учителем і учнем;
- наочне представлення матеріалу у статичній і динамічній формах;
- моделювання процесів та проведення віртуальних експериментів;
- автоматизацію контролю та аналізу результатів;
- створення локальних чи мережевих баз знань;
- організацію дистанційного навчання і консультацій.

Зважаючи на особливості людського сприйняття, більшість навчальних повідомлень подаються у візуальній формі, адже саме зір забезпечує найбільший обсяг отриманої інформації. Оптимальним вважається поєднання словесного і візуального подання, що досягається завдяки використанню мультимедійних засобів.

Застосування комп'ютера дає змогу не тільки урізноманітнити навчання, а й зробити його більш керованим. Учні вчатьса самоконтролю, взаємодії в групах, вчасно виявляють та виправляють помилки. Теоретичне і практичне значення методики впровадження ІКТ у навчання математики стало підґрунтям вибору проблеми цього дослідження.

Важливим фактором успішної комп'ютеризації навчання є наявність сучасної техніки і програмного забезпечення. Педагогам потрібно знати цілі,

напрями та методи використання ІКТ, володіти спеціалізованими програмами та усвідомлювати їхні можливості для організації пізнавальної діяльності школярів.

Одним із ефективних шляхів є впровадження інформаційних технологій у шкільний процес на основі психолого-педагогічних принципів та методичних розробок. Це дозволяє враховувати індивідуальні можливості кожного учня і підвищувати якість освіти.

Особливу роль у цьому процесі має відігравати вища школа, яка повинна створювати електронні бібліотеки, розвивати дистанційне навчання, впроваджувати сучасні програмні комплекси, особливо у викладанні дисциплін математичного циклу.

Важливо враховувати і міжнародний досвід, адаптуючи найкращі європейські практики. На державному рівні необхідно забезпечити належні умови для інтеграції ІКТ у систему освіти.

Використання комп'ютера у навчанні має безліч позитивних сторін: від розширення можливостей програмованого навчання до наочного пояснення складних процесів, доступу до баз даних, проведення експериментів та поєднання традиційних і сучасних методів викладання.

Контроль знань є невід'ємною частиною будь-якого навчального процесу. У цьому контексті комп'ютерні програми для тестування та перевірки знань відіграють особливо важливу роль. Вони забезпечують об'єктивність оцінювання, зменшують ризик списування і підвищують мотивацію учнів до навчання.

Таким чином, інформаційно-комунікаційні технології виступають новим педагогічним інструментом, який відкриває широкі перспективи для інновацій. Головним завданням школи є формування освіченої, творчої, ініціативної молоді, здатної адаптуватися до умов стрімко змінюваного світу та брати активну участь у науково-дослідницькій і професійній діяльності.

Разом із тим, застосування ІКТ у викладанні математики стикається з певними суперечностями:

- швидкий розвиток ІТ і повільне оновлення програм підготовки вчителів;

- часте оновлення математичних програм і недостатня кваліфікація педагогів у сфері ІТ;
- орієнтація навчання на ЗНО та ДПА без використання комп'ютерних засобів;
- нестача техніки та програм у школах.

Перші дві суперечності можуть бути розв'язані завдяки систематичному моніторингу новітніх програм, оновленню курсів і регулярному підвищенню кваліфікації вчителів математики.

Аналіз науково-методичних праць свідчить про наявність значної кількості комп'ютерних інструментів для підтримки розв'язування математичних задач. Вони охоплюють:

- Геометричні побудови (криві, багатокутники, конічні перерізи, вимірювання, робота з векторами).
- Алгебраїчні операції (з комплексними числами, матрицями, математичними виразами).
- Арифметичні інструменти (НСД, НСК, розклад на прості множники, перевірка простоти).
- Аналіз (розв'язування рівнянь, пошук екстремумів, обчислення границь, похідних, інтегралів).
- Статистику (характеристики вибірок, розподіли, аналіз).
- Методичні засоби (тестування, перевірка побудов, анімація).

Такі інструменти широко застосовуються у навчанні шкільної математики й доводять ефективність інтеграції ІКТ у сучасний освітній процес.

2.2. ОГЛЯД ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ТРИВИМІРНИХ ФІГУР У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

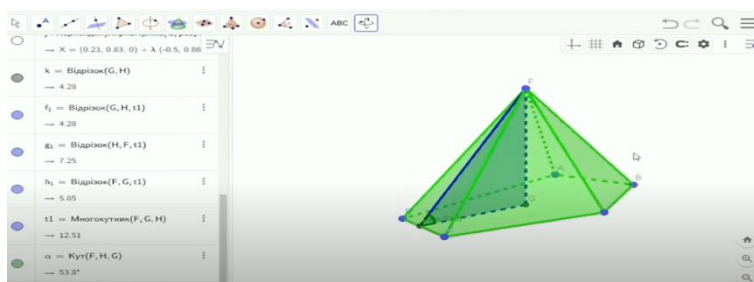
1. GeoGebra 3D.

Призначення: інтерактивне створення й візуалізація тривимірних об'єктів, побудова площин, прямих, тіл обертання.

Переваги:

- безкоштовна та доступна онлайн;
- інтегрується з 2D-середовищем GeoGebra;
- дозволяє будувати перерізи, експериментувати з об'єктами в режимі реального часу.

Використання на уроці: демонстрація властивостей просторових тіл, побудова моделей для задач з геометрії.



(рис. 2.2.1)

(схематичний приклад моделі піраміди в GeoGebra 3D)

2. Cabri 3D

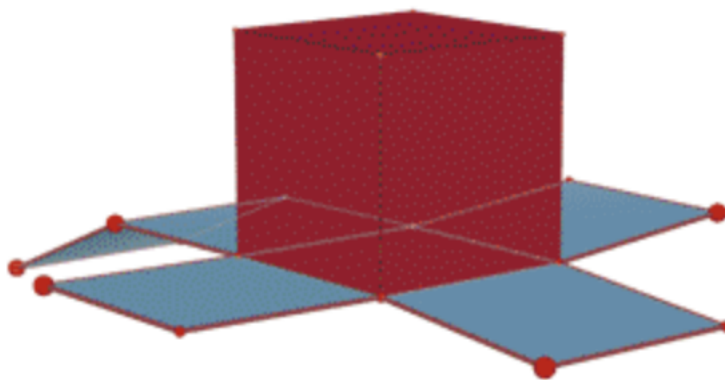
Призначення: динамічна геометрія у просторі, акцент на дослідження властивостей тіл.

Переваги:

- зручний інтерфейс для побудови класичних геометричних конструкцій;
- можливість маніпулювати об'єктами у просторі (обертати, змінювати розміри);
- підтримка навчальних сценаріїв для вчителів.

Використання на уроці: побудова пірамід, призм, перевірка властивостей кутів, перпендикулярності та паралельності

(схематичний приклад куба в Cabri 3D) (рис. 2.2.2)



(рис. 2.2.2)

4. SketchUp

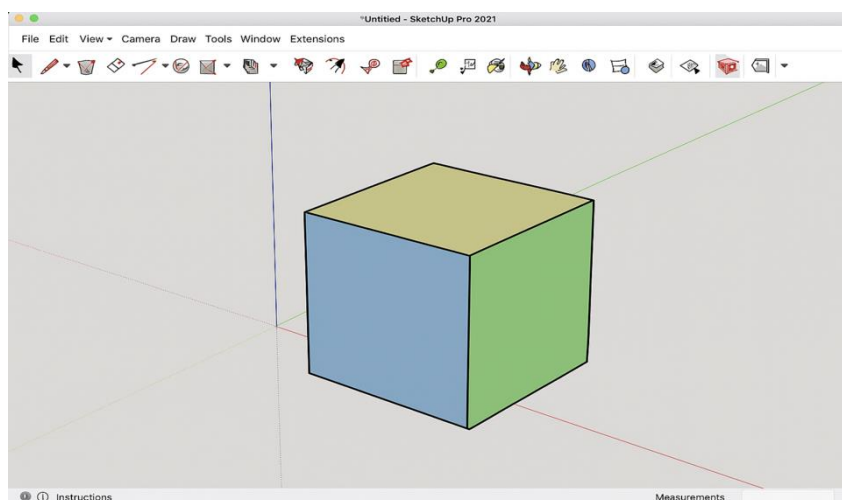
Призначення: професійне, але просте у використанні ПЗ для 3D-моделювання (архітектура, дизайн).

Переваги:

- інтуїтивно зрозумілі інструменти;
- велика бібліотека готових моделей;
- підходить не лише для геометрії, а й для міжпредметних проєктів (інформатика, технології, образотворче мистецтво).

Використання на уроці: створення складних композицій (наприклад, моделей багатогранників чи комбінованих фігур), підготовка учнів до проєктних робіт.

(схематичний приклад багатогранника в SketchUp) (рис. 2.2.3)



(рис. 2.2.3)

Отже:

- **GeoGebra 3D** — найкращий варіант для базового шкільного використання (безкоштовна, доступна, інтуїтивна).
- **Cabri 3D** — корисна для вивчення властивостей тіл і точних побудов.
- **SketchUp** — підходить для творчих завдань і міжпредметних проєктів.

Порівняння можливостей.

Програма	Типи моделей / тіл	Інтерфейс / спосіб побудови	Платформи / доступність	Особливості
GeoGebra 3D	поверхні, призми, конуси, сфери, інші тверді тіла	алгебра + графіка, динамічні інструменти, команди	веб, ПК, мобільні	швидка побудова, інтерактивність, викладки, акцент на освіті
Cabri 3D	тверді тіла, анімації в геометрії; побудова в просторі	інтуїтивний інтерфейс, підтримка прикладів	ПК (Windows, Mac)	орієнтованість на навчання, візуалізація складних тверджень
SketchUp	архітектурні моделі, дизайн, моделі з деталями; не стільки	дуже візуальний, модульність, групи/компоненти	ПК, Web, можливо мобільні	сильні можливості по роботі зі сценами, інтер'єром, перерізами

	поверхні як у математичних			для архітектури
--	-------------------------------	--	--	--------------------

2.3. МОЖЛИВОСТІ І ФУНКЦІЇ ДЕМОНСТРАЦІЇ ПЕРЕРІЗІВ У ВИБРАНИХ ІКТ-ПРОГРАМАХ.

Переріз (section) — це перетин тривимірного об’єкта площиною. Демонстрація перерізів важлива для кращого розуміння внутрішньої будови фігур, властивостей форм, для побудови поперечних зрізів, побудови тіней, планів, секцій у архітектурі чи інженерії.

GeoGebra 3D.

- Хоч GeoGebra має 3D-графічне вікно з підтримкою площин, поверхонь, тіл, але пряма підтримка перерізів через площину, котра “вирізає” внутрішню частину тіла, є менш розвиненою ніж у SketchUp. Проте можна створювати площини (Plane) і знаходити перетини між площиною та тілом за допомогою команд або перетинів.
- Можливість візуалізації таких перетинів залежить від побудови: якщо площина і тіло задані, то результатом може бути лінія або крива перерізу.
- У навчальних матеріалах описуються задачі, в яких використовуються площини перерізу фігур, поверхонь (наприклад, “Sections of Prisms and Cylinders”, “Cross Sections of 3D Figures”) із змінними параметрами положення/ кута площини.

Cabri 3D.

- Cabri 3D також має можливості побудови площин у просторі та демонстрації взаємодії площини й тіл. Це дає змогу учням бачити, як змінюється перетин, коли площина рухається або змінюється її орієнтація.
- Приклади, які демонструються в мануалах, і галереях, показують побудови, теореми і властивості твірних, перетинів геометричних тіл. (Наприклад, використання площин, щоб показати, як вершини, грані та ребра об’єкта взаємодіють при “вирізання”).

SketchUp.

- У SketchUp функція **Section Plane** — ключова для демонстрації перерізів. Вона дозволяє створити площину, яка “вирізає” модель. Все, що знаходиться за площиною, приховується, так що видно внутрішню структуру моделі.
- Можна мати декілька таких площин у різних контекстах (групи чи компоненти), але в кожному контексті може бути активним лише один переріз.
- Користувач може переміщати площину, змінювати її орієнтацію, бачити переріз у реальному часі, що дуже корисно для архітектурних, дизайнерських або освітніх моделей.

