

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ВОЛИНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ЛЕСІ УКРАЇНКИ**

Кафедра теорії функцій та методики навчання математики

АВДЕЙЧИК ІННА ЛЕОНІДІВНА

**ІНТЕРАКТИВНІ ТЕХНОЛОГІЇ В НАВЧАННІ КАМБІНАТОРИКИ ТА ТЕОРІЇ
ЙМОВІРНОСТЕЙ**

Спеціальність: 014 Середня освіта(Математика)

Освітньо-професійна програма «Середня освіта. Математика»

Робота на здобуття освітнього ступеня «Магістр»

Науковий керівник:

ХАРКЕВИЧ ЮРІЙ ІЛІОДОРОВИЧ

кандидат фіз.-мат. наук, професор

РЕКОМЕНДАВО ДО ЗАХИСТУ

Протокол № _____

Засідання кафедри теорії функцій та

методики навчання математики

від _____ 2025р.

Завідувач кафедри

доцент Гембарська С. Б. _____

Луцьк – 2025

ЗМІСТ

РОЗДІЛ I. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ВИВЧЕННЯ КОМБІНАТОРИКИ ТА ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ.....	6
1.1. Імовірісно-статистична змістова лінія у шкільному курсі математики	6
1.2. Типові труднощі учнів при вивченні теми	9
1.3. Розв’язання задач з теорії ймовірностей і математичної статистики у шкільному курсі.....	11
РОЗДІЛ II. ІНТЕРАКТИВНІ ТЕХНОЛОГІЇ ЯК ЗАСІБ ОПТИМІЗАЦІЇ ВИВЧЕННЯ КОМБІНАТОРИКИ ТА ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ.....	15
2.1. Інтерактивні технології в контексті математичної освіти: поняття, класифікація	15
2.2. Онлайн-інструменти та програмні засоби у вивченні комбінаторики та теорії ймовірностей.....	21
РОЗДІЛ III. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВИКОРИСТАННЯ ІНТЕРАКТИВНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У НАВЧАННІ КОМБІНАТОРИКИ ТА ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ	31
3.1. Структура інтерактивного уроку	31
3.2. Методичні рекомендації щодо створення та використання віртуальних симуляцій і статистичних експериментів.	42
3.3. Фрагменти уроків із застосування інтерактивних технологій під час вивчення теоретичного матеріалу.....	46
3.4. Інтерактивні технології як засіб формування практичних вмінь та навичок: розробки завдань з використанням онлайн-сервісів.....	55
ВИСНОВКИ	62
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	64
ДОДАТОК А	68
ДОДАТОК В	70

ВСТУП

Умови функціонування сучасного інформаційного суспільства вимагають від особистості нової якості мислення — здатності ефективно діяти в ситуаціях невизначеності, аналізувати випадкові явища, здійснювати ймовірнісні оцінки, передбачати ймовірні наслідки подій і ухвалювати рішення на основі кількісно обґрунтованих даних. У зв'язку з цим особливої значущості набуває розвиток ймовірнісно-статистичного мислення та засвоєння ключових понять комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики, які сьогодні мають важливе значення не лише для науки та техніки, а й для широкого спектра професійної діяльності: від економіки й медицини до соціології, педагогіки, військової справи та управлінських процесів. У такому контексті саме освітній процес відіграє провідну роль у формуванні зазначених компетентностей — шляхом поступової інтеграції стохастичних знань до змісту шкільного курсу математики.

Інтерактивні технології створюють умови для активної участі учнів у навчальному процесі, сприяють формуванню самостійності, критичного мислення, навичок колективної взаємодії та рефлексивної оцінки результатів. Їх застосування забезпечує більш природне засвоєння математичних понять завдяки дослідницькій діяльності, міжособистісному діалогу, моделюванню реальних процесів і виконанню статистичних експериментів. У контексті опанування складного та абстрактного навчального матеріалу, яким є стохастика, інтерактивні методи дозволяють візуалізувати ймовірнісні моделі, наочно представити ситуації невизначеності, зробити зрозумілішими складні теоретичні конструкції та активізувати мотивацію учнів до навчання.

Усе це засвідчує актуальність дослідження, яке полягає у необхідності узгодження сучасного змісту математичної освіти з дидактичними технологіями, що відповідають принципам компетентнісного підходу. Це потребує комплексного наукового аналізу застосування інтерактивних методів у навчанні стохастичних тем, визначення їхнього потенціалу та розроблення науково обґрунтованих методичних рекомендацій щодо їх реалізації в умовах сучасної школи.

Об’єкт дослідження — процес навчання комбінаторики та теорії ймовірностей у закладах загальної середньої освіти.

Предмет дослідження — інтерактивні технології як дидактичний інструмент підвищення ефективності засвоєння комбінаторики та теорії ймовірностей.

Мета дослідження — обґрунтувати дидактичну доцільність інтерактивних технологій та розкрити їхній потенціал як засобу підвищення ефективності навчання стохастичних тем у шкільному курсі математики.

Для реалізації поставленої мети сформульовано такі **завдання дослідження**:

1. Здійснити аналіз змісту ймовірнісно-статистичної лінії в чинних навчальних програмах і підручниках з математики.
2. Розкрити методологічні засади вивчення стохастичних тем у шкільному курсі.
3. Визначити основні труднощі, з якими стикаються учні під час опанування понять комбінаторики та ймовірності.
4. Дослідити типологію та дидактичні можливості інтерактивних технологій у математичній освіті.
5. Сформулювати науково обґрунтовані методичні рекомендації щодо впровадження цифрових інструментів, онлайн-сервісів і віртуальних середовищ у навчання комбінаторики, ймовірності та статистики в основній і старшій школі.
6. Розробити приклади фрагментів уроків із використанням інтерактивних цифрових платформ, симуляцій та дидактичних інструментів.

Для досягнення поставленої мети та виконання дослідницьких завдань застосовано комплекс таких **науково-педагогічних методів**:

- аналітичне опрацювання, систематизація та узагальнення психолого-педагогічної й науково-методичної літератури, присвяченої проблемам навчання комбінаторики, теорії ймовірностей і впровадженню інтерактивних технологій;
- моделювання фрагментів освітнього процесу з використанням інтерактивних засобів навчання, у тому числі розробка авторських завдань, дидактичних матеріалів і сценаріїв уроків;

- узагальнення досвіду практичного впровадження інтерактивного навчання, описаного в наукових, методичних і педагогічних джерелах;

Практичне значення дослідження полягає в тому, що його результати можуть бути використані вчителями математики загальноосвітніх навчальних закладів, а також студентами педагогічних спеціальностей, які готуються до роботи в освітній сфері. Представлені матеріали можуть слугувати основою для створення власних методичних розробок, удосконалення уроків і підвищення ефективності навчання стохастичних тем у шкільній практиці.

Наукова новизна дослідження полягає у педагогічному обґрунтуванні потенціалу інтерактивних технологій як ефективного засобу реалізації компетентнісного підходу в процесі навчання стохастичних тем. Запропоновано авторські дидактичні розробки фрагментів уроків і навчальних завдань, що включають елементи цифрового моделювання і спрямовані на формування ймовірісно-статистичного мислення в учнів.

Структура роботи включає вступ, три тематичні розділи, висновки, список використаних джерел і додатки. У першому розділі — *«Теоретичні засади вивчення комбінаторики та теорії ймовірностей у шкільному курсі математики»* — проаналізовано зміст навчальних програм, підручників і методологічні підходи до викладання, а також окреслено типові труднощі учнів та приклади розв'язків типових задач. Другий розділ — *«Інтерактивні технології як засіб оптимізації вивчення комбінаторики та теорії ймовірностей»* — присвячений сучасним цифровим ресурсам та аналізу їхнього дидактичного потенціалу. У третьому розділі — *«Методичні рекомендації щодо використання інтерактивних технологій у навчанні комбінаторики та теорії ймовірностей»* — запропоновано авторські розробки занять, приклади використання симуляцій та цифрових інструментів для формування практичних навичок учнів.

Обсяг роботи становить 75 сторінок, список використаних джерел — 31 найменування, робота містить 12 рисунків і 3 таблиці.

РОЗДІЛ І. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ВИВЧЕННЯ КОМБІНАТОРИКИ ТА ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

1.1. Ймовірісно-статистична змістова лінія у шкільному курсі математики

У шкільному курсі математики поняття «стохастика» трактується як інтеграцію початкових елементів теорії ймовірностей та математичної статистики. Вивчення цих дисциплін у загальноосвітній школі України здійснюється з 1996 року [4, с. 23]. Опанування зазначеного матеріалу сприяє формуванню у школярів усвідомлення ймовірнісної природи багатьох явищ у природі та суспільстві, а також розумінню, що численні процеси описуються відповідними ймовірнісними моделями, які досліджуються за допомогою математичних методів. З огляду на це, особливо важливо сформувати в учнів коректне наукове уявлення про теорію ймовірностей, розвинути знання про математичне моделювання та навчити конструювати ймовірнісні моделі для стохастичних експериментів, дотримуючись при цьому принципів науковості і системності.

До впровадження концепції НУШ елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики здебільшого вивчалися у 9 та 11 класах. У 2025/2026 навчальному році учні 5–8 класів продовжать навчання за модельними програмами НУШ, в яких ймовірісно-статистична змістова лінія поступово розвивається, починаючи з 5 класу. Водночас учні 9–11 класів навчатимуться за програмами 2017 року, де теми ймовірності і статистики концентруються переважно у 9 та 11 класах. Аналіз цих програм [13]–[16] (див. Додаток А) свідчить, що компоненти цієї змістової лінії послідовно вводяться на різних етапах навчання, проте мають певні розриви, які варто враховувати в освітньому процесі.

Перший системний підхід до вивчення тем комбінаторики, теорії ймовірностей і статистики реалізується у 9 класі. У курсі на стандартному рівні учні ознайомлюються з основними комбінаторними правилами, поняттям випадкової події, частотою та ймовірністю, а також початковими уявленнями про статистику. Важливим акцентом є застосування статистичних та ймовірнісних понять для

аналізу фінансових ситуацій, що сприяє розвитку фінансової грамотності школярів [13].

Для учнів, які навчаються за програмою з поглибленим вивченням математики, у 9 класі передбачено суттєво ширший зміст. До вже згаданих тем додаються комбінаторні формули (перестановки, розміщення, комбінації), класичне означення ймовірності, поняття вибірки та середніх статистичних характеристик. Таким чином, у 9 класі відбувається перехід від інтуїтивного ознайомлення до перших елементів формалізації, особливо для учнів математичних класів [13].

У 10 класі, відповідно до чинних навчальних програм, ймовірнісно-статистична змістова лінія формально не продовжується. Це створює певну розривність між 9 та 11 класами, що може ускладнити послідовне формування статистичних та ймовірнісних уявлень. Прогалину частково можна компенсувати інтеграцією елементів стохастики у проєктну діяльність або міжпредметні завдання, але відсутність повноцінного тематичного блоку в 10 класі все ж є слабкою ланкою в логіці програми.

У 11 класі на стандартному рівні відбувається повернення до змістової лінії у вигляді тем з елементами комбінаторики, класичної ймовірності та описової статистики. Учні вивчають перестановки, розміщення, комбінації (без повторень), обчислюють ймовірність подій за класичним означенням, знаходять розмах вибірки, моду, медіану та середнє значення [16]. Порівняно з 9 класом, зміст ускладнюється: формалізуються означення, з'являється потреба в самостійному виборі стратегії розв'язання, поглиблюється розуміння статистичних характеристик.

На поглибленому та профільному рівнях навчання у 11 класі вивчення ймовірностей значно розширюється. Вводяться аксіоми теорії ймовірностей, операції над подіями, поняття незалежності, умовної ймовірності, випадкової величини та її математичного сподівання. У програмах з поглибленим вивченням математики передбачено навіть вивчення бінома Ньютона та трикутника Паскаля у контексті задач з ймовірності, а також геометричну ймовірність. Очікувані

результати тут зосереджені не лише на обчисленнях, а й на розумінні теоретичних основ і на здатності пояснити суть статистичних та ймовірнісних моделей [14], [15].