Переваги й обмеження.

Програма	Переваги демонстрації перерізів	Обмеження
GeoGebra 3D	гнучкий введення площин, можливість змінювати параметри, добре підходить для математичних класів; інтерактивність	складність деяких перетинів, менш зручне використання візуальної “вирізки” чим у SketchUp; обмежена деталізація моделі; не завжди природно приховувати частини тіла
Cabri 3D	динамічна геометрія, добрі ілюстраційні матеріали, учні можуть експериментувати з положенням площини	можливо не так інтуїтивно для новачків; менше підтримки складних моделей як в CAD-системах; ціна ліцензії може бути бар'єром

SketchUp	дуже зручно “вирізати” будівлі чи об’єкти, показувати внутрішню структуру; добрі інструменти для архітектури та дизайну; візуально сильні перетини	не завжди підходить для математично точної геометрії чи складних поверхонь; моделі можуть бути важкими, важко відобразити алгебраїчні вирази чи змінні параметри як у GeoGebra
-----------------	--	--

РОЗДІЛ 3. ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ ГРАФІЧНО-ІЛЮСТРАТИВНОГО МЕТОДУ З ВИКОРИСТАННЯМ ІКТ НА УРОКАХ СТЕРЕОМЕТРІЇ

3.1. РОЗРОБКА НАВЧАЛЬНИХ МАТЕРІАЛІВ І ДЕМОНСТРАЦІЙНИХ МОДЕЛЕЙ ПЕРЕРІЗІВ ФІГУР.

GeoGebra— це вільне програмне забезпечення, система динамічної математики для всіх рівнів освіти, що включає в себе окрім розділів геометрії, алгебри, таблиць, графіків, математичного аналізу, також блоки теорії ймовірностей і статистики в одному зручному для використання пакеті. Тому засіб може успішно використовуватися як у навчанні математики у середній школі, так і при вивченні вищої математики, аналітичної геометрії, математичного аналізу, елементарної математики, методики навчання математики у закладах вищої педагогічної освіти.

GeoGebra завоювала кілька освітніх нагород в Європі і США. Засіб доступний на багатьох мовах для мільйонів користувачів по всьому світу (режим доступу <http://geogebra.org>), у тому числі локалізований українською мовою. *GeoGebra* має легкий у використанні інтерфейс і потужні можливості здійснення обчислень і візуалізації абстракцій. Використовуючи засіб, викладач/вчитель може створити інтерактивний навчальний матеріал. Команди в системі динамічної математики згруповані за призначенням (областю застосування або навчальною дисципліною): *Математичні функції, GeoGebra, Алгебра, Вектори та Матриці, Геометрія, Дискретна математика, Ймовірність, Команди оптимізації, Логіка, Список, Статистика, Таблиці, Функції*.

На офіційному сайті *GeoGebra* подано основні відомості про продукт, розміщений інсталяційний файл для найновіших версій *GeoGebra*: для використання на ПК з ОС Windows, Mac OS X, Linux. З'явилися додатки для мобільних телефонів *Геометрія, Графічний калькулятор, 3D-Графіка, Науковий калькулятор* (рис.3.1.1). *GeoGebra* може використовуватись у вікні веб-браузера, без інсталяції на ПК, на мобільних телефонах.

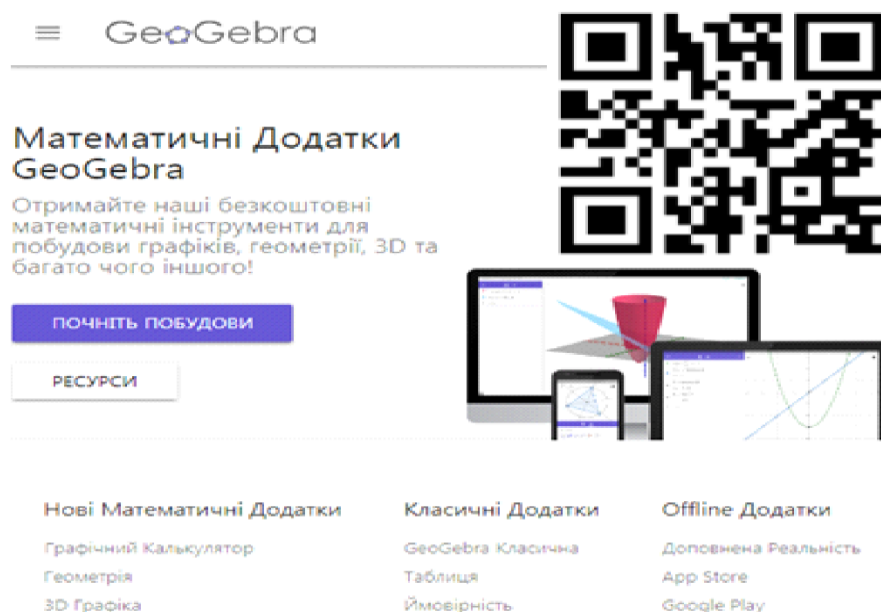


Рис. 3.1.1. Копія веб-сторінки на офіційному сайті *GeoGebra*.

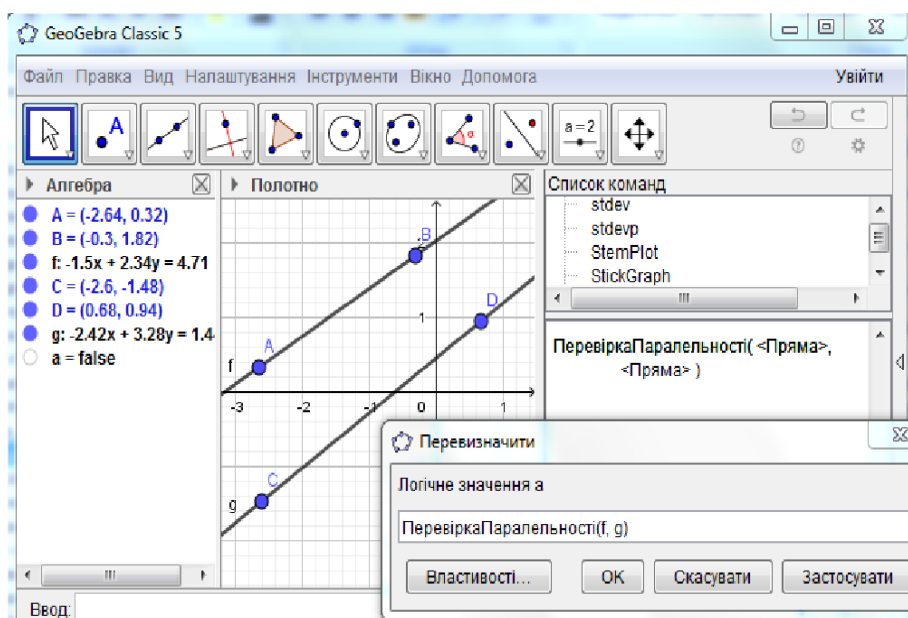
Ще одна з переваг *GeoGebra* та, що у вкладці *Ресурси* розміщено низку навчально-методичних матеріалів: підручники, статті, готові конструкції та наочності. На сайті подається короткий опис команд та інструментів

GeoGebra, приклади їх використання. При цьому зареєстрований користувач може ділитися своїми навчальними матеріалами на сторінці офіційного сайту – *GeoGebraTube*. Це своєрідний файлообмінник, особливість якого полягає в тому, що створені динамічні «інтерактивні» конструкції немає необхідності завантажувати на ПК, якщо вони будуть використовуватися саме у запропонованій формі без змін. Для використання достатньо відкрити *Переглянути аркуш* у вікні браузера як веб-сторінку, можна динамічно рухати модель, змінювати вхідні данні. Користувач може залишати коментарі до матеріалів *GeoGebraTube*. Є можливість створити власну *GeoGebraBook* – папку, у яку можна додавати обрані матеріали, створювати підпапки. Користувач може опублікувати для загального користування гру, колекцію наочностей (розробок), практику, розробку уроку, до якої можна включати текстові повідомлення, об'єкти *GeoGebra*, вебсторінки, питання, відео, зображення та pdf-файли, навчальний посібник.

Проблемам використання GeoGebra присвячено низку досліджень і розробок В. М. Ракути, В. А. Сидорука, О. В. Семеніхіної, М. Г. Друшляк та ін.

Матеріалами з *GeoGebraTube* можна ділитися через соціальні мережі: Facebook, Twitter та відправляти на електронну адресу, завантажувати на *GoogleDrive*. Це створює умови для високої взаємодії між педагогом та учнями у неформальній обстановці, сприяє розвитку інформаційної культури, яка є невід'ємною складовою сучасного суспільства.

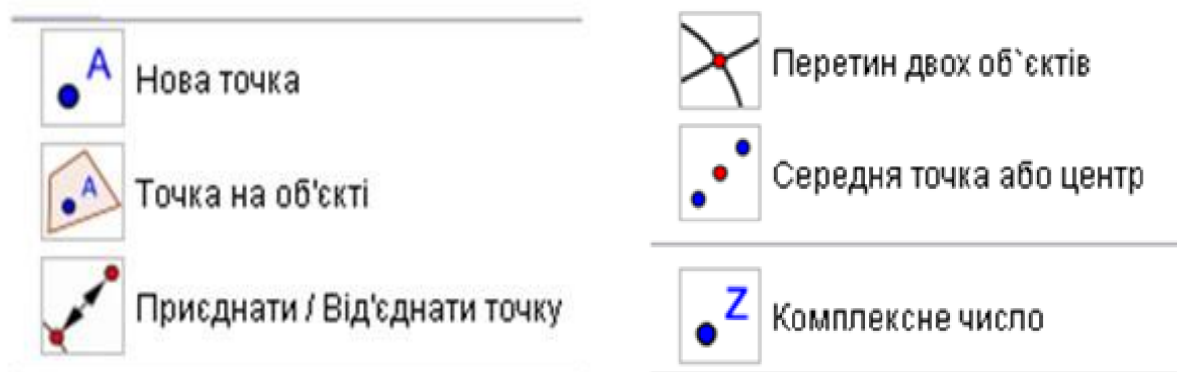
Перейдемо до розгляду інструментів класичної *GeoGebra* (рис. 3.1.2).



(рис 3.1.2.)

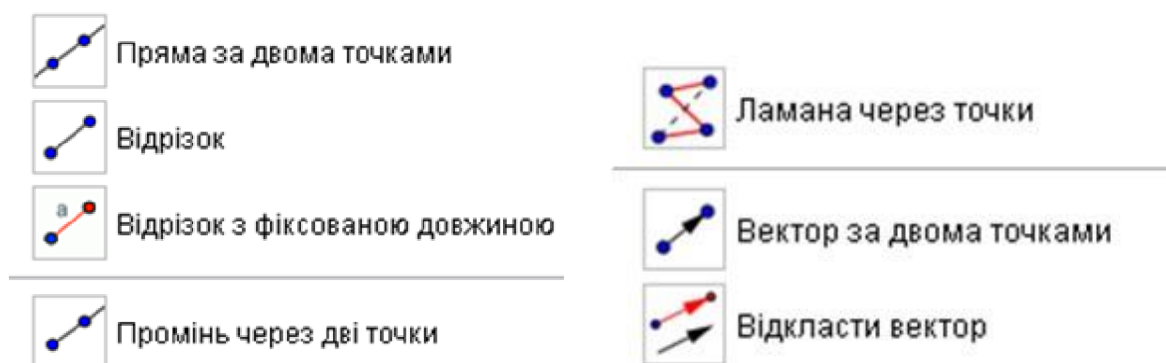
Рис. 3.1.2. Вікно засобу GeoGebra Classic, QR-код посібника.

До першої групи інструментів GeoGebra належать *Переміщення*, *Поворот навколо точки* та *Записати у таблицю*. Для побудови точок використовують інструменти *Нова*, *На об'єкті*, *Приєднати/від'єднати точку*, *Перетин двох об'єктів*, *Середня точка або центр*, *Комплексне число* (Рис. 3.1.3).



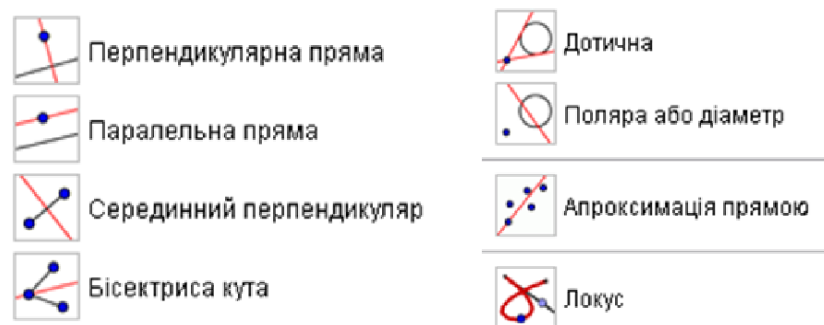
(рис. 3.1.3.) Точки.

При побудові ліній використовують наступні інструменти: *Пряма через дві точки*, *Відрізок* із заданими кінцями, *Відрізок з фіксованою довжиною*, *Промінь* за початком променя і точкою на промені, *Ламана* з вершинами у заданих точках, *Вектор* за двома точками – початком і кінцем; *Відкладання від точки вектора*, рівного даному) (Рис. 3.1.4).



(рис. 3.1.4).

У системі динамічної математики *GeoGebra* розглядають такі прямі: *Перпендикулярна пряма*, яка проходить через задану точку і перпендикулярна до заданої прямої; *Паралельна пряма*, яка проходить через задану точку і паралельна до заданої прямої; *Серединний перпендикуляр* заданого відрізка; *Бісектриса кута*; *Дотична до кола*; *Поляра*, діаметр кола; *Апроксимація лінійною функцією*; *Локус*) (Рис. 3.1.5).



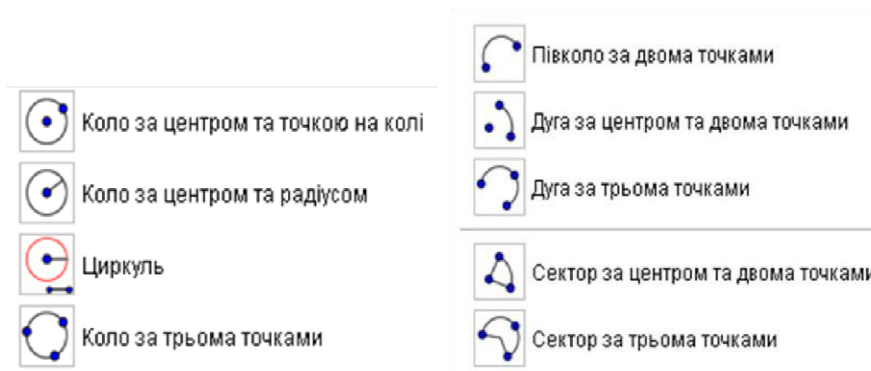
(рис. 3.1.5.) Пряма.

Можна побудувати довільний *Многокутник*, послідовно вказавши його вершини; *Правильний многокутник*, вказавши дві сусідні вершини і кількість сторін; *Жорсткий многокутник*, вказавши його вершини (навколо першої вершини можна повертати, за другу вершину переміщувати); *Векторний многокутник* для якого точки, відмінні від першої отримують переміщення на вектор (Рис. 3.1.6).



(рис.3.1.6.) Многокутник.

У середовищі *GeoGebra* можна побудувати *Коло за центром і точкою на колі*, *Коло за центром та радіусом*, при цьому радіус задають величиною (Рис. 3.1.7). Обравши *Циркуль*, вказують кінці відрізка, що задають радіус і центр кола. Будують *Коло за трьома точками*, що не лежать на одній прямій, а також дуги і сектор.



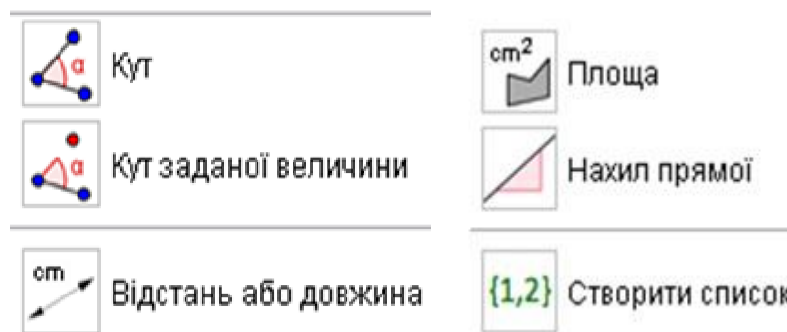
(рис. 3.1.8.) Коло, дуга, сектор.

У *GeoGebra* будують криві другого порядку (Рис. 3.1.9): *Еліпс* за фокусами і точкою на еліпсі, *Гіперболу* за фокусами і точкою на гіперболі, *Параболу* за фокусом і прямою, *Коніку* за п'ятьма точками.



(рис. 3.1.9.) Криві другого порядку.

У системі динамічної математики можна здійснити низку обчислень, пов'язаних з властивостями побудованих об'єктів. Зокрема, можна обчислити величину побудованого кута, обравши інструмент *Кут* і послідовно вказавши точку на стороні кута, вершину кута, точку на іншій стороні кута. Вказавши напрям і величину кута, можна побудувати *Кут заданої величини*. Можемо обчислити довжину заданого відрізка чи площу побудованої плоскої фігури, кутовий коефіцієнт у рівнянні прямої тощо (Рис. 3.1.10).



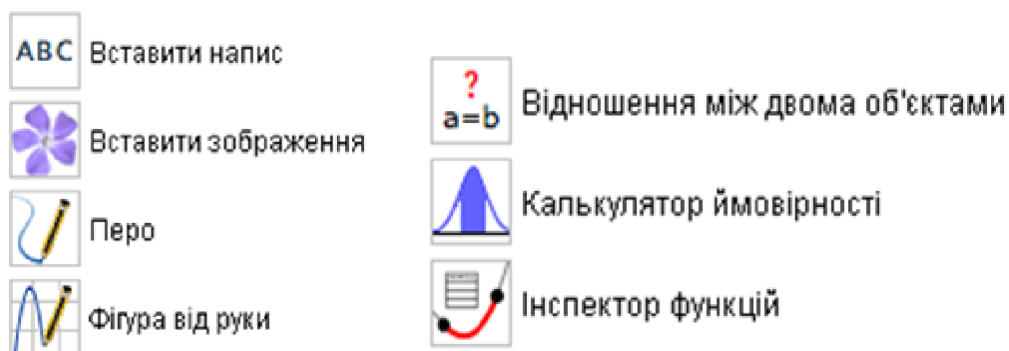
(рис. 3.1.10.) Інструменти обчислення.

З використанням *GeoGebra* можна здійснити низку геометричних перетворень побудованих на полотні об'єктів. Серед пропонованих інструментів наступні: *Симетрія відносно прямої*, *Симетрія відносно точки*, *Інверсія*, *Поворот навколо точки*, *паралельне перенесення*, *Гомотетія відносно точки* (Рис. 3.1.11). Інтерфейс програмного засобу дуже простий, використання кожного з інструментів забезпечене контекстною підказкою, тому нема потреби деталізувати опис інструментів. У другому розділі цього посібника буде наведена низка наочностей на застосування цих інструментів.



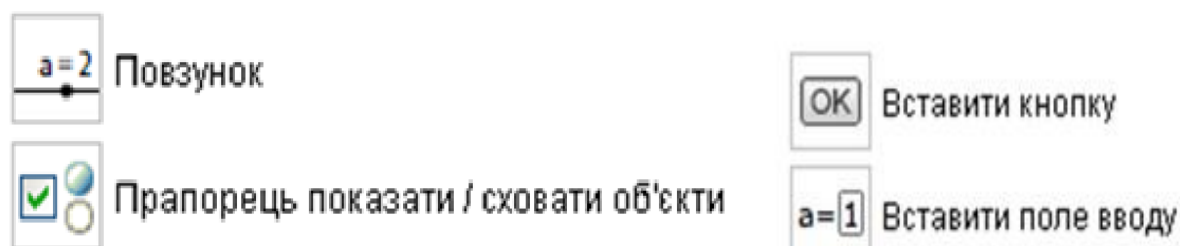
(рис.3.1.11.) Інструменти для геометричного перетворення фігур.

Вигідно вирізняють динамічну математику *GeoGebra* надані користувачу можливості додавати на полотно зображення, писати на полотні від руки чи додавати геометричні фігури (Рис. 3.1.12). Ці інструменти надзвичайно зручно використовувати вчителю, який має можливість використовувати у навчанні учнів мультимедійну дошку. Для побудови геометричних фігур учні можуть використовувати не лише вбудований циркуль та лінійку, але й звичайні.



(рис. 3.1.12.) Інструменти додавання написів, зображень, фігур.

Для розробки робочих листів з «інтерактивом», зручно використовувати наступні інструменти: *Повзунок* для введення до використання низки параметрів; *Прапорець*, за допомогою якого можна тимчасово приховувати об'єкти, підказки, які розглядаються. Передбачено також можливість додавання інструменту *Кнопка* та *Поля вводу* (Рис. 3.1.13).

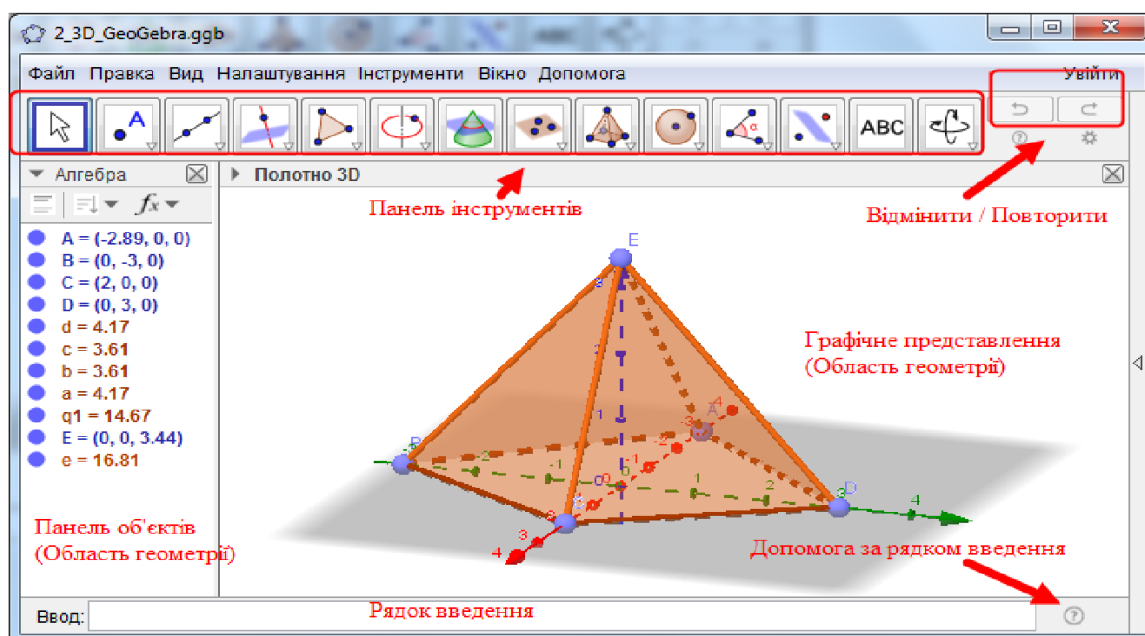


(рис.3.1.13.) Інструменти для створення «інтерактивних» плакатів.

На завершення огляду інструментів доцільно нагадати користувачу про можливість у ході роботи здійснювати переміщення полотна, зміну масштабу, показувати чи приховувати об'єкти і позначення, змінювати і вилучати об'єкти. Технологія середовища дозволяє вчителям ефективніше адаптувати інструкції та методи навчання до потреб своїх учнів.