У межах усіх рівнів навчання простежується поступове ускладнення змісту: від інтуїтивних понять і прикладів у 9 класі — до формалізованих означень, аналітичних обчислень і моделювання стохастичних ситуацій у 11 класі. Така послідовність сприяє розвитку в учнів важливих математичних компетентностей: статистичного мислення, логічного аналізу випадкових подій, уміння працювати з вибірками даних, а також застосовувати отримані знання у практичних ситуаціях.

Разом із тим, аналіз програми дозволяє виявити і певні структурні обмеження. Однією із прогалин є недостатнє охоплення питань статистичного аналізу — шкільна програма зосереджується лише на описових характеристиках вибірки, залишаючи поза увагою методи виявлення закономірностей, статистичних залежностей чи розподілів.

У цьому контексті дедалі більшої значущості набуває впровадження інтерактивних технологій, здатних не лише компенсувати виявлені структурні прогалини, а й забезпечити принципово нову якість навчання ймовірнісно-статистичних понять. Застосування цифрових інструментів, візуалізацій, симуляцій, освітніх ігор і комп'ютерного моделювання відкриває широкі можливості для інтенсифікації навчального процесу. Зокрема, використання віртуальних симуляторів, про які детальніше йдеться у підрозділі 2.2, дає змогу моделювати випадкові події, проводити серії експериментів, досліджувати емпіричні закономірності та здійснювати статистичну обробку великих вибірок у середовищах електронних таблиць. Такий формат не лише активізує пізнавальну діяльність учнів, а й сприяє більш глибокому осмисленню стохастичних процесів, наближаючи шкільну математику до реального життя.

Поглиблене розуміння ймовірності у шкільному курсі значною мірою залежить від підходу до її формального введення. У сучасних навчальних матеріалах простежується застосування трьох основних підходів до формування цього поняття: статистичного, класичного та аксіоматичного. З урахуванням профілю навчання

кожен з них має власну дидактичну доцільність. У гуманітарних класах, а також у класах природничого, технічного чи економічного спрямування, найбільш ефективним виявляється статистичний підхід. Його перевага полягає в доступності, економії часу та опорі на особистий досвід учнів, їхнє інтуїтивне розуміння ймовірності як частоти повторення подій. Натомість у математичних класах доцільніше застосовувати аксіоматичний підхід, що вирізняється логічною строгістю та високим рівнем абстракції. Саме цей підхід дозволяє вибудовувати елементарні теоретико-ймовірнісні моделі та формувати фундаментальні уявлення про структуру стохастичних процесів.

Таким чином, хоча навчальні програми демонструють продуману логіку формування ймовірнісно-статистичної змістової лінії, її практична реалізація у шкільній практиці значною мірою залежить від змісту підручників, за якими здійснюється навчання. Саме вони є основним джерелом як теоретичного матеріалу, так і дидактичного інструментарію для роботи вчителя.

У підсумку можна констатувати, що зміст задач з тем комбінаторики, ймовірності та статистики в підручниках, виданих до впровадження реформи Нової української школи, не завжди відповідає віковим особливостям учнів, принципам поступовості та наступності, а також вимогам компетентнісного навчання. Крім того, більшість цих задач не мають зв'язку з актуальними для учнів життєвими ситуаціями, не сприяють формуванню міжпредметних зв'язків і не стимулюють пізнавальний інтерес до відповідної тематики. Внаслідок цього, значна частина задач, які традиційно вивчалися у 9 або 11 класах, у навчальній програмі НУШ перенесена до курсу 5–6 класів.

1.2. Типові труднощі учнів при вивченні теми

Практичний досвід шкільного навчання та результати педагогічних досліджень свідчать, що саме теми комбінаторики, теорії ймовірностей і основ статистики викликають значні труднощі у здобувачів освіти.

Причинами цих труднощів є не лише складність самих понять, а й недостатня системність у підготовці учнів до їх сприйняття. Попри поетапне впровадження стохастичної лінії в оновлені навчальні програми Нової української школи [18], школярі й досі стикаються з типовими проблемами, які ускладнюють формування цілісного стохастичного мислення.

Ще однією суттєвою причиною є обмежена кількість прикладних, наочно зорієнтованих та інтерактивних завдань, а також високий рівень абстрактності подання матеріалу навіть у сучасних підручниках.

Враховуючи це, особливу увагу варто приділити вивченню типових помилок, непорозумінь і когнітивних упереджень, що виникають у процесі опанування стохастичної лінії. Аналіз цих труднощів дозволяє глибше зрозуміти природу учнівських помилок і сформулювати обґрунтовані рекомендації для вдосконалення методики викладання відповідних тем.

Умовно всі труднощі можна класифікувати за змістовими, логічними, методичними та психологічними категоріями.

Через обмежену кількість завдань у шкільних підручниках, спрямованих на розвиток умінь оцінювати ризики, здійснювати прогнозування чи аргументовано обирати варіант дії, у більшості учнів не формується відповідна стратегія міркувань. Це, своєю чергою, створює психологічний бар'єр перед використанням ймовірнісно-статистичних міркувань у реальних або наближених до реальності ситуаціях.

Таким чином, виявлені труднощі при засвоєнні стохастичної лінії зумовлені не лише складністю теми, а й низкою зовнішніх та внутрішніх чинників — від недосконалості методики до індивідуальних когнітивних бар'єрів. Їх системний аналіз дозволяє зрозуміти, чому учні не опановують необхідні поняття, і, відповідно, що саме має бути змінено в підходах до викладання. Це підкреслює потребу у створенні цілісної дидактичної системи, що враховуватиме вікові особливості учнів, поступовість введення понять і контекстне застосування знань — у дусі сучасних модельних програм [2], [3], [18].

1.3. Розв'язання задач з теорії ймовірностей і математичної статистики у шкільному курсі

Задача 1. Монету підкидають 3 рази. Скільки різних послідовностей гербів і цифр можна отримати? [19]

Розв'язання. При кожному підкиданні випаде герб або цифра. Усього можна отримати такі варіанти: ГГГ, ГГЦ, ГЦГ, ЦГГ, ГЦЦ, ЦГЦ, ЦЦГ, ЦЦЦ. Отже, має 8 варіантів.

Відповідь: 8.

Задача 2. Картки з номерами 1, 2, 3 довільним чином поклали в ряд. Яка ймовірність того, що картки з непарними номерами опиняться поруч? [19]

Розв'язання. Картки можемо покласти в ряд $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ способами, $n = 6$. Варіантів, коли непарні номери стоять поруч – 4, а саме: 132, 213, 312, 231. Отже, $P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Відповідь: $\frac{2}{3}$.

Задача 3. Кафе пропонує в меню 3 перші страви, 6 других страв і 5 третіх страв. Скільки існує способів вибрати обід із трьох страв (по одній страві кожного виду)? [19]

Розв'язання. Потрібно вибрати обід який складається із 3 страв. До кожної першої страви можна вибрати будь-яку з 6 других страв. Якщо обрали 1 першу страву, то можна поєднати з будь-якою із 6 других страв, загалом можливих комбінацій $3 \cdot 6 = 18$. Для кожної пари «перша + друга» можна вибрати будь-яку з 5 третіх страв. Загальна кількість обідів: $3 \cdot 6 \cdot 5 = 90$.

Відповідь: 90 різних способів вибрати обід із трьох страв.

Задача 4. Скільки чотирицифрових чисел можна записати за допомогою цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6? [19]

Розв'язання. Оскільки у задачі не вказано чи можуть цифри повторюватись, то розглянемо 2 варіанти:

1) Якщо цифри можуть повторюватись.

Маємо 6 цифр: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Для кожної із 4 позицій (тисячі, сотні, десятки, одиниці) можна вибрати будь яку цифру з 6: $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^4 = 1296$.

2) Якщо цифри не можуть повторюватись.

Тоді: на першу позицію — 6 варіантів; на другу — 5; на третю — 4; на четверту — 3. $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$. Отримаємо 360 різних варіантів.

Відповідь: 1) 1296; 2) 360.

Задача 5. Скількома способами можна поставити на шахову дошку дві тури (білу та чорну) так, щоб вони не били одна одну? [19]

Розв'язання. Вибрати клітинку для білої тури — 64 варіанти. Для кожної такої клітинки чорна тура не може стояти:

- на тій самій клітинці (1 варіант),
- у тому ж рядку (ще 7 клітин),
- у тому ж стовпці (ще 7 клітин).

Всього заборонено $1 + 7 + 7 = 15$ клітин, отже, дозволено $64 - 15 = 49$ для чорної тури.

Отже всього способів: $64 \cdot 49 = 3136$.

Відповідь: 3136 способів.

Задача 6. Серед 10 людей є двоє знайомих. Скількома способами можна посадити цих людей на 10 стільців так, щоб знайомі сиділи поруч? [19]

Розв'язання. У нас 10 стільців у ряд. Пари сусідніх стільців: 1–2, 2–3 і т. д. Отже, пар сусідніх місць $10 - 1 = 9$. У кожній парі вони можуть сидіти: перший зліва, другий справа; перший справа, другий зліва. Тобто 2 способи. Отже, для пари сусідніх стільців маємо: $9 \cdot 2 = 18$ способів посадити знайомих. Залишилось 8 людей і 8 стільців: $P(n) = 8! \cdot 18 = 725\,760$.

Відповідь: всього 725 760 способів.

Задача 7. Для шкільної лотереї підготовлено 100 білетів, з яких 12 є виграшними. Перший учень навмання вибирає 10 білетів. Скільки існує варіантів вибору, при яких від вибере рівно 3 виграшних білети? [19]

Розв'язання. Обчислимо за формулою: $C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Кількість способів вибрати 3 виграшних білети із 12 обчислюється:

$$C_{12}^3 = \frac{12!}{3!(12-3)!} = \frac{12!}{3!9!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 2 \cdot 11 \cdot 10 = 220.$$

Кількість не виграшних білетів становить: $100 - 12 = 88$.

Кількість способів вибрати 7 не виграшних білетів з 88 обчислюється за формулою: $C_{88}^7 = \frac{88!}{7!(88-7)!} = \frac{88!}{7!81!}$.

Загальна кількість варіантів вибору обчислюється як добуток: $C_{12}^3 \cdot C_{88}^7$.

Відповідь: $C_{12}^3 \cdot C_{88}^7$.

Задача 8. Бібліотекар шкільної бібліотеки бере навмання один із підручників. Серед даних подій знайдіть пари несумісних: А — «взято підручник з математики», В — «взято підручник для 11 класу», С — взято підручник з фізики для 10 класу», D — «взято підручник, виданий до 2017 року», Е — «взято підручник з гуманітарного предмета». [19]

Розв'язання. Несумісні є наступні пари подій: $(A, C), (A, E), (C, E), (A, D), (C, D)$. Ці події не можуть відбутися одночасно: (A, C) — підручник не може бути одночасно з фізики та математики; (A, E) — підручник не може бути одночасно з математики та гуманітарного предмету; (C, E) — підручник з фізики не може бути одночасно гуманітарним предметом; (A, D) — якщо підручник з математики видано в 10 класі, то він не може бути виданий до 2017 року. Якщо підручник з математики видано до 2017 року, то він не може бути виданий в 10 класі; (C, D) — аналогічно як із підручником з математики.

Відповідь: $(A, C), (A, E), (C, E), (A, D), (C, D)$.

Задача 9. Ймовірність того, що навмання вибраний клієнт банку має поточний рахунок, дорівнює 80 %, депозитний — 60 %. Серед тих, у кого відкрито поточний

рахунок, доля клієнтів з депозитним рахунком становить 70 %. Знайдіть ймовірність того, що у клієнта, який має депозитний рахунок, відкрито й поточний. [19]

Розв'язання. A – подія коли клієнт має початковий рахунок;

B – подія коли клієнт має депозитний рахунок.

$$P(A) = 0,8; \quad P(B) = 0,6;$$

$P(B|A) = 0,7$ – серед тих, хто має поточний рахунок, 70% мають депозитний

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(A|B) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56.$$

$$P(A|B) = \frac{0,56}{0,6} = 0,93(3).$$

Переведемо у відсотки: $0,933 \approx 93\%$.

Відповідь: 93%.

Задача 10. Відомо, що деяка баскетболістка влучає в кошик під час штрафного кидка з ймовірністю, більшою за 0,8, але меншою ніж 0,82. Скільки приблизно викопано штрафних кидків під час тренування, якщо баскетболістка мала 5 промахів? [19]

Розв'язання. Баскетболістка має ймовірність влучань: $0,8 < p < 0,82$.

Тоді ймовірність промаху: $q = 1 - p$. Отже,

$$1 - 0,82 < q < 1 - 0,8$$

$$0,18 < q < 0,2$$

Якщо промахів 5, то кількість виконаних кидків приблизно: $n = \frac{\text{кількість промахів}}{q}$

При найменшій ймовірності промаху ($q = 0,2$): $n = \frac{5}{0,2} = 25$.

При найменшій ймовірності промаху ($q = 0,18$): $n = \frac{5}{0,18} \approx 27,7$.

Кількість виконаних кидків знаходиться в межах від 25 до 28

Відповідь: приблизно від 25 до 28 кидків.

РОЗДІЛ II. ІНТЕРАКТИВНІ ТЕХНОЛОГІЇ ЯК ЗАСІБ ОПТИМІЗАЦІЇ ВИВЧЕННЯ КОМБІНАТОРИКИ ТА ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ

2.1. Інтерактивні технології в контексті математичної освіти: поняття, класифікація

Зважаючи на актуальні освітні виклики особливого значення набуває впровадження інтерактивних технологій, здатних не лише активізувати пізнавальну діяльність учнів, а й сприяти глибшому засвоєнню навчального матеріалу, формуванню критичного мислення та розвитку навичок співпраці.

Термін «інтерактив» (від англійського «interact» — «взаємодіяти») вказує на здатність до активної комунікації, діалогу, обміну інформацією між суб'єктами. У педагогічному контексті під інтерактивним навчанням розуміють таку організацію освітнього процесу, яка передбачає активну взаємодію між учнями, а також між учнями та вчителем, що відбувається у формі діалогу, обговорення або спільного розв'язання навчальних завдань [7, с. 230].

Інтерактивне навчання як цілісна методична система ґрунтується на низці ключових принципів, що забезпечують ефективність освітнього процесу. До таких принципів відносять: активне залучення всіх учасників до пізнавальної діяльності; створення ситуації співпраці, вільного обміну думками; формування атмосфери взаємопідтримки, у якій кожен може відчувати себе успішним; варіативність форм та методів роботи; опору на міжособистісну взаємодію; спонукання до рефлексії. Саме ці принципи забезпечують глибше засвоєння математичних понять, сприяють розвитку дослідницьких умінь і є підґрунтям для інтеграції теоретичних знань у реальні життєві ситуації.

Історичні витоки ідей, близьких до інтерактивного навчання, можна простежити ще в давній філософській традиції. Так, Конфуцій у V столітті до н.е. сформулював педагогічний принцип, що відображає глибинну суть інтерактиву: *«Те, що я чую, я забуваю. Те, що я бачу й чую, я трохи пам'ятаю... Коли я передаю знання іншим, я стаю майстром»*. Цей вислів резонує з концепцією «Піраміди навчання»

(рис. 2.1), яка демонструє залежність рівня засвоєння від типу пізнавальної активності: чим активнішою є участь здобувача освіти, тим вищим є рівень засвоєння матеріалу.

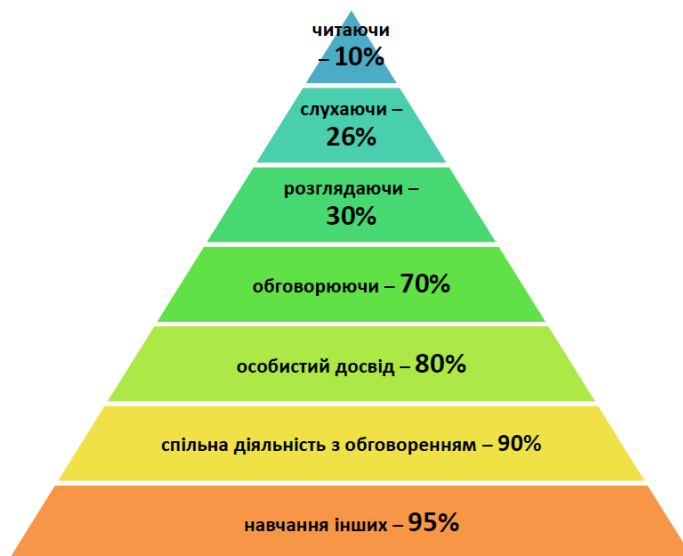


Рис. 2.1. Навчальна піраміда. Джерело: [25, с. 8]

Соціально-психологічні дослідження, результати яких зафіксовані в наведеній піраміді, переконливо свідчать: рівень засвоєння навчального матеріалу прямо залежить від ступеня активності учнів у процесі пізнання. Традиційне навчання, орієнтоване переважно на пасивне сприйняття інформації (слухання, читання, спостереження), охоплює лише верхні рівні цієї піраміди та забезпечує в середньому 50–60% засвоєння змісту. Натомість застосування інтерактивних технологій, які передбачають активне залучення школярів до обговорення, моделювання, співпраці й навчання інших, дозволяє підвищити ефективність засвоєння до 90%, що підтверджує їхню високу педагогічну результативність.

Організація інтерактивного навчання передбачає моделювання життєвих ситуацій, використання рольових ігор і колективного розв’язання проблемних завдань, що забезпечує глибоке занурення учнів у контекст практичного застосування знань. Створення таких навчальних умов формує освітнє середовище, сприятливе для вироблення ціннісних орієнтацій, розвитку соціальних навичок співпраці та ключових компетенцій. Водночас роль учителя в цій моделі змінюється: він перестає бути лише джерелом інформації й перетворюється на фасилітатора та

лідера групи, який координує спільну діяльність і стимулює інтелектуальне самовираження учнів [6], [19].

Систематизації інтерактивних технологій навчання приділяє увагу у своїй роботі Ходоров О.М. Залежно від мети, структури та характеру взаємодії, методи інтерактивного навчання поділяють на кілька основних типів. Розглянемо їх із позицій ефективного засвоєння стохастичної лінії шкільного курсу математики [26, с. 6].

1. Ігрові методи

Сутність: ігрове моделювання реальних або уявних ситуацій, що стимулює інтерес до навчання, формує навички прийняття рішень, планування, співпраці.

Приклади для стохастики:

- Рольова гра «Соціологи на вулиці»: учні ставлять питання і збирають дані для побудови частотної таблиці.
- Гра «Лотерея»: розрахунок ймовірностей виграшу.
- «Математична мафія»: кожен учасник має завдання з ймовірностей і грає роль, що потребує логіко-стохастичного мислення.

2. Проєктні методи

Сутність: самостійна пізнавальна діяльність учнів, орієнтована на створення практично значущого продукту.

Приклади для стохастики:

- Проєкт «Якість питної води в мікрорайоні»: збір і статистичний аналіз даних.
- Кейс «Чи варто купувати розширену гарантію?»: оцінка ймовірності поломки техніки.
- WebQuest «Ймовірність у світі спорту» — пошук прикладів реальних статистичних прогнозів.

3. Тренінгові методи

Сутність: методи, спрямовані на формування особистісних компетентностей, командної роботи, рефлексії.

Приклади для стохастики:

- Тренінг «Прийняття рішень в умовах невизначеності»: робота з поняттям ймовірності ризику.
- Групове обговорення варіантів вибору в задачах типу «Монті Холл» (дилема).
- Створення міні-презентацій за темою «Що таке похибка в статистиці?».

4. Імітаційні розвивальні методи

Сутність: моделювання реальних життєвих або виробничих ситуацій, які передбачають прийняття рішень.

Приклади для стохастики:

- Імітація опитування серед учнів та побудова гістограми.
- Вивчення ситуації «Епідемія в школі» — моделювання ймовірності зараження.
- Імітація вибору маршрутів за допомогою дерева рішень.

5. Неімітаційні розвивальні методи

Сутність: організація інтелектуальної діяльності учнів без моделювання зовнішніх ситуацій.

Приклади для стохастики:

- Проблемна лекція «Чи можна довіряти статистиці з Інтернету?»
- Мозкова атака: «Де в реальному житті потрібна ймовірність?»
- Дискусія «Чи можна керувати випадковістю?»
- Майстерня: побудова моделей випадкових експериментів із використанням Excel.

6. Методи роботи в малих групах

Сутність: організація взаємодії учнів для спільного аналізу, розв'язування завдань, обміну думками.

Приклади для стохастики:

- «Джигсоу»: кожна група вивчає своє поняття (середнє, мода, медіана, варіація) і навчає інших.
- «Карусель»: швидке обговорення різних способів розв'язання задач на комбінаторику.
- Метод ПРЕС: аргументація ймовірнісного вибору серед кількох варіантів.

Значний внесок у розробку теоретичних основ інтерактивного навчання і методичних рекомендацій щодо їх застосування на практиці зробила Т.І. Пометун, яка сформуvala чітке бачення сутності інтерактиву як форми організації взаємодії учасників освітнього процесу, що ґрунтується на діалозі, співробітництві та створенні спільного смислу. У її класифікації виокремлюються технології кооперативного, колективно-групового навчання, ситуативного моделювання, опрацювання дискусійних питань, кожна з яких може бути адаптована до змісту математичної освіти. Особливий акцент дослідниця робить на розвитку ключових компетентностей учнів — зокрема комунікативної, математичної, уміння працювати в команді, що повністю узгоджується з вимогами Нової української школи [21].

Попри численні переваги інтерактивних методів навчання, важливо враховувати потенційні труднощі, що можуть супроводжувати їх впровадження в освітній процес. У педагогічному середовищі нерідко виникають сумніви щодо доцільності застосування інтерактивного навчання як провідної дидактичної моделі. Зокрема, окремі вчителі сприймають інтерактивні методи виключно як додатковий інструмент урізноманітнення уроку, а не як цілісну педагогічну систему, орієнтовану на глибоке засвоєння змісту й розвиток ключових компетентностей.

У контексті вивчення тем з комбінаторики та теорії ймовірностей інтерактивна модель навчання відкриває особливо широкі можливості. Вона створює умови для моделювання ситуацій вибору, аналізу множин варіантів, побудови припущень і логічних обґрунтувань — тобто забезпечує реалізацію ключових ідей стохастичної змістової лінії. У зв'язку з цим інтерактивне навчання варто розглядати не лише як методичну інновацію, а як дидактичну стратегію, спрямовану на розвиток ймовірнісного мислення і математичної грамотності учнів.

У ході опрацювання літератури та власного аналізу методичних підходів мною було розроблено авторський алгоритм впровадження інтерактивних методів у навчанні стохастики, що охоплює ключові етапи педагогічного планування.

Алгоритм впровадження інтерактивних методів у навчанні стохастики

1. Ознайомлення з методичними основами

Проаналізувати класифікації інтерактивних методів, досвід їх застосування у математичній освіті, зокрема у навчанні комбінаторики, теорії ймовірностей та статистики.

2. Планування етапів уроку

Визначити доцільність поєднання традиційних і інтерактивних методів на різних етапах уроку.