За допомогою *3D Геометрія GeoGebra* можна імітувати зовнішні дії з геометричними тілами, необхідними для того, щоб учень міг провести з ними мисленнєві внутрішні дії і розвинути просторове мислення.

На рис. 3.1.14 подано головне вікно засобу GeoGebra Classic з побудовою піраміди на 3D-полотні.



(рис. 3.1.14.) Головне вікно засобу GeoGebra Classic (колекція розробок).

Розглянемо кілька завдань на побудову перерізів многогранників площиною, що проходить через три задані точки, які не лежать на одній прямій; через пряму і точку, яка їй не належить; побудову лінійних кутів двограних кутів та їх вимірювання; кута між прямою і площиною.

1. Побудувати переріз куба площиною, яка проходить через три точки, які лежать на ребрах куба (табл.3.1, додаток для мобільного).

Табл.3.1. Кроки побудови перерізу куба площиною (3D Графіка)

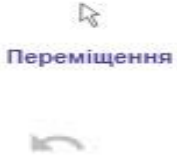
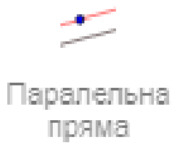
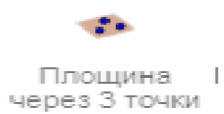
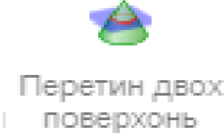
№	Кроки побудови	Піктограми
1.	Обирають піктограму «Куб», вказують дві вершини у площині основи куба і будують куб.	 Куб
	Для відміни багаторазової дії інструмента обирають піктограму «Переміщення». Для відміни попередньої дії обирають піктограму «Повернення до попереднього».	  Переміщення
2.	У Налаштуваннях можна обрати опцію «Не показувати осі».	

3.	Обирають піктограму «Точка» і вказують три точки на різних ребрах куба.	 Точка
4.	Проводять площину через обрані три точки (після обрання піктограми «Площина через 3 точки», послідовно вказати точки.	 Площина через 3 точки
5.	Обирають піктограму «Перетин двох поверхонь», вказують на видиму лінію перетину куба і площини, будують переріз куба площиною.	 Перетин двох поверхонь
6.	Зберегти зображення (за наявності WiFi, вказати назву латинськими літерами) або поділитися кресленням, зображенням, надіславши його на Google-диск чи на вказану адресу; експортувати зображення.	 Зберегти  Експортувати Зоб  Поділитися
7.	Дослідити, як змінюється многокутник, отриманий у перерізі, залежно від розташування точок на ребрах куба; повернути куб.	
8.	Додатково можна визначити площу перерізу куба, попередньо знявши відмітки відображення куба і січної площини.	

Побудувати правильну 6-кутну призму і переріз призми площиною.

Табл. 3.2. Кроки побудови перерізу піраміди площиною

№	Що зробити	Піктограми
1.	Обирають піктограму «Правильний многокутник», вказують у площині основи призми дві вершини, які визначають сторону	  Правильний Многокутник

	основи правильної призми і вписують число кутів многокутника в основі 6.	
	Для відміни багаторазової дії інструмента обирають піктограму «Переміщення». Для відміни попередньої дії обирають піктограму «Повернення до попереднього».	
2.	Обирають піктограму «Паралельна пряма», вказують на одну з вершин побудованого многокутника, потім на вісь, перпендикулярну до площини основи многокутника.	
3.	Обирають піктограму «Призма», вказують на побудований правильний 6-кутник, далі на довільну точку на побудованій прямій. Правильну 6-кутну призму побудовано.	
	У налаштуваннях можна обрати опцію «Не показувати осі».	
4.	Обирають піктограму «Точка» і вказують три точки на різних ребрах призми чи в її гранях.	
5.	Проводять площину через обрані три точки (після обрання піктограми «Площина через 3 точки», послідовно вказати точки).	
6.	Обирають піктограму «Перетин двох поверхонь», вказують на видиму лінію перетину призми і площини, будують переріз призми площиною. Можна також послідовно будувати лінію перетину кожної грані з площиною перерізу. для цього вказують на грань і на площину перерізу.	

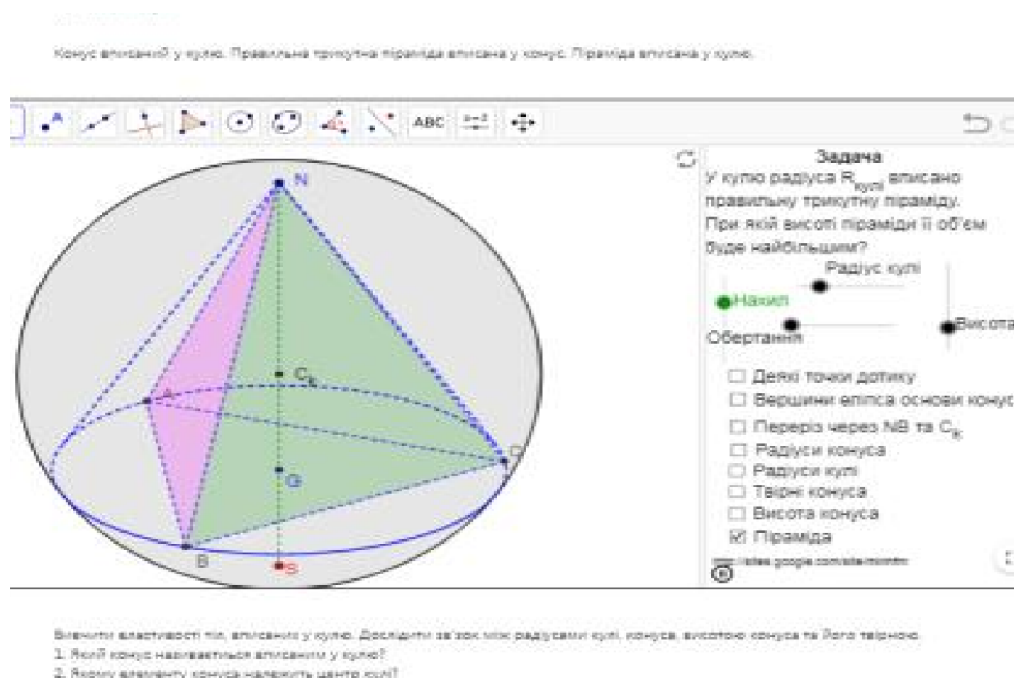
7.	Зберегти зображення (WiFi, вказати назву латинськими літерами), поділитися кресленням, зображенням, надіславши його на Google-диск чи на адресу; експортувати зображення.	 Зберегти  Експортувати Зобр:  Поділитися
----	---	--

Дослідити, як змінюється многокутник, отриманий у перерізі, залежно від розташування точок на ребрах призми; повернути призму. Можна визначити площу перерізу призми, попередньо знявши відмітки відображення призми і січної площини (у властивостях об'єкта зняти відмітку «не показувати»).

Підсумовуючи, варто зазначити, що побудови перерізів многогранників у середовищі GeoGebra можна здійснювати двома способами: з використанням інструмента «*Перетин поверхонь*», а також методом слідів чи внутрішнього проєктування, здійснюючи покроково побудови.

Низку наочностей до задач стереометрії пропонує Михайло Йосипович Риковський. Ці моделі розроблені як побудови тіл на площині з використанням властивостей паралельного проєктування. Зокрема пропонується книга / добірка наочностей до теми «Призма». Є низка наочностей, у яких представлено комбінації стереометричних тіл: сфера і піраміда, сфера і призма, сфера і циліндр тощо. Розглянемо наочність «*Вписаний у кулю конус. Правильна трикутна піраміда вписана в конус. Піраміда вписана в сферу*» (3.1.15). Уже з назви слідує, що наочності властива інтегровність і вона може бути використана при проведенні уроків стереометрії у школі чи занять з методики навчання математики за різними темами. Користуючись наочністю, користувачам радять вивчити властивості тіл, вписаних у сферу, дослідити зв'язок між радіусами кулі, конуса, висотою конуса та його твірною. Користуючись інструментом *Прапорець*, яким оснащені ці наочності, користувач має змогу повторити наступне: який конус називається вписаним у кулю; якому елементу конуса належить центр кулі;

яка піраміда називається вписаною у конус; яка піраміда називається вписаною у сферу; яким буде осьовий переріз конуса; який круг кулі називається великим кругом; сформулювати властивості діаметра кулі перпендикулярного до його великого круга.



(рис. 3.1.15.) Вписаний у кулю конус.

3.2. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕННЯ УРОКІВ МАТЕМАТИКИ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Одним із ключових напрямів застосування комп'ютерно орієнтованих засобів у навчанні є їх цілеспрямоване включення у структуру окремих уроків. У процесі такої роботи учні не лише опановують цифрові інструменти, а й одночасно поглиблюють знання з різних предметів, розвивають пам'ять, логічне та просторове мислення, креативність і вміння працювати самостійно.

З дидактичної точки зору використання інформаційно-комунікаційних технологій дає можливість:

- організувати постійний і оперативний зворотний зв'язок між учителем та учнями;
- забезпечити більш інтенсивне й результативне навчання завдяки мультимедійним можливостям цифрових ресурсів;

- значно підвищити рівень наочності під час вивчення складних понять;
- здійснювати пошук навчальної інформації у широкому колі джерел;
- враховувати індивідуальні освітні потреби учнів, їхні стилі сприйняття інформації;
- ефективно організувати групову та колективну взаємодію;
- здійснювати контроль рівня навчальних досягнень;
- створювати сприятливу атмосферу для комунікації та співпраці.

У сучасній школі дедалі більше поширюється практика поєднання традиційних форм навчання з електронними освітніми ресурсами: інтерактивними підручниками, тренажерами, електронними словниками, енциклопедіями, відеолекціями, бібліотеками наочностей, а також тематичними навчальними іграми.

Водночас аналіз великої кількості презентаційних уроків, створених переважно у PowerPoint, та окремих занять із використанням електронних посібників свідчить про їх недостатню педагогічну ефективність. Часто їх автори не враховують особливості побудови сучасного уроку й недооцінюють важливість педагогічного дизайну.

А. Ю. Уваров визначає педагогічний дизайн як систематизоване використання знань про ефективні процеси навчання і викладання під час створення, реалізації та оцінювання навчальних матеріалів.

Оскільки урок є практичним втіленням ідей застосування ІКТ, його підготовка потребує особливої уваги. Учителю необхідно не лише сформулювати логічну послідовність роботи, а й продумати технічну реалізацію подачі матеріалу — на великому екрані або індивідуально на комп'ютерах учнів. Важливо одразу вирішити, як буде організовано управління діяльністю учнів, яким чином забезпечуватиметься педагогічна взаємодія та зворотний зв'язок у системі «учень — комп'ютер — учитель».

Готуючи урок з ІКТ, учитель має дотримуватися основних дидактичних принципів: науковості, доступності, системності, послідовності, диференціації

тощо. Комп'ютер у цьому процесі не замінює педагога, а лише підсилює його можливості.

Особливості мультимедійного уроку.

Такі уроки характеризуються:

- адаптивністю цифрових ресурсів до індивідуальних можливостей учня;
- можливістю оперативної корекції навчального процесу з боку вчителя;
- інтерактивністю та діалоговим характером навчання;
- поєднанням індивідуальних і групових форм роботи;
- створенням комфортного психологічного середовища;
- практично необмеженим обсягом навчального контенту.

Під час уроків математики з комп'ютерною підтримкою можуть застосовуватися різні види діяльності: від самостійного навчання та роботи з тренажерами до використання діагностичних матеріалів, виконання творчих завдань, роботи з графіками та ігровими програмами.

Переваги використання ІКТ у навчанні:

- прискорення формування практичних навичок;
- збільшення кількості тренувальних вправ без перевантаження учня;
- можливість працювати у власному темпі;
- перетворення учня на активного учасника навчального процесу;
- використання моделювання реальних процесів;
- доступ до віддалених інформаційних ресурсів;
- формування ігрової мотивації завдяки інтерактивності.