3. Прогнозування труднощів і ризиків

Передбачити можливі проблеми (втрата уваги, викривлення змісту, неефективна взаємодія у групах тощо) і розробити стратегії їх уникнення або подолання.

4. Розроблення детального конспекту уроку

Скласти повний конспект уроку, у якому чітко окреслено дидактичну мету, форми організації навчальної діяльності, методи і прийоми, структурні етапи з орієнтовним розподілом часу, рефлексивні запитання для учнів, а також ключові методичні акценти.

5. Підготовка навчально-методичного забезпечення

Заздалегідь підготувати роздаткові матеріали, цифрові ресурси, посилання на онлайн-сервіси (наприклад, симулятори ймовірнісних подій), презентації та інші засоби візуалізації).

6. Моделювання (програвання) уроку

На етапі підготовки до інтерактивного уроку доцільно провести його моделювання — індивідуально або в колі колег. Це дозволяє проаналізувати часові межі кожного етапу, передбачити реакції учнів, уточнити формулювання запитань і завдань, а також перевірити зручність використання матеріалів чи цифрових ресурсів. Така репетиція особливо корисна при впровадженні нових для педагога методів або технологій.

7. Проведення уроку з подальшим аналізом

Здійснити урок, за потреби провести самоаналіз, опитування учнів або рефлексію для визначення ефективності використаного методу.

Такий підхід дозволяє не лише підвищити якість викладання стохастичних тем, а й формувати у школярів навички моделювання, критичного мислення та аргументованого прийняття рішень, що є ключовими для математичної компетентності у XXI столітті.

2.2. Онлайн-інструменти та програмні засоби у вивченні комбінаторики та теорії ймовірностей

Переходячи від теоретичного обґрунтування та методичного алгоритму впровадження інтерактивних методів у навчанні стохастики, варто розглянути конкретні сучасні засоби, які можуть ефективно підтримувати цей процес. Значну роль у формуванні логічного мислення, аналітичних здібностей та навичок моделювання у учнів під час вивчення комбінаторики та теорії ймовірностей відіграють онлайн-інструменти та програмні засоби.

На основі аналізу наукових джерел [7], [22], [25], [27], а також власного практичного досвіду було встановлено, що сьогодні існує велика кількість онлайн-сервісів та програмного забезпечення, орієнтованих на розв'язання комбінаторних задач і виконання статистичних досліджень. Значна частина програм, таких як Minitab, Stata, RStudio, Maple, GRAN, відповідно до оцінки О.З. Гарпунь [5, с. 27], належить до професійних інструментів, призначених для реалізації складних наукових завдань у межах теорії ймовірностей і математичної статистики. Дійсно, складність інтерфейсу та функціоналу цих програм знижує їхню доцільність для використання у шкільному освітньому процесі. У зв'язку з цим, у межах дослідження було поставлено за мету виокремити та охарактеризувати онлайн-інструменти, що є доступними, інтуїтивно зрозумілими й методично доцільними для впровадження в навчання ймовірнісно-статистичної лінії. Зокрема, перевагою таких онлайн-сервісів є відсутність потреби у встановленні додаткового програмного забезпечення, можливість роботи з будь-якого пристрою, а також підтримка хмарного збереження навчальних розробок і результатів.

Зважаючи на різноманіття цифрових освітніх платформ і складність їх дидактичного добору, в ході проведеного дослідження було здійснено спробу систематизувати онлайн-інструменти, які можуть бути використані у навчанні стохастичних тем. Результатом цієї роботи стала умовна класифікація цифрових ресурсів, розроблена з урахуванням їхнього функціонального призначення, ступеня активності користувача та потенціалу для реалізації дидактичних цілей при вивченні стохастичної лінії у шкільному курсі математики.

Узагальнене бачення представлено у вигляді дерева педагогічного вибору (рис. 2.2).

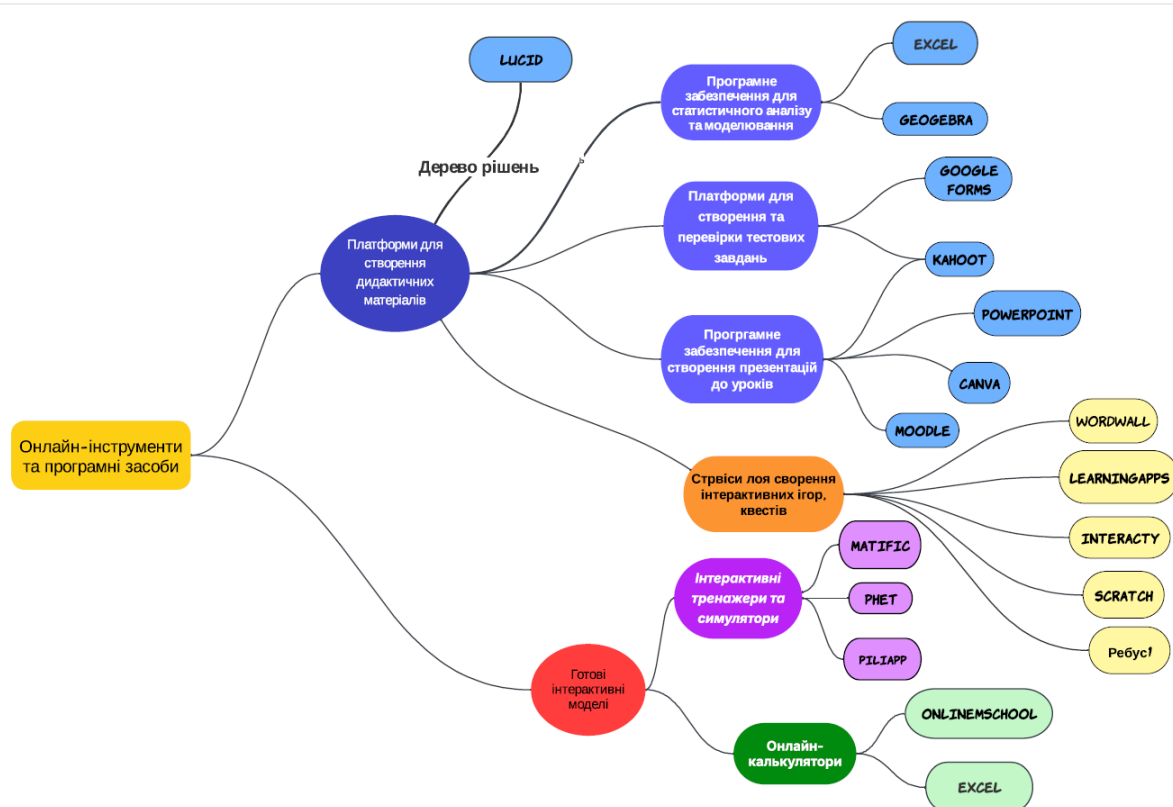


Рис. 2.2. Класифікація онлайн-сервісів для навчання стохастички: дерево педагогічного вибору. Джерело: створений автором

Як бачимо з рисунка, онлайн-інструменти можна умовно поділити на такі основні типи:

Інтерактивні тренажери та симулятори

Веб-платформи, які дозволяють виконувати комбінаторні обчислення та ймовірнісні експерименти в інтерактивному режимі. Наприклад, симулятори

кидання монети, ігрові моделі випадкових процесів, побудова дерев ймовірностей. Такі ресурси дають змогу учням наочно спостерігати за закономірностями та формувати інтуїтивне розуміння випадкових подій.

Онлайн-калькулятори та генератори комбінацій

Інструменти, що автоматично розраховують значення факторіалів, кількість перестановок, комбінацій, розподіли ймовірностей. Вони значно прискорюють виконання типових завдань і дозволяють учням зосередитися на розумінні теорії, а не на рутинних обчисленнях.

Платформи для створення та перевірки тестових завдань

Сервіси, що підтримують автоматичну перевірку знань, часто з адаптивними тестами, що підлаштовуються під рівень учня. Це сприяє індивідуалізації навчання.

Програмне забезпечення для статистичного аналізу та моделювання

Використання таких пакетів, як Microsoft Excel, GeoGebra, Wolfram Alpha, Python дозволяє виконувати складні математичні операції, моделювати випадкові процеси, досліджувати статистичні властивості даних, що особливо важливо для глибшого розуміння стохастичних явищ.

На основі власного практичного досвіду було відібрано низку онлайн-сервісів, що виявилися ефективними у реалізації стохастичного змісту навчання. Розглянемо найбільш репрезентативні з них з огляду на можливості інтеграції в різні етапи уроку, адаптації до навчальних потреб учнів та відповідність темам комбінаторики, теорії ймовірностей і статистики.

1. Matific — міжнародна освітня онлайн-платформа, що спеціалізується на інтерактивному навчанні математики для учнів початкової та базової школи [28]. Інтерфейс сервісу доступний українською мовою, сприяє його ефективній інтеграції у національну освітню систему. У 2022 році між платформою та Міністерством освіти і науки України було підписано меморандум про співпрацю, відповідно до якого загальноосвітні заклади України отримали можливість безкоштовного доступу до ресурсів Matific за умови попередньої реєстрації. Після створення облікового запису вчитель отримує доступ до функціоналу моніторингу навчальних досягнень

учнів у реальному часі, що, у свою чергу, відкриває можливості для реалізації індивідуального підходу та диференціації навчання.

Платформа містить велику кількість навчальних завдань у форматі інтерактивних міні-ігор, що структуровані за рівнями складності й адаптовані до вікових особливостей здобувачів освіти. Зміст завдань відповідає основним напрямкам шкільного курсу математики, зокрема арифметиці, геометрії, величинам, дробам, а також елементам комбінаторики, статистики й теорії ймовірностей.

Особливе місце на платформі займають завдання, спрямовані на формування первинних уявлень про ймовірність у 5–6 класах. Окремі завдання (наприклад, ігрові задачі-квести на класифікацію подій за ступенем достовірності) доцільно інтегрувати у курс математики початкової школи як ілюстративні або рефлексивні елементи уроку (див. рис. 2.3).

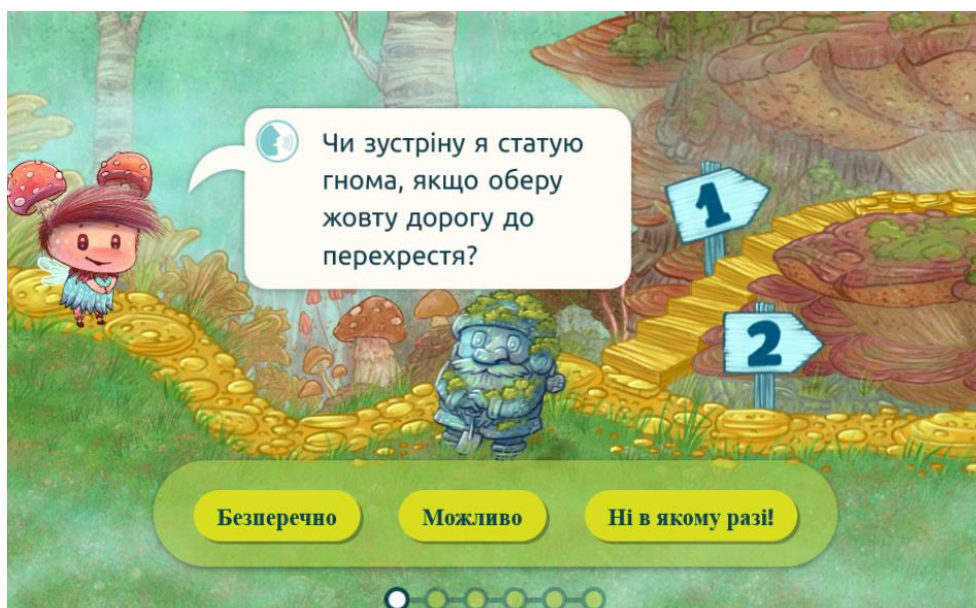


Рис. 2.3. Скріншот завдання «Класифікуй події як певні, можливі або неможливі»

Окрему групу складають вправи на обчислення розмаху, середнього арифметичного, моди та медіани на основі таблиць і гістограм, які можуть бути застосовані в 7–9 класах. Водночас візуальні елементи деяких завдань (зокрема наявність фантастичних персонажів, таких як «Слізник», «Плесновий») можуть знижувати їхню доцільність для використання в підлітковому віці через невідповідність психологічним особливостям учнів (рис. 2.4).