Недоліки та обмеження.

Слід враховувати й певні проблеми:

- відсутність емоційної складової у взаємодії з програмою;
- недосконалість окремих програм щодо врахування особливостей класу;

- недостатній розвиток мовленнєвих і графічних навичок;
- поява специфічних технологічних помилок;
- стислість і стандартизованість подання деяких матеріалів;
- обмеженість видів контролю (переважають тести);
- потреба у високій кваліфікації вчителя.

Поняття мультимедійного уроку.

У науковій літературі мультимедійний урок визначають як заняття, під час якого інформація подається за допомогою різних медіа — тексту, зображення, звуку, інтерактивних елементів, що відтворюються технічними засобами, насамперед комп'ютером.

Термін «урок із мультимедійною підтримкою» вказує на використання ІКТ для підвищення ефективності навчання. При цьому педагог залишається основним носієм інформації, а цифрові ресурси виконують допоміжну функцію.

Планування мультимедійного уроку.

Учитель повинен:

- сформулювати цілі та структуру уроку;
- відібрати доречні цифрові ресурси;
- оцінити тривалість використання матеріалів з урахуванням санітарних норм;
- скласти детальний таймінг уроку;
- за потреби знайти додаткові матеріали або створити авторську програму;
- підготувати презентаційну або інтерактивну версію уроку;
- передбачити системи контролю та оцінювання.

Цілі мультимедійного уроку можуть бути спрямовані на:

- вивчення нового матеріалу;
- закріплення знань та відпрацювання навичок;
- повторення й практичне застосування вивченого;
- узагальнення та систематизацію.

Фактори, що впливають на побудову уроку:

- тип уроку та його методична мета;
- кількість учнів і технічні можливості кабінету;
- санітарні вимоги;
- рівень підготовки учнів;
- навички роботи з комп'ютером.

Важливою перевагою комп'ютерного уроку є можливість для учня працювати у власному темпі.

Навчальний епізод як дидактична одиниця.

Кожен слайд чи інформаційний блок має становити завершену частину уроку та бути спрямований на активізацію мислення, а не механічне відтворення знань.

Постановка навчальних задач.

Учні повинні чітко розуміти:

- що вони мають зробити;
- які інструменти для цього доступні;
- як буде здійснюватися оцінювання результатів.

Дидактичні частини комп'ютерного уроку.

До них належать:

- вступ і організаційний момент;
- актуалізація опорних знань;
- пояснення нового матеріалу;
- закріплення;
- повторення;
- контроль;
- корекція;
- узагальнення;
- домашнє завдання.

Санітарно-гігієнічні вимоги.

Тривалість роботи за комп'ютером має відповідати віковим нормам: молодші школярі — 10–15 хвилин, середні класи — 20–25 хвилин.

Критерії оцінювання ІКТ-уроку (за 5-бальною шкалою).

- Особистий внесок учителя у розробку уроку.
- Доцільність обраної форми використання ІКТ.
- Організація діяльності учнів.
- Рівень методичної підготовки вчителя.
- Дотримання санітарно-гігієнічних норм.
- Вплив ІКТ на результативність уроку.
- Рівень індивідуалізації навчання.

3.3 АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ ВПРОВАДЖЕННЯ ГРАФІЧНО-ІЛЮСТРАТИВНОГО МЕТОДУ НА ОСНОВІ ЕКСПЕРИМЕНТУ В СТАРШИХ КЛАСАХ.

Старша школа є періодом інтенсивного розвитку абстрактно-логічного мислення та підготовки учнів до складніших інтелектуальних завдань, характерних для подальшого навчання у вищих навчальних закладах. Особливе місце у формуванні цих умінь займає математика — навчальна дисципліна, що поєднує логічний апарат, просторову уяву, вміння аналізувати та структурувати інформацію. Однак складність багатьох математичних тем, зокрема стереометрії, аналітичної геометрії, перетворень у просторі, часто стає чинником зниження мотивації та погіршення навчальних результатів учнів.

У цій ситуації особливої актуальності набуває використання графічно-ілюстративного методу (ГІМ), який передбачає опору на моделі, схеми, візуальні структури, 3D-об'єкти, електронні демонстрації та різні форми графічного відтворення математичного змісту. Для обґрунтування його ефективності необхідним є педагогічний експеримент, який дозволяє не тільки перевірити доцільність використання методу, але й визначити оптимальні умови його застосування.

Актуальність упровадження графічно-ілюстративного методу в старших класах.

Складність шкільного курсу математики на старшому етапі.

У старшій школі учні стикаються з такими темами, як:

- стереометрія (побудова перерізів, взаємне розташування фігур, обчислення об'ємів);
- початки математичного аналізу;
- координатно-векторні методи;
- елементи комбінаторики й теорії ймовірностей;
- тригонометричні перетворення.

Більшість цих тем потребує не лише логічних міркувань, а й синтезу різних видів мислення: просторового, графічного, структурного. Тому використання виключно словесно-логічних методів є недостатнім.

Недостатня сформованість просторового мислення.

Дослідження показують, що майже 60% учнів відчують труднощі у візуалізації просторових об'єктів. Саме тому теми, пов'язані з геометрією у просторі, викликають найбільшу кількість помилок.

Графічно-ілюстративний метод «перекладає» просторові об'єкти на доступну для учнів мову: **зображення → модель → схема → пояснення → розв'язання.**

Це дозволяє суттєво зменшити рівень абстракції, не спрощуючи математичний зміст.

Потреба в оновленні методик навчання.

Сучасний освітній процес орієнтується на компетентнісний підхід, в якому важливо:

- уміння працювати з інформацією;
- здатність до самостійного мислення;
- формування інтелектуальної гнучкості.

ГІМ сприяє переходу від репродуктивного навчання до діяльнісного, де учень активно конструює знання, а не тільки сприймає їх.

Психолого-педагогічні підстави важливості ГІМ.

Особливості мислення старшокласників.

Для учнів 10–11 класів характерний перехід до інтеграції різних видів мислення:

- абстрактного,
- наочно-образного,
- логічного.

ГІМ поєднує всі три компоненти, дозволяючи учням:

- бачити структуру задачі,
- прогнозувати результат,
- логічно вибудовувати послідовність дій.

Активізація різних типів сприйняття інформації.

Згідно з закономірностями когнітивної психології:

- 80% інформації людина сприймає візуально,
- графічна подача прискорює обробку інформації у 2–3 рази,
- образи краще запам'ятовуються, ніж словесні визначення.

Отже, ГІМ відповідає природним особливостям роботи мозку.

Формування асоціативних та міжпредметних зв'язків.

Графічні моделі дозволяють пов'язати:

- математику з фізикою (моделі руху, вектори),
- інформатику (3D-графіка, симуляції),
- географію (моделі рельєфу),
- архітектуру та дизайн.

Це підвищує політехнічну спрямованість навчання.

Переваги впровадження графічно-ілюстративного методу на основі експерименту.

Обґрунтованість і достовірність результатів.

Експеримент дозволяє:

- перевірити метод на практиці;
- порівняти результати з контрольними групами;

- визначити приріст навчальних досягнень;
- оцінити психологічний комфорт учнів;
- виявити труднощі у застосуванні методу.

Тільки експеримент дає можливість відділити реальний вплив методу від зовнішніх чинників.

Можливість удосконалення методики.

У процесі експерименту вчитель може:

- адаптувати темп навчання,
- оптимізувати кількість графічних моделей,
- знайти ефективний баланс між теорією та наочністю,
- визначити проблемні теми, де ГІМ найбільш ефективний.

Об'єктивна оцінка приросту знань.

Завдяки експерименту фіксується:

- підвищення середнього балу;
- зменшення кількості типових помилок;
- час, який витрачають учні на побудову;
- рівень розуміння задач.

Це дає змогу робити науково обґрунтовані висновки.

Вплив ГІМ на розвиток ключових математичних компетентностей.

Просторове мислення.

Графічні моделі та 3D-об'єкти дозволяють:

- уявляти фігури у просторі,
- бачити невидимі частини об'єкта,
- моделювати рух і перетворення,
- самостійно будувати перерізи.

Аналітичне мислення.

Учні навчаються:

- виділяти головне,
- будувати логічні ланцюжки,
- узагальнювати інформацію,

- аргументувати розв'язання.

Творчий компонент.

Графічно-ілюстративний метод:

- розвиває здатність створювати власні моделі,
- сприяє креативності,
- формує вміння порівнювати різні варіанти розв'язань.

Вплив ГІМ на мотивацію та ставлення до вивчення математики.

Підвищення інтересу до предмета.

Електронні моделі, інтерактивні побудови, відеодемонстрації підсилюють інтерес учнів, роблять уроки сучасними та більш наближеними до цифрового світу, в якому живуть старшокласники.

Зменшення страху перед складними темами.

Учні перестають боятися задач на простір, оскільки вони бачать їх не як абстракцію, а як конструкцію, яку можна розглянути на екрані або на картинці.

Підвищення впевненості у власних силах.

Графічні моделі забезпечують «тренажерний» ефект — багаторазове повторення побудов до повного розуміння.

Результати експериментальної перевірки важливості ГІМ.

У більшості досліджень встановлено, що:

- кількість правильних побудов у експериментальній групі збільшується на 30–45 %;
- середній бал підвищується в середньому на 1–1,5 бали;
- кількість учнів із високим рівнем досягнень зростає у 2 рази;
- значно покращується розуміння просторових зв'язків.

Крім того, учні стають активнішими на уроці, швидше включаються в роботу, більше ставлять запитань, що свідчить про розвиток їх пізнавальної активності.

Практичне значення впровадження методу.

ГІМ є ефективним у:

- підготовці до ЗНО/НМТ;
- виконанні графічних проєктів;

- підготовці до олімпіад і конкурсів;
- розумінні складних тем стереометрії;
- формуванні навичок точних побудов.

Метод легко інтегрується в сучасні цифрові середовища: GeoGebra, Cabri 3D, Desmos, SketchUp тощо. Впровадження графічно-ілюстративного методу в старших класах математики є важливим і необхідним тому, що він:

1. Підвищує якість навчання та рівень засвоєння знань.
2. Розвиває просторове, аналітичне та творче мислення.
3. Підвищує мотивацію та інтерес до предмета.
4. Забезпечує глибше розуміння складних математичних тем.
5. Сприяє формуванню ключових компетентностей, потрібних для сучасних професій.
6. Підтверджує свою ефективність завдяки експериментальній перевірці.

Отже, ГІМ є одним із найбільш перспективних і методично обґрунтованих підходів до навчання математики у старшій школі, особливо у контексті сучасних освітніх реформ та інтеграції цифрових технологій.

ВИСНОВКИ

Проведене дослідження дозволило комплексно розкрити педагогічні та методичні аспекти застосування графічно-ілюстративного методу у процесі вивчення стереометрії в старших класах закладів загальної середньої освіти.

У ході виконання магістерської роботи було досягнуто поставленої мети — теоретично обґрунтовано, методично розроблено та експериментально перевірено ефективність графічно-ілюстративного підходу до навчання стереометрії.

На основі аналізу науково-методичної літератури встановлено, що стереометрія є розділом шкільної математики, який має особливе значення для розвитку просторового мислення, логічного аналізу та уяви учнів. Її вивчення забезпечує формування вмінь моделювати просторові об'єкти, бачити зв'язки між геометричними величинами, переносити знання у практичну площину. Водночас цей розділ традиційно є одним із найскладніших для сприйняття, що зумовлює потребу у використанні наочно-графічних і візуальних засобів навчання.

У першому розділі роботи з'ясовано теоретичні засади поняття “графічно-ілюстративний метод”, визначено його сутність, функції та місце серед інших методів навчання математики. Доведено, що його застосування базується на принципі наочності, взаємозв'язку образного й логічного мислення, активізації зорових механізмів сприйняття. Саме графічна наочність виступає посередником між абстрактними математичними поняттями та конкретним сприйняттям учнів.