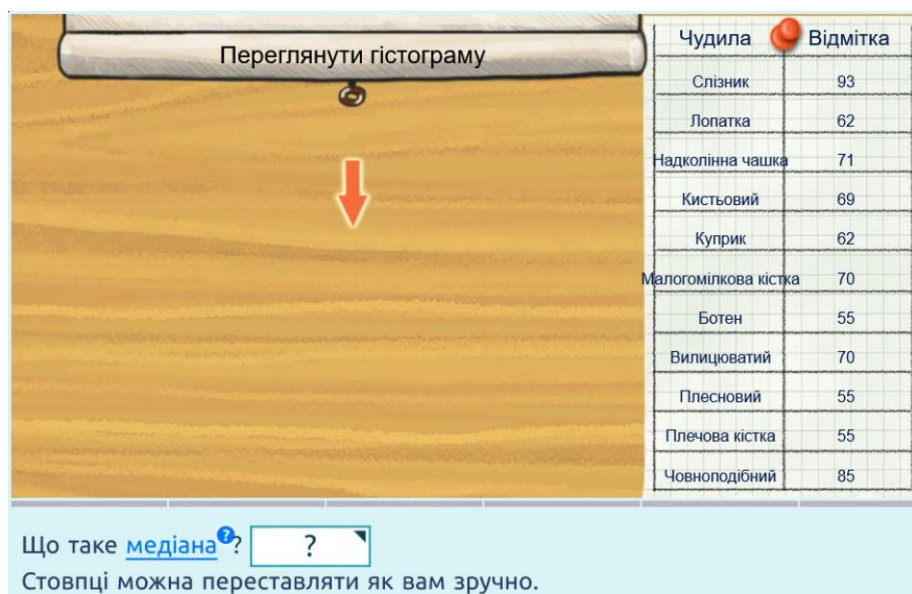


Рис. 2.4. Скріншот завдання «Обчисли моду, медіану та діапазон»

Таким чином, платформа Matific є ефективним засобом для підтримки вивчення основ теорії ймовірностей і статистики, насамперед у початковій та молодшій ланці базової школи. Її інтерактивний потенціал, наочність, адаптивність та гейміфікований формат роблять її цінним доповненням до традиційного навчання стохастичних тем.

2. Серед цифрових інструментів, що дозволяють моделювати випадкові події, одним із найзручніших у педагогічному використанні є сервіс **PiliApp** [29]. Цей ресурс поєднує в собі функції симулятора підкидання монет і гральних кубиків, а також генератора випадкових чисел, слів і пар. Його функціонал передбачає можливість одночасного моделювання декількох подій (наприклад, підкидання кількох кубиків), що дозволяє варіювати кількість експериментів, фіксувати результати, упорядковувати елементи — як числові, так і словесні. Така гнучкість забезпечує його застосування для розв’язання задач на комбінаторику, вибірку, перетворення списків, а також демонстрацію рівноймовірних подій.

Значною перевагою ресурсу є зосередження на одному сайті низки інструментів, які сприяють візуалізації та моделюванню стохастичних процесів. Сервіс ефективно підтримує роботу над задачами, пов’язаними з перестановками,

випадковим вибором пар, а також з аналізом результатів випадкових експериментів, що підвищує якість формування інтуїтивного уявлення про ймовірність у школярів (рис. 2.4).

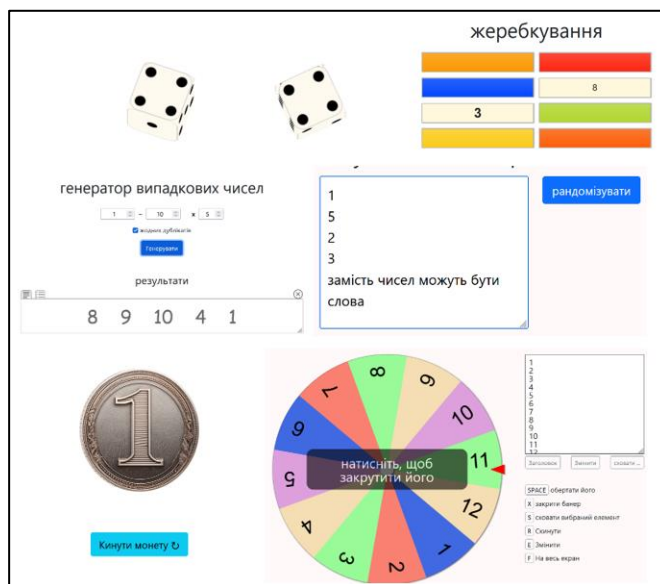


Рис. 2.4. Інтерфейс генератора випадкових подій на платформі PiliApp

3. На платформі **PhET Interactive Simulations** [30], створеній Університетом Колорадо, представлено низку інтерактивних тренажерів, які можна ефективно використовувати для формування базових понять із теорії ймовірностей і статистики в шкільному курсі математики. Усі симулятори мають україномовний інтерфейс, є безкоштовними, доступні без реєстрації.

Симулятор «Ймовірність Плінко» моделює випадкові події через візуалізацію падіння кульок у вертикальному полі з перешкодами (рис. 2.5).

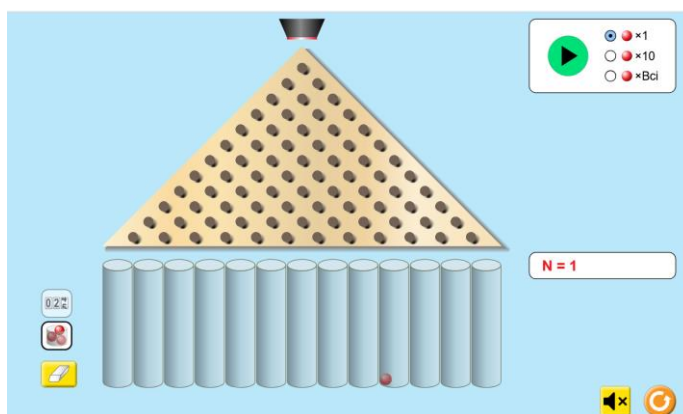


Рис. 2.5. Інтерфейс симулятора «Ймовірність Плінко»

Як проілюстровано на рис. 2.5, симулятор дає змогу учням моделювати стохастичні процеси шляхом зміни кількості рівнів та вибору режиму запуску — окремих кульок або їх серій. У процесі багаторазового повторення експерименту учні спостерігають за тим, як кульки, потрапляючи в різні комірки, формують характерний розподіл. Переважне накопичення кульок у центральних комірках наочно демонструє дію закону великих чисел. Завдяки можливості накладення графіка теоретичного біноміального розподілу відкривається перспектива порівняння емпіричних результатів з очікуваними. Цей тренажер сприяє формуванню інтуїтивного розуміння таких понять, як випадкова подія, частота, ймовірність та розподіл випадкових величин, і водночас виступає ефективним засобом розвитку статистичного мислення.

Симулятор «*Центр і мінливість*» (рис. 2.6) розширює можливості попереднього модуля «Ймовірність Плінко», зосереджуючи увагу на вивченні характеристик розподілу: мода, медіана, середнє, розмах. Учні мають змогу бачити зміну характеру розподілу залежно від кількості експериментів, оцінювати стабільність результатів і розуміти природу статистичної мінливості. Це формує ґрунт для обговорення репрезентативності вибірки, узагальнення результатів і основ оцінювання.

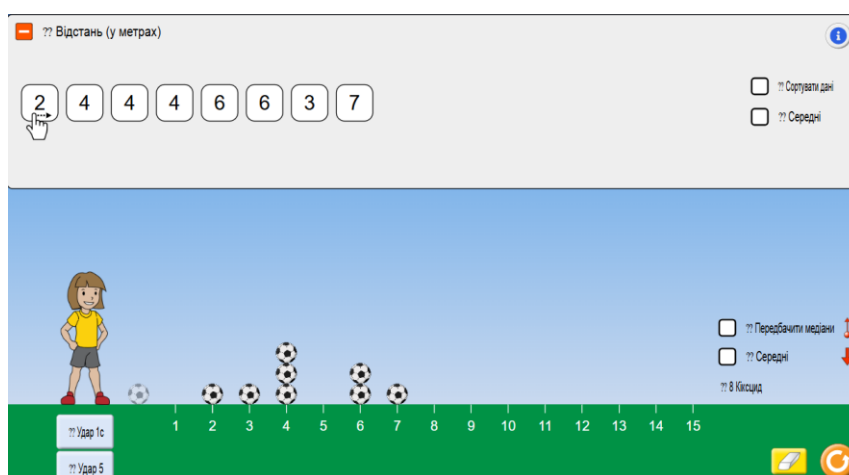


Рис. 2.6. Інтерфейс симулятора «Центр і мінливість»

У симуляторі «*Середнє: частка та баланс*» учні вивчають середнє арифметичне через візуальну метафору балансу. Об'єкти з числовими значеннями

розподіляються між персонажами, і завданням є зрівноваження системи. Такий підхід дозволяє усвідомити середнє як точку рівноваги та готує учнів до формального засвоєння формули середнього значення. Водночас реалізується міжпредметний зв'язок із фізикою (поняття балансу), що сприяє цілісному сприйняттю знань.

4. Interacty — сучасна онлайн-платформа для створення інтерактивних освітніх матеріалів, що поєднує в собі елементи гейміфікації, візуалізації та дидактичного конструктора. Завдяки гнучкому інтерфейсу та підтримці української мови, сервіс легко інтегрується в навчальний процес як на уроках, так і під час дистанційного або змішаного навчання.

Interacty дає змогу створювати інтерактивні вправи у форматі вікторин, тестів, карток пам'яті, хронологій, таймлайнів, ігор на встановлення відповідності тощо. Усі ресурси можуть супроводжуватися зображеннями, відео та анімацією, що значно підвищує мотивацію учнів і сприяє кращому засвоєнню навчального матеріалу.

У контексті вивчення елементів теорії ймовірностей та статистики Interacty можна ефективно застосовувати для реалізації таких методичних прийомів, як:

- створення інтерактивних хронологій (наприклад, послідовностей подій у випадковому експерименті);
- конструювання міні-вікторин з тем «Класифікація подій», «Визначення ймовірності», «Оцінка середнього значення»;
- використання «карток пам'яті» для вивчення термінології (наприклад, «варіація», «мода», «розмах» тощо).

Особливо цінним є те, що вчитель може самостійно створювати завдання з нуля або використати наявні шаблони, адаптувавши їх до потреб класу. Результати виконання вправ можна збирати в автоматичному режимі, що дозволяє здійснювати формувальне оцінювання й аналіз помилок учнів.

Ураховуючи функціональні можливості онлайн-платформ, їх дидактичний потенціал та специфіку реалізації стохастичної змістової лінії, доцільно здійснити узагальнення їх застосування в контексті сучасних інтерактивних технологій

навчання. У таблиці 2.1 представлено систематизовану відповідність сервісів до типових форм і методів, які реалізуються у шкільній практиці.

Таблиця 2.1. Класифікація онлайн-сервісів за типами інтерактивних технологій у навчанні ймовірностей і статистики

Онлайн-сервіси	Типи завдань	Орієнтований час виконання завдань учнем	Класи	Можливість моделювання	Тип інтерактивної технології
Matific	Ігрові завдання, симуляції, квести	5–15 хв	3–6	Так	Ігрові методи, імітаційні розвивальні методи
Google Forms	Тести, опитування, збір статистичних даних, рефлексія	В залежності від кількості питань	5–11	Ні	Неімітаційні розвивальні методи, методи в малих групах
Kahoot	Вікторини, презентації	В залежності від кількості питань	5–11	Ні	Ігрові методи, тренінгові методи, проблемна лекція
GeoGebra	Побудова графіків, моделювання	10–20 хв	6–11	Так	Імітаційні і неімітаційні розвивальні методи
PowerPoint	Презентації, пояснення, візуалізація, вікторина	До 10 хв	5–11	Ні	Неімітаційні розвивальні методи
Moodle	Курси, завдання, інструкції, тести	Залежно від теми	7–11	Частково	Методи в малих групах, проєктні методи
Canva	Інфографіка, постери, візуальні проєкти	15–25 хв	6–11	Ні	Проєктні методи, візуалізація в кейсах і WebQuest
Learning Apps	Вправи на відповідність, сортування, хронологія	5–10 хв	5–9	Ні	Неімітаційні розвивальні методи, тренінгові методи
Interacty	Флеш-картки, інтерактивні ігри, таймлайни, квести	10–15 хв	5–9	Ні	Ігрові методи, тренінгові методи, імітаційні розвивальні методи
Scratch	Програмування моделей, симуляції	20–40 хв	5–9	Так	Проєктні методи, ігрове проєктування, імітаційні методи
Excel	Таблиці, статистика, графіки	15–30 хв	7–11	Так	Імітаційні розвивальні методи, неімітаційні розвивальні методи
PhET	Симуляції, експерименти, візуалізація	10–20 хв	6–9	Так	Імітаційні розвивальні методи, тренінгові методи
PiliApp	Генерація чисел, підкидання кубика/монети	3–7 хв	5–11	Так	Ігрові методи, імітаційні вправи, статистичні дослідження
Ребус1	Генерація ребусів	3–5 хв	5–7	Ні	Ігрові методи, тренінгові методи

Джерело: створена автором

Представлена таблиця 2.1 демонструє широкий спектр онлайн-сервісів, які можуть бути ефективно використані для реалізації інтерактивних технологій у навчанні ймовірностей і статистики. Класифікація ресурсів за типами завдань, орієнтовним часом використання, віковими категоріями та видами інтерактивності дозволяє обирати найбільш адекватні інструменти для конкретних дидактичних цілей і етапів уроку.

Варто зауважити, що без використання інтерактивних завдань із застосуванням онлайн-сервісів сучасний урок у сприйнятті учнів часто виглядає нецікавим і одноманітним. Інтерактивні завдання, завдяки своїй візуальній складовій та динамічності, можливостям проводити віртуальні дослідження, забезпечують кращу наочність матеріалу, що значно полегшує засвоєння складних стохастичних понять та активізує пізнавальну діяльність учнів.

Таким чином, врахування дидактичного потенціалу і специфіки інтерактивних онлайн-ресурсів, а також їх систематичний добір і впровадження в навчальний процес, сприяють модернізації уроків математики, підвищенню мотивації школярів та формуванню ключових компетентностей у галузі ймовірності і статистики.

РОЗДІЛ III. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВИКОРИСТАННЯ ІНТЕРАКТИВНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У НАВЧАННІ КОМБІНАТОРИКИ ТА ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ

3.1. Структура інтерактивного уроку

Яким має бути сучасний урок? Це запитання залишається відкритим і постійно перебуває у центрі уваги науково-педагогічної спільноти. Здається, що з часів Яна Амоса Коменського в основоположних засадах освіти мало що змінилося — ідея особистісно-орієнтованого навчання й досі залишається актуальною. Та світ, у якому зростає нове покоління, зазнав глибоких трансформацій. Відповідно, змінюється і сам учень — носій іншого типу мислення, іншої моделі сприйняття інформації, іншого досвіду взаємодії.

Зміна педагогічної парадигми у взаємозв'язку «учитель – учень – зміст» зумовлює необхідність переосмислення структури сучасного уроку. Особливо це актуально у контексті викладання математики, зокрема таких складних для учнів тем, як комбінаторика та теорія ймовірностей. Інтерактивний урок у цьому контексті набуває значення як форма організації продуктивної діяльності, яка сприяє залученню учнів до активного конструювання знань, розвитку аналітичного мислення, навичок співпраці та самооцінювання.

Як зазначає О.І. Пометун, універсальної моделі інтерактивного уроку не існує, адже його структура варіюється залежно від змісту, цілей, вікових особливостей учнів та рівня їхньої підготовки [21]. Водночас із педагогічного досвіду можна стверджувати, що не буває двох однакових інтерактивних уроків навіть у межах однієї паралелі класів. Проте задля систематизації методичних підходів щодо проєктування інтерактивного уроку доцільно виокремити низку умовних етапів, кожен з яких виконує визначену дидактичну функцію і супроводжується відповідними методами, формами організації діяльності та цифровими інструментами. Їх характеристику подано у таблиці 3.1.

Таблиця 3.1. Етапи інтерактивного уроку з математики: дидактична характеристика

№	Етап уроку	Дидактична мета	Типові методи	Цифрові інструменти /сервіси	Орієнтовний час (% від уроку)	Тип уроку за дидактичною метою
1	Організаційно-мотиваційний	Формування мотивації, налаштування діяльності	Мозковий штурм, проблемне запитання, перегляд відео	Jamboard, Kahoot, Canva,	5–7%	Усі типи уроків
2	Актуалізація знань та досвіду	Встановлення зв'язку між новим і відомим, актуалізація	Евристична бесіда, короткі вправи, діагностичне опитування	Jamboard, Padlet, Google Forms	10–12%	Урок вивчення навчального нового матеріалу
3	Постановка мети й очікуваних результатів	Усвідомлення учнями цілей і критеріїв успіху	Колективне формулювання мети, «дерево очікувань»	Google Slides, інтерактивні презентації	5 %	Усі типи уроків
4	Засвоєння нового матеріалу	Опрацювання і первинне осмислення нового знання	Кейс-метод, моделювання, дослідницький метод, проєкти	PhET, Interacty, Edpuzzle, GeoGebra	30–35%	Урок вивчення навчального нового матеріалу
5	Закріплення знань і формування вмінь	Формування навичок застосування знань у нових ситуаціях	Групове розв'язування задач, тренувальні вправи	LearningApps, Classkick, Liveworksheet, Excel	20–25%	Урок формування і вдосконалення вмінь
6	Рефлексія та підсумки уроку	Усвідомлення набутих знань, формування навичок самоаналізу	Сенкан, міні-есе, метод «Світлофор»	Wordwall, Padlet, AnswerGarden Canva, Google Docs, інтерактивні слайди	8–10%	Усі типи уроків
7	Домашнє завдання (з елементами інтерактивності)	Розширення і поглиблення знань, підготовка до наступного уроку	Створення власних задач, міні-проєктів, інтерактивні вправи	LearningApps, Quizizz, Genially	3–5 %	Усі типи уроків

Джерело: створена автором

Розглянемо більш детально основні етапи уроку.

1. Організаційно-мотиваційний етап. Цей етап виконує важливу дидактичну функцію: забезпечує позитивне емоційне налаштування учнів, мобілізує увагу, формує мотивацію до пізнання та занурює в логіко-змістовий контекст теми. У рамках інтерактивної моделі навчання він значно трансформується порівняно з традиційною практикою, коли вчитель обмежувався оголошенням теми і мети заняття.

Сучасний інтерактивний урок починається з інтриги — це може бути дивовижний факт, парадокс, короткий відеофрагмент, несподіване запитання або міні експеримент, що провокує когнітивний дисонанс і тим самим стимулює внутрішню пізнавальну активність учнів.

Приклади інтригуючих запитань і ситуацій:

- Для 5–6 класів (вступ до комбінаторики, ймовірнісне мислення):

Ситуація: «Марічка хоче здивувати маму вечерею. У неї 7 інгредієнтів — обрати треба лише 5. Скільки варіантів піци вона може вигадати? А якщо приготувати всі, чи вистачить 5 заготовок?».

Симуляція: «Монета має дві сторони — герб і решка. Ймовірність кожного результату — $1/2$. Але якщо зараз випав герб — чи справді наступного разу обов'язково випаде решка? Або навпаки. Давайте перевіримо прямо зараз. Заходимо на сервіс Piliarr: фіксуємо 6 результатів поспіль. Хто зловить «закономірність»? А хто — несподіванку?

Інтрига: короткий відеофрагмент: «Що буде, якщо підкинути два кубики одночасно 100 разів? Результат вас здивує!» (зупинити відео на середині).

- Для 7–8 класів (розгалуження в комбінаториці, перші формули):

Проблемна ситуація: «Повна шафа — а вдягти нічого? Знайомо? А от у Максима все просто: 3 футболки, 2 пари штанів — і жодної драми. Але скільки образів він реально може скласти? І чи вистачить на тиждень, не повторюючись?»

Експеримент: я забула пароль від кодового замка до велосипеда. Відомо тільки, що код — це 4 різні цифри. У тебе одна спроба. Скільки комбінацій треба перевірити,

щоб гарантовано відкрити замок — і чи є шанси встигнути до кінця перерви?»
Принести кодовий замок і запросити бажаючих по черзі відкрити.

- Для 9–11 класів (формалізовані ймовірності, класичне визначення):

Проблемне питання: «Якщо в рекламі сказано, що кожен 10 білет в лотереї виграшний, це означає, що достатньо купити 10 білетів і отримати виграш? А 50?

Інтрига: переглянути з дітьми відеофрагмент про парадокс Монті Холла (на YouTube є відео українською мовою з прикладом парадоксу «Монті Холл – парадокс ймовірності»). Чому більшість людей роблять помилку, коли змінюють вибір після відкриття дверей?

Таким чином, організаційно-мотиваційний етап у структурі інтерактивного уроку виконує не лише емоційно-психологічну, а й когнітивну функцію — він створює ситуацію інтелектуального виклику, що відкриває шлях до глибшого осмислення навчального змісту та забезпечує внутрішню мотивацію до участі в подальшій діяльності.

2. Актуалізація опорних знань та досвіду. Цей етап виконує діагностично-аналітичну функцію: учні відновлюють у пам'яті раніше засвоєні знання, поняття, алгоритми, які є необхідною основою для сприйняття нового матеріалу. Актуалізація забезпечує пізнавальну наступність, сприяє формуванню зв'язків між попереднім досвідом і новою інформацією, що підвищує глибину розуміння й ефективність навчання.

Після інтригуючого вступу (запитання, відеофрагмент, експеримент) доцільно поставити мета-орієнтоване запитання, яке спонукає учнів до саморефлексії:

«Чи достатньо у вас знань, щоб розв'язати поставлену ситуацію? Чи спробуємо навмання, як у лотереї — чи все ж з математичним розрахунком?»

Наприклад, перед вивченням формули кількості комбінацій можна запропонувати учням у парах пригадати, у чому різниця між розміщенням, перестановкою та комбінацією, або навести власні приклади із життя, де ці поняття могли б застосовуватись.

Особливо ефективною є рефлексивна постановка запитання, що містить підказку до змісту майбутнього уроку:

«У чому різниця між випадковістю та невизначеністю? І чи можна її виміряти?»

«Ми знаємо, що монета має два боки. Але чому виграш у грі не завжди 50/50?».

Таким чином, етап актуалізації створює міст між відомим і новим, стимулює мислення, сприяє розвитку навчальної автономії та закладає основу для осмисленого засвоєння нового матеріалу.