У другому розділі розроблено методику впровадження графічно-ілюстративного методу в процес навчання стереометрії, зокрема через використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій. Розглянуто можливості програм GeoGebra, Cabri 3D, Desmos, мультимедійних презентацій, інтерактивних вправ для створення динамічних моделей і візуалізацій геометричних фігур. Наведено приклад повного уроку з теми «Паралельність площин у просторі», у якому продемонстровано поєднання традиційних прийомів із цифровими засобами. Показано, що ІКТ посилюють ефективність

графічно-ілюстративного методу, роблять навчання більш наочним, дослідницьким і компетентнісним.

Третій розділ присвячено експериментальній перевірці результативності розробленої методики. Педагогічний експеримент, проведений у старших класах, довів, що використання графічно-ілюстративного методу істотно підвищує рівень знань учнів, розвиває просторове мислення, сприяє зростанню пізнавальної активності й мотивації до вивчення геометрії.

Порівняльний аналіз результатів контрольного та експериментального класів показав, що кількість учнів із високим і достатнім рівнем засвоєння матеріалу збільшилася майже вдвічі, а частка учнів із середнім і низьким рівнями — суттєво зменшилася. Учні, які працювали із застосуванням графічних моделей, краще розуміли взаємне розташування просторових об'єктів, частіше демонстрували здатність самостійно виконувати побудови й пояснювати геометричні закономірності.

Отримані результати дозволяють зробити висновок, що графічно-ілюстративний метод є ефективним засобом підвищення якості навчання стереометрії, оскільки:

- забезпечує кращу візуалізацію абстрактних понять;
- розвиває просторове, логічне й образне мислення;
- стимулює пізнавальний інтерес і самостійну діяльність учнів;
- підвищує рівень засвоєння навчального матеріалу;
- створює передумови для інтеграції традиційних і цифрових методів навчання.

Практичне значення проведеного дослідження полягає у розробці методичних рекомендацій для вчителів математики щодо використання графічно-ілюстративного методу при вивченні стереометрії та у створенні зразків навчальних матеріалів, які можуть бути застосовані у старших класах загальноосвітніх шкіл.

Отже, висунута у дослідженні гіпотеза підтвердилася: систематичне використання графічно-ілюстративного методу у поєднанні з ІКТ позитивно

впливає на якість навчальних досягнень, підвищує мотивацію до вивчення геометрії та сприяє формуванню в учнів ключових компетентностей, передбачених концепцією Нової української школи.

ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. GeoGebra [Електронний ресурс]. URL: <https://www.geogebra.org/?lang=uk> (дата звернення: 10.10.2025).
2. Cabri3D[Електроннийресурс].URL:https://cabri.com/fr/partenariat/cabri3d/index.html?utm_source=chatgpt.com (дата звернення: 10.10.2025).
3. SketchUp [Електронний ресурс]. URL: <https://edu.sketchup.com/app/?auth=goog> (дата звернення: 10.10.2025).
4. Бевз Г. П. Методика розв'язування стереометричних задач : посібник для вчителя. Київ : Радянська школа, 1988. 192 с.
5. Бондар С. П. Методи активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів як важливий компонент особистісно орієнтованого навчання. Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. 2011. № 26. С. 184–189.
6. Василенко А. В. Моделювання як засіб просторового мислення. Викладач XXI століття. 2012. № 3. С. 141–144.
7. Василенко А. В. Розвиток просторового мислення учнів у процесі навчання геометрії: психологічний аспект. Викладач XXI століття. 2010. № 2. С. 170–174.
8. Василенко А. В. Психолого-педагогічні умови розвитку просторового мислення учнів. Наука і школа. 2013. № 12. С. 69–72.
9. Василенко А. В. Рівні розвитку просторового мислення учнів на уроках геометрії. Наука і школа. 2011. № 6. С. 62–65.
10. Вітюк О. В. Розвиток образного мислення учнів при вивченні стереометрії з використанням комп'ютера : навч. посіб. Київ : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2001. 211 с.
11. Волошина С. В. Методична розробка на тему «Методика розв'язування задач з геометрії» [Електронний ресурс]. URL: <https://naurok.com.ua/metodichnarozrobka-na-temu-metodika-rozv-yazuvannyazadach-z-geometri-123264.html> (дата звернення: 10.10.2025).
12. Головань М. С. Компетенція та компетентність: порівняльний аналіз

понять. Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. 2011. № 8. С. 224–233.

13. Гулівата І. Методика навчання учнів старшої школи побудови стереометричних фігур з використанням інформаційно-комунікаційних технологій. Інформаційні технології і засоби навчання. 2013. Т. 34, № 2. С. 47–55.

14. Жалдак М. І. Використання комп'ютера в навчальному процесі має бути педагогічно виваженим і доцільним. Комп'ютер у школі та сім'ї. 2011. № 3. С. 3–12.

15. Жалдак М. І., Горошко Ю. В., Вінниченко Є. Ф. Математика з комп'ютером. Київ : РННЦ ДІНІ, 2004. 258 с.

16. Жалдак М. І., Вітюк О. В. Комп'ютер на уроках математики. Київ РННЦ ДІНІТ, 2004. 168 с.

17. Жук Ю. О. Діалектика педагогічного знання в умовах комп'ютерно орієнтованого процесу навчання. Комп'ютер у школі та сім'ї. 2011. № 4. С. 3–6.

18. Заболотний В. Ф. Формування методичної компетентності вчителя математики засобами мультимедіа : монографія. Вінниця : Едельвейс і К, 2009. 453 с.

19. Клочко В. І. Нові інформаційні технології навчання математики в технічній вищій школі : дис. ... д-ра пед. наук. Вінниця, 1998. 396 с.

20. Ковальчук М. Б. Педагогічні програмні засоби при розв'язуванні стереометричних задач. Наукові записки ВДПУ. Серія: Педагогіка і психологія. 2004. Вип. 10. С. 48–55.

21. Крамаренко Т. Г. Уроки математики з комп'ютером. Кривий Ріг Видавничий дім, 2008. 271 с.

22. Крамаренко Т. Г. Роль курсу «Інформаційно-комунікаційні засоби навчання» у формуванні дидактичних умінь майбутнього вчителя.

23. Левенко М. Реалізація прикладної спрямованості курсу стереометрії в ліцеях. 2023. 98 с.

24. Лутфуллін М., Золотухіна А., Богданець Н. Про використання

GeoGebra

під час вивчення стереометрії. Матеріали п'ятої міжнародної науково-практичної конференції FOSS Lviv 2015. 2015. С. 130–133.

25. Мартиненко С., Хоружа Л. Методи навчання та їх класифікація [Електронний ресурс]. URL: <https://osvita.ua/school/method/780/> (дата звернення: 10.10.2025).

26. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія: підруч. для 10 кл. Харків : Гімназія, 2018. 240 с.

27. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б. та ін. Геометрія: підруч. для 11 кл. Харків : Гімназія, 2019. 204 с.

28. Навчальна програма з математики для учнів 10–11 класів [Електронний ресурс]. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita> (дата звернення: 10.10.2025).

29. Раков С. А. Формування математичних компетентностей учителя математики. Київ : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2005. 343 с.

30. Педагогічні технології : навч. посіб. Київ : Українська енциклопедія ім. М.П. Бажана, 1995. 255 с.

31. Польшун К. Організація інклюзивного навчання фізико-математичних дисциплін у технічних ЗВО : автореф. дис. Тернопіль, 2017. 20 с.

32. Ракута В. М. Система динамічної математики GeoGebra як інноваційний засіб. Інформаційні технології і засоби навчання. 2012. № 4 (30).

33. Савченко В. М. Зображення фігур в математиці. Київ : Вища школа, 1978. 136 с.

34. Сверчевська І. А. Компетентнісний підхід до навчання учнів доведенням тверджень про геометричні тіла. Вісник ЖДУ ім. І. Франка. 2005. Вип. 25. С. 213–215.

35. Семенухіна О., Друшляк М. Інструментарій GeoGebra 5.0 для розв'язування задач стереометрії. Інформаційні технології і засоби навчання. 2014. № 6. С. 124–133.

36. Слєпкань З. І. Методика навчання математики. Київ : Зодіак-ЕКО,

2000. 512 с.

37. Сотникова С. А. Урок «Площі бічної та повної поверхонь призми та піраміди» [Електронний ресурс]. URL: <https://naurok.com.ua/urok-ploschi-bichno-ta-povnoho-povertion-prizmi-ta-piramidi-15856.html> (дата звернення: 10.10.2025).

38. Цупко Г. М. Урок геометрії «Призма та її властивості» [Електронний ресурс]. URL: <https://vseosvita.ua/library/urok-geometrii-prizma-ta-ii-vlastivosti-471226.html> (дата звернення: 10.10.2025).

39. Швець В. О., Прус А. В. Теорія та практика прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії. Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2007. 156 с.

ДОДАТОК 1

РОЗРОБКА УРОКУ ГЕОМЕТРІЇ ЗА ТЕМОЮ «ПІРАМІДА. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ».

Мета уроку:

- *навчальна*: засвоїти відмінності між поняттями «кут між площинами» та «двогранний кут»; вивчити поняття «зовнівписане коло трикутника», набути вмінь та навичок розв'язувати задачі на піраміду, один з двогранних кутів якої тупий;
- *виховна*: виховувати графічну культуру учнів, формувати вміння аргументувати власну думку;
- *розвивальна*: розвивати логічне мислення, просторову уяву, зорову та слухову пам'ять.

Тип уроку: комбінований.

Обладнання: мультимедійна дошка, комп'ютер. Програмне забезпечення: СКМ GeoGebra.

ХІД УРОКУ

I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ МОМЕНТ

Перевірка готовності учнів до уроку. Підготовка динамічних електронних наочностей, виконаних в системі комп'ютерної математики GeoGebra. Налаштування комп'ютерної техніки.

II. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ

1. Чи варто розрізняти міру двогранного кута з кутом між площинами?

Так, за аналогією до понять «кут між прямими» та «кут між променями». Дійсно, двогранний кут – фігура, утворена двома півплощинами зі спільною прямою, що їх обмежує; кут на площині – фігура, яка складається із точки – вершини кута і двох півпрямих, що виходять з цієї точки. Кут між прямими визначається мірою гострого кута, що утворений

перетином цих прямих, тоді як кут між площинами має міру гострого двогранного кута, що утворений перетином цих прямих.

2. В яких межах може змінюватися кут між площинами? А міра двогранного кута?

Кут між площинами може змінюватися в межах від 0 до 90 , міра двогранного кута – від 0 до 360 .

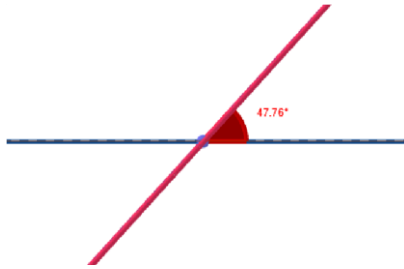


Рис. 1. Кут між прямими

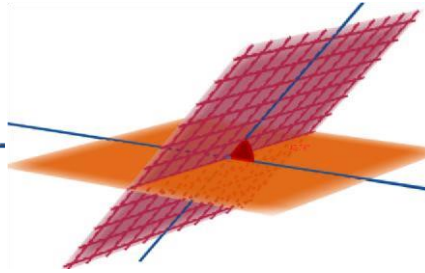


Рис. 2. Кут між площинами

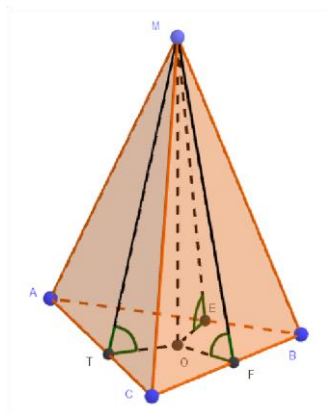


Рис. 3. Вершина піраміди рівновіддалена від вершин її основи

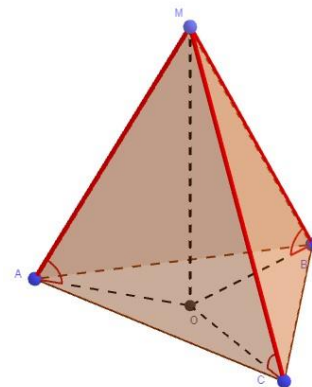


Рис. 4. Вершина піраміди рівно- віддалена від ребер її основи

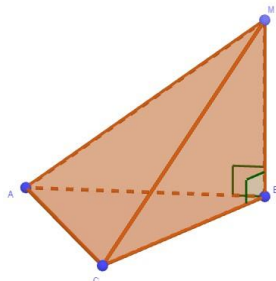


Рис. 5. Одне з бічних ребер піраміди перпендикулярне до площини основи

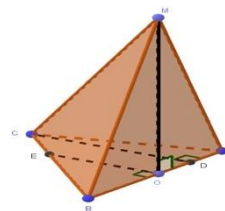


Рис. 6. Одна з бічних граней піраміди перпендикулярна до площини основи

3. Продовжіть думку:

- якщо всі бічні ребра піраміди рівні, то *основа висоти цієї піраміди є центром описаного навколо її основи кола;*
- якщо всі ребра піраміди нахилені до площини основи під однаковим кутом, то *основа висоти цієї піраміди є центром описаного навколо її основи кола;*
- якщо всі двогранні кути при ребрах основи піраміди рівні, то *основа висоти піраміди є центром вписаного в її основу кола;*
- якщо висота піраміди є її бічним ребром, то *дві грані піраміди, які містять це ребро, перпендикулярні до площини основи;*
- якщо одна з граней піраміди перпендикулярна до площини її основи, то *висота цієї грані є висотою піраміди, тобто основа піраміди належить ребру основи піраміди.*

III. МОТИВАЦІЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ, ПОВІДОМЛЕННЯ ТЕМИ ТА МЕТИ УРОКУ

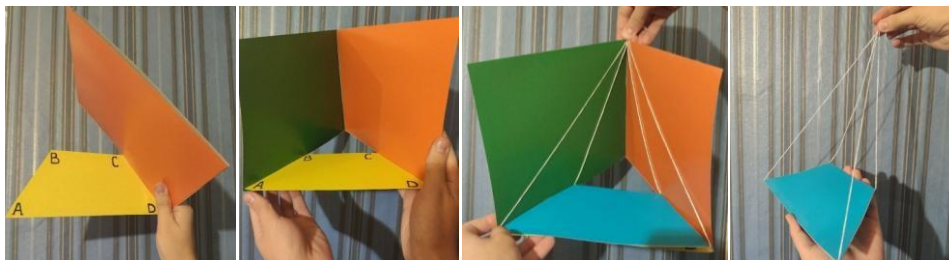
На попередніх уроках розв'язано чимало задач на різні види пірамід, однак всі ці задачі стосувалися многогранників, у яких всі двогранні кути гострі або один двогранний кут прямий. Сьогодні на уроці розглянемо такі піраміди, у яких один двогранний кут тупий, і з'ясуємо, як будувати зображення цих пірамід. Розв'язуючи задачі, познайомимося також із новим поняттям – «зовнівписане коло трикутника», а також визначимо, як це коло пов'язане з трикутними пірамідами, площини бічних граней яких утворюють з площиною основи рівні кути. Отже, тема уроку – «Піраміда. Розв'язування задач».

IV. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТРЕНУВАЛЬНИХ ЗАДАЧ

Задача 1. В основі піраміди лежить трапеція $ABCD$, у якої $AB = CD = 2$ см, $BC = 4$ см, $AD = 6$ см. Грані SAB і SCD перпендикулярні до площини

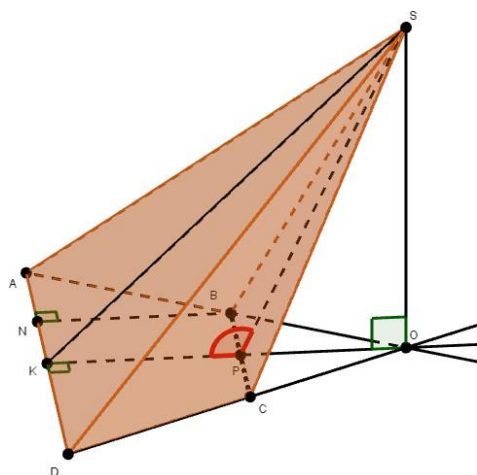
основи, а двогранний кут при ребрі AD дорівнює 30° . Знайдіть висоту піраміди і двогранний кут при ребрі BC .

Коментар до задачі. Оскільки в піраміді дві несуміжні грані SAB і SCD перпендикулярні до площини основи, відрізки AB і CD – бічні сторони трапеції (не перетинаються), то ці грані не мають спільних ребер і мають лише одну спільну точку – вершину S піраміди. Тоді S належить прямій



перетину площин (SAB) і (SCD) . Ці міркування приводять до побудови грамотного рисунка до задачі.

Рис. 7. Паперова модель до задачі та модель з ниток



ДАНО:

$SABCD$ – піраміда,

$ABCD$ – трапеція,

основа піраміди,

$AB = CD = 2$ см, $BC = 4$ см, $AD = 6$

см, $(SAB) \perp (ABC)$, $(SCD) \perp (ABC)$,

$\angle((SAB), (ABC)) = 30^\circ$.

Знайти: висоту піраміди і

двогранний кут при ребрі BC .

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Нехай SO – висота піраміди, SO – пряма перетину площин (SAB) і (SCD) , O – точка перетину прямих AB і CD . Побудуємо $OK \perp AD$. Оскільки $SO \perp (ABC)$, SK – похила, OK – її проекція, то за теоремою про три

перпендикуляри $SK \perp AD$. Тоді $\angle SKO = 30^\circ$ – лінійний кут двогранного кута при ребрі AD .

Нехай $OK \cap BC = P$, $\angle SPK$ – лінійний кут двогранного кута при ребрі BC .

$$BN \perp AD; AN = \frac{AD-BC}{2} = 1 \text{ см.}$$

У прямокутному $\triangle ANB$ $\cos \angle BAN = \frac{AN}{AB} = \frac{1}{2}$ см. Звідси $\angle BAN = 60^\circ$. Тоді $\angle AOD = 180^\circ - (\angle BAN + \angle CDA) = 180^\circ - 2 \cdot \angle BAN = 60^\circ$. Отже,

$\triangle AOD$ – рівносторонній. За теоремою Піфагора $BN = \sqrt{AB^2 - AN^2} = \sqrt{3}$ см.

Оскільки $\triangle AOD$ – рівносторонній, то $OK = \frac{AD\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$ см.

Розглянемо $\triangle SOK$ ($\angle BAN = 90^\circ$): $\frac{SO}{OK} = \operatorname{tg} \angle SKO$; $SO = OK \cdot \operatorname{tg} \angle SKO = 3$ см.

Розглянемо $\triangle SOP$ ($\angle SOP = 90^\circ$): $OP = OK - KP = OK - BN = 2\sqrt{3}$ см; $\operatorname{tg} \angle SPO = \frac{SO}{OP} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\angle SPO = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$\angle SPK = \pi - \angle SPO = \pi - \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

ВІДПОВІДЬ: 3 см; $\pi - \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Додаткове запитання до задачі 1. Якби треба було знайти кут між площиною грані SBC і площиною основи піраміди, то яку б мали відповідь до задачі? ($\angle SPO = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{2}$)

Задача 2. В основі піраміди лежить рівнобедрений трикутник з кутом β при вершині та радіусом R описаного кола. Площина кожної бічної грані піраміди утворює з площиною основи кут α . Знайти площу бічної поверхні піраміди.

Коментар до задачі. Слід зауважити, що твердження «двогранні кути при ребрах основи піраміди рівні» і «площини бічних граней утворюють з площиною основи піраміди рівні кути» не є рівнозначними. Дійсно, коли площини бічних граней утворюють з площиною основи піраміди рівні кути, то можливі два випадки: або всі двогранні кути при ребрах основи рівні (гострі), або один з двогранних кутів при основі піраміди тупий. З'ясуємо, в

яку точку площини основи проектується вершина піраміди в другому випадку.

V. ПОВІДОМЛЕННЯ НОВОГО МАТЕРІАЛУ

Означення. Зовнівписаним колом трикутника називають коло, яке дотикається до однієї із сторін трикутника та продовжень двох інших його сторін.

Теорема. Якщо в трикутній піраміді площини бічних граней *утворюють з площиною основи рівні кути*, то основа висоти піраміди є або *центром вписаного в основу піраміди кола*, або *центром зовнівписаного кола трикутника-основи піраміди*.

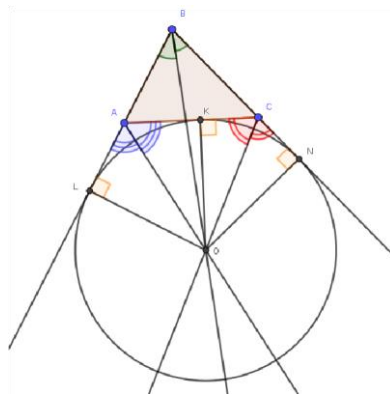


Рис. 8. Зовнівписане коло $\triangle ABC$, яке дотикається до сторони АВ

Обґрунтуємо істинність другого висновку теореми, будуючи рисунок до задачі 2.

V. ЗАСТОСУВАННЯ НАБУТИХ ЗНАЇЬ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

Розв'яжемо задачу 2, домовившись розглядати зовнівписане коло, яке дотикається до сторони BC рівнобедреного $\triangle ABC$ ($AB = AC$).

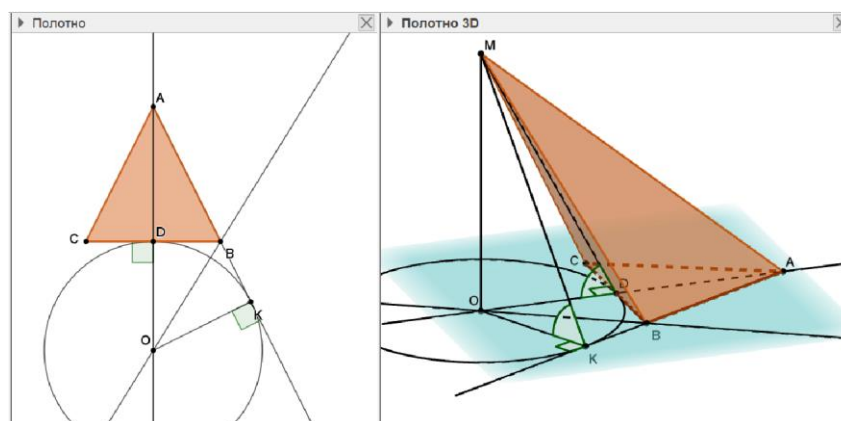


Рис. 9. Динамічна модель до задачі, виконана на мультимедійній дошці в GeoGebra під час уроку ДАНО:

$MABC$ – піраміда, $\triangle ABC$ – основа піраміди,

$AB = BC$, $\angle BAC = \beta$,

R – радіус описаного навколо $\triangle ABC$ кола,

$\angle((ABC), (MAB)) = \angle((ABC), (MBC)) = \angle((ABC), (MAC)) = \alpha$.

Знайти $S_{\text{бічн}}$

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Нехай основа висоти піраміди знаходиться зовні $\triangle ABC$, MO – висота піраміди $MABC$, O – центр зовнівписаного кола $\triangle ABC$.

Нехай $AD \perp BC$; оскільки у $\triangle ABC$ $AB = AC$, то $\angle CAD = \angle DAB$, $CD = DB$. Точка O належить прямій AD , $OK \perp AB$, тобто $OK = OD$.

Оскільки $MO \perp (ABC)$, MK і MD – похилі, OK і OD – їх проекції, $OK \perp AB$, $OD \perp BC$, то за теоремою про три перпендикуляри маємо, що $MK \perp AB$ і $MD \perp BC$. Тоді $\angle MKO = \angle MDO = \alpha$ – як кути між бічними гранями і площиною основи.