3. Постановка мети й завдань уроку. У структурі сучасного уроку, особливо в контексті реалізації діяльнісного та особистісно орієнтованого підходів, етап постановки мети й завдань виконує ціннісно-смыслову та мотиваційно-прогностичну функцію. Йдеться не лише про інформування учнів щодо теми й мети заняття, а про спільне усвідомлення цілей навчальної діяльності, що сприяє підвищенню внутрішньої мотивації, формуванню навчальної автономії та розвитку рефлексивного мислення.

Одним із ключових дидактичних прийомів є залучення учнів до формулювання мети або хоча б до її тлумачення через питання на кшталт:

«Як ви думаєте, для чого нам сьогодні потрібно буде це вивчати?»

«Яким чином тема сьогоднішнього уроку може допомогти вам поза межами школи?»

«Чого ви очікуєте від цього уроку?»

У ході обговорення учні можуть висловити свої припущення, очікування, запропонувати критерії успішності уроку. Ці висловлювання варто фіксувати на інтерактивній дошці, у віртуальному сервісі типу Padlet, Miro, Jamboard або навіть у формі Google-опитування. Це дозволяє:

- створити відкритий простір для ідей;
- візуалізувати навчальні цілі, що полегшує їх осмислення;
- підвищити суб'єктність учнів у процесі навчання.

Формулювання мети також може бути подане через метафору, проблему чи діяльнісне завдання. Наприклад:

«Сьогодні ми не просто вивчатимемо формулу комбінаторики — ми навчимося прогнозувати кількість варіантів у реальному житті (одяг, маршрути, паролі...)». Така форма постановки мети переводить учнів із позиції пасивного слухача в активного учасника, що відповідає ключовим засадам концепції НУШ і сучасних методик компетентнісного навчання.

Принципово важливо, щоб мета уроку не була відірваною від емоційно-сміслового контексту, створеного на організаційно-мотиваційному етапі. Тобто, вона повинна перекликатися з проблемним запитанням, парадоксом чи ситуацією, з якої розпочато урок, і в ідеалі — містити в собі обіцянку розв'язання цієї початкової «інтриги» до кінця заняття. Саме такий зв'язок між етапами забезпечує логічну цілісність інтерактивного уроку, підвищує зацікавленість учнів і сприяє цілісному сприйняттю навчального матеріалу.

4. Засвоєння нового матеріалу. Після того як навчальна мета чітко сформульована й усвідомлена учнями як особистісно значуща, логічним наступним етапом інтерактивного уроку є засвоєння нового матеріалу. У структурі сучасного уроку цей етап виконує когнітивно-операційну функцію: відбувається активне пізнання нового змісту, формування понять, оволодіння способами дій і розвиток логіко-мисленнєвих навичок.

На відміну від традиційної моделі, де провідною є передача готових знань, інтерактивне навчання орієнтоване на спільне відкриття змісту через діяльність, дискусію, експеримент, моделювання. Учні в цій парадигмі не споживають знання пасивно, а беруть участь у їх побудові, осмисленні та апробації. Саме тому значущим стає не лише що вивчається, а як саме організований процес пізнання.

Форми організації діяльності можуть включати:

- групове опрацювання кейсів або навчальних ситуацій;
- побудову моделей (наприклад, дерева ймовірностей, таблиць варіантів, комбінацій);

- моделювання дослідницьких ситуацій (віртуальні експерименти, статистичні спостереження);
- аналіз і візуалізацію даних, отриманих у ході спільної діяльності;
- рефлексивне зіставлення отриманих результатів із власними гіпотезами.

У процесі роботи вчитель виконує роль модератора: ставить уточнювальні запитання, скеровує пошук, підтримує розвиток гіпотез, стимулює аргументацію, підводить учнів до узагальнень. Особливого значення набуває вміння педагога створювати ситуації когнітивного конфлікту, які спонукають учнів мислити, шукати, дискутувати.

У контексті інтерактивного навчання доцільно змінити цю практику:

- спочатку обговорити поняття, правило чи алгоритм;
- проаналізувати приклади його застосування;
- поставити запитання, яке дозволяє учням самостійно сформулювати сутність нового знання;
- лише після цього запропонувати зафіксувати у зошитах те, що учень вважає головним.

Наприклад, учитель може звернутись до класу так:

«Зараз кожен із вас запише в зошит те, що, на вашу думку, є найголовнішим у сьогоднішній темі. А потім ми порівняємо і спробуємо узагальнити вивчений матеріал».

Такий підхід сприяє розвитку:

- аналітичного мислення;
- вибіркової уваги до суттєвого;
- відповідальності за власні знання.

У результаті нова інформація не просто «записується», а проходить через інтелектуальну та емоційну взаємодію, закладаючи основу для стійкого розуміння та подальшого застосування.

Таким чином, етап засвоєння нового матеріалу в інтерактивному уроці — це не трансляція знань, а процес їх спільного конструювання, що відкриває простір для смислової активності учнів і готує до наступного етапу — закріплення та практичного застосування вмінь.

5. Закріплення знань і формування вмінь. Якщо інтерактивний урок спрямований не на первинне ознайомлення з теоретичним матеріалом, а на формування та вдосконалення вмінь, то центральною частиною заняття стає етап закріплення знань і тренування способів дії. Його дидактична функція полягає в перенесенні опанованих знань у практичну площину, формуванні навичок застосування понять, формул і методів у нових, змінених або проблемних умовах.

На цьому етапі важливо не лише дати учням можливість виконати завдання, а й навчити порівнювати, аналізувати, відрізняти схожі за формою, але різні за змістом ситуації, що є особливо актуальним у темах комбінаторики та теорії ймовірностей.

Так, наприклад, задача: «Яка ймовірність того, що при підкиданні монети випаде решка?» виводить на формальне значення класичної ймовірності — 0,5.

Проте якщо запропонувати учням ситуацію:

«У мішку порівну білих і чорних куль. Ми по чергово дістаємо з нього по одній кульці без повернення. Чи буде ймовірність витягнути білу кульку на другому кроці теж 0,5?».

Тут виникає потреба порівняти два процеси, які на перший погляд видаються подібними, але мають принципові відмінності: в одному випадку події незалежні, а в іншому — ні.

Такі завдання не просто тренують навички обчислення, а:

- розвивають аналітичне та логіко-ймовірнісне мислення;
- формують чутливість до контексту задачі;
- вчать розпізнавати й аналізувати умови;
- сприяють формуванню математичної культури міркувань.

На цьому етапі доцільно:

- пропонувати завдання з помилками або неочевидними відповідями;
- організовувати роботу в парах і групах із взаємоперевіркою;
- застосовувати прийоми коментованого розв'язання або пояснення однокласнику.

Таким чином, етап формування і вдосконалення вмінь — це не просте повторення дій за зразком, а складний когнітивний процес, що передбачає гнучке використання знань, розширення репертуару стратегій розв'язання задач і розвиток здатності до усвідомленого застосування теорії у практичних контекстах. Це — той рівень уроку, на якому знання стають функціональними.

6. Рефлексія та осмислення досвіду. Цілком обґрунтовано вважається, що етап рефлексії та осмислення досвіду є ключовим компонентом сучасного інтерактивного уроку. Саме він завершує повний цикл навчальної діяльності — від виникнення пізнавального інтересу до усвідомлення власних досягнень і складнощів. Проте, попри його значущість, у практиці шкільного навчання цей етап часто опиняється за межами тимчасових можливостей уроку.

Ігнорування рефлексії позбавляє учнів шансу:

- структурувати засвоєну інформацію;
- відрефлексувати власну участь у навчанні;
- зафіксувати внутрішні зміни у розумінні матеріалу;
- усвідомити цінність отриманого досвіду.

Натомість навіть за браку часу доцільно реалізувати хоча б мінімальну форму підсумкової саморефлексії.

Дати коротке усне чи письмове завдання (і це буде домашнім завданням):

- «Сьогодні мене здивувало...»
- «Я навчився...»
- «Мені було складно, тому що...»
- «Після цього уроку я зможу...»

Регулярне звернення до рефлексії сприяє:

- розвитку метапізнавальних умінь;

- формуванню відповідального ставлення до навчання;
- підвищенню усвідомленості й самооцінки;
- закріпленню результатів навчальної діяльності не лише на рівні знань, а й на рівні особистісного досвіду.

Для вчителя ж рефлексивні висловлювання учнів є цінним джерелом діагностики освітнього процесу, що дає змогу своєчасно переглядати акценти в навчанні та адаптувати подальші педагогічні рішення.

7. Домашнє завдання (з елементами інтерактивності). Етап опрацювання домашнього завдання є логічним продовженням навчального процесу за межами класу. В умовах інтерактивного підходу традиційне розуміння домашньої роботи як механічного повторення вивченого трансформується у бік творчої, дослідницької, індивідуалізованої діяльності, що поглиблює розуміння теми, формує навички самостійного мислення і саморегуляції навчання.

Інтерактивне домашнє завдання передбачає:

- виконання нестандартних завдань, що пов'язані з особистим досвідом учня або близькі до реальних життєвих ситуацій;
- створення власних комбінаційних задач або моделей;
- проведення невеликих статистичних досліджень (наприклад, опитування серед однокласників чи родини);
- роботу з цифровими симуляціями, онлайн-платформами, інтерактивними вправами, що надають зворотний зв'язок.

Прикладами таких завдань можуть бути:

«Склади власне завдання на комбінаторику, яке мало б більше одного правильного розв'язання»;

«Проведи спостереження: скільки разів у день трапляються випадкові події? Запиши ймовірності, як ти їх оцінюєш»;

«Підготуй коротку презентацію або постер із візуалізацією імовірнісного дерева для реальної ситуації».

Також можливе використання спільних середовищ (Padlet, Canva, Google Jamboard), де учні розміщують свої роботи, коментують результати одне одного, тим самим розширюючи коло взаємодії поза межами класу.

Важливо, щоб завдання:

- були доступними за складністю та ресурсами;
- містили інструкцію чи запитання для саморефлексії («Що було найцікавіше? Що викликало труднощі?»);
- логічно пов'язувалися з проблемним питанням або темою уроку, а не сприймалися як ізольований додаток.

Щоб швидко і цікаво задати інтерактивне домашнє завдання, можна використати QR-код із елементом інтриги, який зацікавить учнів і стимулюватиме їх дослідницьку активність. Створити коротке інтригуюче посилання на онлайн-завдання, вікторину або інструкцію, приховану за QR-кодом. Наприклад: «Чи зможеш ти розгадати цю комбінаційну загадку вдома? Скануй QR-код і доведи це!».

QR-код обов'язково повинен бути привабливим (зараз існує багато безкоштовних сервісів по генерації коду). Його можна розмістити на слайді, дошці, в групі або роздруківці, який сам по собі викликає цікавість (яскраві кольори, анімовані картинки поряд).

Додати загадковий опис, що підбурює до дії, наприклад:

«Тебе чекає виклик — створи власну задачу про ймовірність і поділися результатом у нашому спільному Padlet!»

Або «Хто перший виконає завдання за QR-кодом, отримає статус «Математичного детектива» в нашому класі!»

Надати коротке пояснення, що саме потрібно зробити після сканування — щоб учні не залишились у невизначеності, але не розкривати всю суть, щоб зберегти інтригу.

Ще варіанти з власного досвіду:

- Таємничий конверт. Видайте учням конверти з коротким описом завдання. Конверт містить загадку або інтригуюче запитання:

«Цей конверт — ключ до розв’язання цікавої задачі, яка допоможе тобі відкрити секрет ймовірностей. Відкрий його вдома і дізнайся!»

- Міні-квест у месенджері.
- Відеопідказка з несподіванкою. Покажіть наприкінці уроку короткий відеофрагмент (1-2 хв), який обривається на інтригуючому моменті, і скажіть:
«Щоб дізнатися, чим закінчиться, виконайте домашнє завдання і отримаєте підказку для продовження!»
- Пазл-завдання. Розділіть завдання на кілька частин і надайте учням лише першу частину. Домашнє завдання — виконати її, щоб отримати другу підказку від вчителя (наприклад, по email або в чаті). Так учні зберігатимуть інтерес і будуть чекати на продовження.
- Загадкове запитання в кінці уроку.
- Міні-експеримент. Дайте коротке інструктивне завдання, яке можна розмістити в групі.