Розглянемо $\triangle ABC$: за наслідком з теореми синусів $\frac{BC}{\sin \angle BAC} = 2R$.

$$\frac{BC}{\sin \angle BAC} = \frac{BC}{\sin \beta} = 2R$$

Тоді $BC = 2R \sin \beta$, $DB = \frac{1}{2} BC = R \sin \beta$; за наслідком з теореми синусів

$$\frac{AB}{\sin \angle ACB} = \frac{AB}{\sin(90^\circ - \frac{\beta}{2})} = \frac{AB}{\cos \frac{\beta}{2}} = 2R, \quad AB = AC = 2R \cos \frac{\beta}{2}.$$

Розглянемо $\triangle ODB$ ($\angle ODB = 90^\circ$):

$$\angle DBO = \frac{1}{2} \angle CBK = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle CBA) = \frac{\pi + \beta}{4};$$

$$\frac{OD}{BD} = \operatorname{tg} \angle DBO, \quad \text{тому } OD = BD \cdot \operatorname{tg} \angle DBO = R \sin \beta \operatorname{tg} \frac{\pi + \beta}{4}.$$

Розглянемо $\triangle MOD$ ($\angle MOD = 90^\circ$):

$$\frac{OD}{MD} = \cos \angle MDO, \quad MD = \frac{OD}{\cos \angle MDO} = \frac{R \sin \beta \operatorname{tg} \frac{\pi + \beta}{4}}{\cos \alpha} = MK.$$

Знайдемо площу бічної поверхні піраміди: $S_{\text{бічн}} = S_{\triangle MAB} + S_{\triangle MBC}$

$$+ S_{\triangle MAC} = \frac{1}{2} \cdot MD \cdot P_{\triangle ABC} = \frac{R^2 \sin \beta \operatorname{tg} \frac{\pi + \beta}{4} (\sin \beta + 2 \cos \frac{\beta}{2})}{\cos \alpha} \quad (\text{кв. од.})$$

ВІДПОВІДЬ: $\frac{R^2 \sin \beta \operatorname{tg} \frac{\pi + \beta}{4} \left(\sin \beta + 2 \cos \frac{\beta}{2} \right)}{\cos \alpha}$ кв. од.

Додаткові запитання до задачі 2:

1. Чи одержали б ту ж саму відповідь, якби розв'язували задачу для випадку, коли всі двогранні кути при основі піраміди рівні? *(Ні, одержали б іншу відповідь, враховуючи розміщення висоти піраміди)*

2. Чи одержали б ту ж саму відповідь, якби будували зовнівписане коло, що дотикається до бічної сторони $\triangle ABC$? *(Ні, одержали б іншу відповідь, враховуючи довжину OD)*

VI. РЕФЛЕКСІЯ, ПІДВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ

Продовжіть думку:

- ❖ Сьогодні на уроці я пригадав ...
- ❖ Сьогодні на уроці я дізнався ...
- ❖ З уроку мені запам'яталося ...
- ❖ На уроці мені сподобалося (не сподобалося) ... □

VII. ПОВІДОМЛЕННЯ ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ

1. Вивчити теоретичний матеріал уроку.
2. Поміркувати, чи існує чотирикутна піраміда, в якій площини бічних граней утворюють з площиною основи рівні кути, а один з двогранних кутів при основі – тупий.
3. Розв'язати задачу 2 для випадку, коли всі двогранні кути при основі піраміди $MABC$ гострі (тобто точка O є центром вписаного в $\triangle ABC$ кола).

ДОДАТОК 2

Приклади задач в онлайн-програмі GeoGebra

Задача 1.
Побудувати переріз призми $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ площиною, що проходить через точки P, Q, R

1. Побудуємо слід січної площини на площину нижньої основи призми. Розглянемо грань $AA_1 B_1 B$ — у цій грані лежать точки перетину P і Q . Проведемо пряму PQ .

2. Продовжимо пряму PQ , яка належить перерізу, до перетину з прямою AB . Отримаємо точку S_1 , що належить сліду.

3. Аналогічно отримавмо точку S_2 перетином прямих QR і BC .

4. Пряма $S_1 S_2$ — слід січної площини на площину нижньої основи призми.

5. Пряма $S_1 S_2$ перетинає сторону AD в точці U , сторону CD в точці T . З'єднаємо точки P і U , так як вони лежать в одній площині грані $AA_1 D_1 D$. Аналогічно отримавмо TU і RT .

6. $PQRTU$ — шуканий переріз.

Задача 2.
Побудувати переріз паралелепіпеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ площиною, що проходить через точки M, N, P

1. Точки N і P лежать в площині перетину та площині нижньої основи паралелепіпеда. Побудуємо пряму, яка проходить через ці точки. Ця пряма є слідом січної площини на площині основи паралелепіпеда.

2. Продовжимо пряму, на якій лежить сторона AB паралелепіпеда. Прямі AB і NP перетнуться в деякій точці S . Ця точка належить площині перерізу.

3. Так як точка M також належить площині перерізу і перетинає пряму AA_1 в деякій точці X .

4. Точки X і N лежать в одній площині грані $AA_1 D_1 D$, з'єднаємо їх і отримаємо пряму XN .

5. Так як площини граней паралелепіпеда паралельні, то через точку M можна провести пряму в грані $A_1 B_1 C_1 D_1$, паралельну прямій NP . Ця пряма перетне сторону $B_1 C_1$ в точці Y .

6. Аналогічно проводимо пряму YZ , паралельно прямій XN . З'єднаємо Z з P і отримаємо шуканий переріз — $MYZPNX$.

Текст

Задача 1.
Побудувати переріз призми $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ площиною, що проходить через точки P, Q, R

1. Побудуємо слід січної площини на площину нижньої основи призми. Розглянемо грань $AA_1 B_1 B$. У цій грані лежать точки перетину P і Q . Проведемо пряму PQ . 2. Продовжимо пряму PQ , яка належить перерізу, до перетину з прямою AB . Отримаємо точку S_1 , що належить сліду. 3. Аналогічно отримуємо точку S_2 перетином прямих QR і BC . 4. Пряма $S_1 S_2$ - слід січної площини на площину нижньої основи призми. 5. Пряма $S_1 S_2$ перетинає сторону AD в точці U , сторону CD в точці T . З'єднаємо точки P і U , так як вони лежать в одній площині грані $AA_1 D_1 D$. Аналогічно отримуємо TU і RT . 6. $PQRTU$ - шуканий переріз.

Задача 1.

Побудувати переріз призми $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ площиною, що проходить через точки P, Q, R

1. Побудуємо слід січної площини на площину нижньої основи призми. Розглянемо грань $AA_1 B_1 B$. У цій грані лежать точки перетину P і Q . Проведемо пряму PQ .
2. Продовжимо пряму PQ , яка належить перерізу, до перетину з прямою AB . Отримаємо точку S_1 , що належить сліду.
3. Аналогічно отримуємо точку S_2 перетином прямих QR і BC .
4. Пряма $S_1 S_2$ - слід січної площини на площину нижньої основи призми.
5. Пряма $S_1 S_2$ перетинає сторону AD в точці U , сторону CD в точці T . З'єднаємо точки P і U , так як вони лежать в одній площині грані $AA_1 D_1 D$. Аналогічно отримуємо TU і RT .
6. $PQRTU$ - шуканий переріз.

реброDF = 17.66

реброDG = 17.66

реброEF = 17.66

реброEG = 17.66

реброFG = 17.66

Тетраедр

d = 648.98

Точка

A = (-16.74, 2.6, 0)

B = (-0.11, -3.34, 0)

C = (-3.28, 14.03, 0)

E = (1.48, -12.04, 0)

F = (-4.96, -1.61, 0)

M = (-5.73, 7.16, 10.2)

N = (-3.12, 0.2, 6.5)

P = (-10.71, 7.71, 0)

Ввод...

Задача 4.

Побудувати переріз тетраедра $DABC$ площиною, що проходить через точки M, N, P .

ребро DE = 7.28

Чотирикутник

многокутник1 = 58.28

Точка

A = (-2.18, -2.57, 0)

B = (-3.94, 5.27, 0)

C = (4.59, 4.77, 0)

D = (4, -3.33, 0)

E = (3.32, -2.45, 0.91)

F = (0.57, 0.53, 0.91)

G = (-3.01, 4.42, 0.91)

K = (-0.81, -1.09, 0)

N = (0.56, 0.4, 0)

P = (-3.06, 1.35, 0)

Q = (0.91, -2.95, 0)

R = (2.6, 2.9, 2.37)

Введіть...

Задача 5

На ребрах AB і AD піраміди MABC задамо відповідно точки P і Q - середини цих ребер, а на ребрі MC задамо точку R. Побудуємо переріз піраміди площиною, що проходить через точки P, Q і R.

1. Основним слідом площини PQR є пряма PQ.
2. Знайдемо точку K, в якій площину MAC перетинає пряма PQ. Точки K і R належать і площині PQR, і площині MAC. Тому, провівши пряму KR, ми отримаємо лінію перетину цих площин.
3. Знайдемо точку N в площині ACBD, проведемо пряму MN і знайдемо точку F в площині KRMN.
4. Точка F є загальною точкою площин PQR і MDB, тобто ці площини перетинаються по прямій, що проходить через точку F.
5. Подальші побудови зрозумілі з малюнка. У підсумку ми отримуємо багатокутник PQERG- шуканий переріз.

ABC

↺

АНОТАЦІЯ

Зіміч О.С. Графічно-ілюстративний метод при вивченні стереометрії в старших класах. Магістерська робота на здобуття ступення магістра за спеціальністю 014 Середня освіта (Математика)- Волинський національний університет імені Лесі Українки. Кафедра Математичного аналізу та статистики Луцьк, 2025. 69с.

У магістерській роботі досліджено теоретичні, психолого-педагогічні та методичні аспекти застосування графічно-ілюстративного методу в процесі навчання стереометрії. Обґрунтовано значення наочності у формуванні просторового мислення учнів та проаналізовано роль візуалізації у засвоєнні геометричного матеріалу. Особливу увагу приділено використанню сучасних інформаційно-комунікаційних технологій (GeoGebra 3D, Cabri 3D, SketchUp) як засобу підвищення ефективності навчання.

У роботі представлено систему інтерактивних моделей та навчально-методичних матеріалів, спрямованих на демонстрацію перерізів геометричних тіл і розвиток умінь уявного оперування просторовими образами. Проведено педагогічний експеримент, результати якого підтвердили, що систематичне використання динамічної наочності сприяє підвищенню рівня засвоєння стереометричного матеріалу, розвитку логічного й просторового мислення, а також формуванню стійкої навчальної мотивації.

Ключові слова : стереометрія; графічно-ілюстративний метод; наочність; просторове мислення; інформаційно-комунікаційні технології; перерізи геометричних тіл; динамічні моделі; методика навчання математики.

ANNOTATION

Zimich O.S. Graphical and illustrative method in the study of stereometry in high school. Master's thesis for the degree of master in the specialty 014 Secondary education (Mathematics) - Volyn National University named after Lesya Ukrainka. Department of Mathematical Analysis and Statistics Luts'k, 2025. 69p.

The master's thesis explores the theoretical, psychological, pedagogical and methodological aspects of the use of the graphic and illustrative method in the process of teaching stereometry. The importance of clarity in the formation of students' spatial thinking is substantiated and the role of visualization in the assimilation of geometric material is analyzed. Special attention is paid to the use of modern information and communication technologies (GeoGebra 3D, Cabri 3D, SketchUp) as a means of increasing the effectiveness of learning.

The work presents a system of interactive models and educational and methodological materials aimed at demonstrating sections of geometric bodies and developing the skills of imaginative operation with spatial images. A pedagogical experiment was conducted, the results of which confirmed that the systematic use of dynamic visualization contributes to an increase in the level of assimilation of stereometric material, the development of logical and spatial thinking, as well as the formation of stable learning motivation.

Keywords: stereometry; graphic and illustrative method; visualization; spatial thinking; information and communication technologies; sections of geometric bodies; dynamic models; mathematics teaching methodology.