Усі наведені варіанти інтегрують елементи інтриги та стимулюють мотивацію до активного пізнавального пошуку, що сприяє залученню учнів до самостійної навчальної діяльності. Крім того, такий підхід забезпечує підвищення значущості та інтересу до домашніх завдань, які виступають логічним і змістовним завершенням уроку.

3.2. Методичні рекомендації щодо створення та використання віртуальних симуляцій і статистичних експериментів.

Як узагальнено в таблиці 3.1 попереднього підрозділу, сучасний процес навчання комбінаторики, теорії ймовірностей та статистики неможливо уявити без інтеграції цифрових сервісів і симуляцій. Однак їхня ефективність залежить не лише від технічного оснащення, а й від методично обґрунтованого підбору інструментів відповідно до дидактичних цілей, рівня компетентностей та вікових особливостей учнів. Акцент необхідно робити на якості взаємодії: оптимально використовувати

одну–дві платформи, які забезпечують цілеспрямовану діяльність, перевірку теоретичних положень на практиці та засвоєння ключових понять.

Слід враховувати, що робота з інтерактивними платформами вимагає додаткового часу: на короткий інструктаж, організацію переходу за посиланням, виконання дій і їх обговорення. На етапі ознайомлення учнів з інтерактивними інструментами найкраще зарекомендували себе прості у використанні ресурси, такі як *Piliapp*, що не потребують реєстрації, встановлення додатків або складних налаштувань. Цей сервіс можна ефективно впроваджувати як на етапах мотивації й актуалізації, так і під час вивчення нового матеріалу, формування і вдосконалення вмінь, а також при виконанні індивідуальних домашніх проєктів. Змістовно інструменти Piliapp охоплюють моделювання класичних ймовірнісних ситуацій, емпіричне підтвердження закономірностей випадкових подій, а також підтримують динаміку навчання завдяки елементам гри.

Порівняно з простими симуляторами, як-от Piliapp, які дозволяють швидко виконати окремі випадкові дії, платформа PhET Interactive Simulations орієнтована на поглиблене моделювання стохастичних процесів та візуалізацію статистичних закономірностей у великих вибірках.

Платформу *PhET Interactive Simulations* доцільно використовувати переважно у 9–11 класах, оскільки її інструменти передбачають більш складні експериментальні моделі та потребують розвинутого аналітичного мислення. Зокрема, симуляція «Plinko Probability» ілюструє формування нормального розподілу через багаторазові випадкові події, що корисно при вивченні законів великих чисел і випадкових процесів. Учні можуть проводити серії запусків кульок та спостерігати, як змінюється форма гістограми із збільшенням вибірки. Наприклад, на уроці формування вмінь учні моделюють до 1000 запусків, після чого порівнюють емпіричний розподіл із теоретичною кривою нормального розподілу. Під час роботи вони досліджують:

- Чи можна на основі графіка оцінити моду або медіану?

- Як змінюється форма розподілу при варіації кількості рядів чи ймовірності відхилення?

- Які відмінності існують між біноміальним та нормальним розподілами?

Такі спостереження ілюструють дію закону великих чисел і дозволяють зіставити емпіричні дані з теоретичними моделями.

Загалом використання PhET-сервісів рекомендується на етапах формування і вдосконалення вмінь, систематизації знань, а також у дослідницькій роботі, що дозволяє поєднати теоретичні знання із практичним моделюванням складних ймовірнісних та статистичних явищ. Зважаючи на час, необхідний для повного виконання таких експериментів, доцільно планувати їх упродовж кількох уроків або запропонувати як домашню роботу з подальшим колективним аналізом. Для ефективного проведення досліджень на даному сервісі варто заздалегідь підготувати покрокові інструкції, приклади яких подано в Додатку Б.

У контексті реалізації інтерактивних технологій в навчанні ймовірностей і статистики особливу увагу заслуговують сервіси, що орієнтовані на створення динамічної, інтерактивної взаємодії між учнем і цифровим середовищем. Одним із таких інструментів є платформа **Interacty**, яка дає змогу формувати як окремі міні-завдання на встановлення відповідностей, так і повноцінні тематичні квести. Використання таких форматів активізує пізнавальну діяльність, сприяє підвищенню мотивації, залученості учнів і створенню атмосфери ігрового занурення. Інтерактивні квести можуть застосовуватись як на етапі закріплення знань, так і як узагальнювальні проєкти або диференційовані домашні завдання.

Kahoot доцільно використовувати як інструмент для формувального оцінювання, зокрема під час інтерактивних лекцій або при вивченні нового матеріалу. Оптимальною є структура опитування, що включає 3–4 питання для оперативної перевірки розуміння ключових понять або 10–12 запитань для діагностики рівня засвоєння теми. Візуалізація статистики відповідей у режимі реального часу створює ефект миттєвого зворотного зв'язку, що дає змогу вчителю оперативно реагувати на типові помилки та коригувати хід уроку. Варто враховувати,

що такий формат особливо ефективний у класах із високим рівнем цифрової компетентності учнів та стабільним інтернет-з'єднанням.

На наступному рівні візуалізації стоїть платформа **GeoGebra**, яка дозволяє створювати динамічні моделі випадкових подій, демонструвати залежність імовірностей від змінних параметрів та досліджувати геометричні аспекти стохастичних задач. У 8–11 класах її застосування особливо доцільне при вивченні тем, пов'язаних із геометричною ймовірністю, комбінаторними структурами та класичним підходом до ймовірностей, де необхідне наочне представлення простору подій, множинних результатів і частотних розподілів. GeoGebra дозволяє учням змінювати параметри і спостерігати вплив на результат, що формує вміння аналізувати залежності, розвивати наочне мислення і застосовувати теоретичні знання в нових умовах.

Окрему групу складають ігрові інструменти, зокрема **LearningApps**, **Wordwall** і **Ребус1**. Сервіс LearningApps доцільно використовувати для актуалізації знань, оперативного закріплення понять, а також як самостійну роботу на етапі рефлексії. Його інтерактивні шаблони (наприклад, відповідність, класифікація, хронологія, заповнення пропусків) особливо ефективні для засвоєння термінології та базових понять. Завдання можуть використовуватися як у класі, так і вдома, за QR-кодом або посиланням. Доцільно задавати учням створити власний інтерактивний модуль, що сприяє глибшому осмисленню матеріалу.

Сервіс Wordwall найбільш ефективний на етапі закріплення, а також для мотиваційного вступу. Його ігрові формати (вікторина, «правда/неправда», обертове колесо, мозаїка) дозволяють урізноманітнити роботу з теоретичним матеріалом, забезпечуючи емоційне залучення.

Ребус 1 дозволяє створювати інтерактивні ребуси за заданими темами. Вони можуть бути ефективно використані на початку уроку для актуалізації знань або як розминка, що привертає увагу учнів до ключових понять майбутньої теми. Також ребуси доцільно застосовувати як частину квестів, домашніх завдань, спрямованих на розвиток логічного мислення та інтуїції. Такий формат є альтернативою

традиційним формам повторення та сприяє підвищенню інтересу до навчання через інтерактивну діяльність.

Раціональне поєднання різних платформ і форм діяльності забезпечує багатогранний освітній процес, що розвиває як пізнавальні компетентності, так і практичні навички аналізу ймовірнісних моделей та обробки статистичних даних. Приклади авторських завдань у фрагментах уроків буде наведено в пунктах 3.3–3.5 з використанням відповідних сервісів.

3.3. Фрагменти уроків із застосування інтерактивних технологій під час вивчення теоретичного матеріалу

Інтерактивні технології можуть бути ефективно інтегровані вже на етапі первинного засвоєння теоретичного матеріалу. Вони сприяють не лише актуалізації знань, а й залученню учнів до активного конструювання понять через дослідження, візуалізацію та рефлексію. У цьому підрозділі представлено фрагменти уроків, у яких використання онлайн-інструментів Kahoot і GeoGebra забезпечує глибше розуміння основ стохастики. Перший фрагмент орієнтований на 7 клас і демонструє способи формування уявлення про ймовірність подій за допомогою елементів проблемного навчання й тестової гри в Kahoot. Другий — ілюструє, як за допомогою динамічного моделювання в GeoGebra учні 11 класу досліджують ситуацію геометричної ймовірності: випадкове попадання точки в круг, вписаний у квадрат.

Фрагмент уроку з теми: «Поняття ймовірності. Ймовірність неможливої, достовірної та випадкової події»

Клас: 7

Форма: Проблемна лекція в Kahoot

Час: ~30 хв

Квіз1 (провокаційне запитання):

Чи вірите ви, що в одному американському місті щороку одна і та сама людина виграє лотерею?

- A) Так, це можливо 
- B) Ні, ймовірність майже нульова
- C) Тільки якщо вона шахрай
- D) Залежить від кількості учасників

Після відповіді – короткий вступ (слайд 2)

Такі історії трапляються рідко, але не є неможливими. Випадковість — це не магія. Це математика. І ми сьогодні спробуємо зрозуміти, як працює логіка подій, які не підкоряються чітким законам, але передбачувані у довгостроковій перспективі з певною долею ймовірності.

Явища, про які можна сказати, що воно відбудеться чи не відбудеться за певних умов, називається **випадковою подією**.

Слайд 3. Уявімо, що ми маємо звичайний гральний кубик із числами від 1 до 6. Якщо підкинути його, ми точно знаємо, що випаде одне з цих чисел. Але заздалегідь **передбачити**, яке саме — **неможливо**.

Такі ситуації називають **випадковими**: ми знаємо, які **усі можливі варіанти**, але **не знаємо**, що буде **в кожному окремому випадку**.

Слайд 4. Подія — це певний результат або набір результатів. Наприклад:

- Подія А: «випаде 3».
- Подія В: «випаде парне число» (тобто 2, 4 або 6).
- Подія С: «випаде 7».

Але так не може бути! Бо на кубику — лише числа від 1 до 6, скажете ви. І будете цілком праві. Така подія називається **неможливою**.

Слайд 5. Математики розрізняють кілька типів подій:

- **Достовірна подія** — та, що обов'язково відбудеться.
Приклад: «Випаде число від 1 до 6».
- **Неможлива подія** — та, що точно не відбудеться.
Приклад: «Випаде 7».

- **Випадкова подія** — та, яка **може** відбутися або **може не відбутися**.

Приклад: «Випаде 2».

Квіз 6. Подія «випаде число від 1 до 7» при киданні кубика — це:

- A) випадкова
- B) неможлива ☒
- C) достовірна
- D) несправжня

Слайд 7. Ймовірністю події A називається відношення числа m сприятливих для A подій до n усіх рівноможливих у даному випробуванні подій:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Наприклад, імовірність того, що при підкиданні кубика випаде **5**, дорівнює $1/6$.
А імовірність того, що випаде **5 або 6**, — це $2/6$ або $1/3$.

Якщо $m = n$, то ймовірність = 1, тобто подія — **достовірна**.

Якщо $m = 0$, то ймовірність = 0 — це **неможлива** подія.

Квіз 8. В лотереї 50 тис. білетів, з них 50 виграшних. Яка ймовірність виграшу:

- A) 0,005
- B) 0,001 ☒
- C) 1
- D) 1%

Квіз 8. (Пояснення вчителя: з попереднього прикладу ми з'ясували, що ймовірність виграти з одним білетом — 0,001. Увага питання!)

Ймовірність виграшу в лотереї 0,001. Якщо купити 1000 білетів, це означає ...

- A) Що один білет обов'язково буде виграшним
- B) Що ймовірність виграти зростає ☒
- C) Що виграє 1000 людей
- D) Що ймовірність виграти не зміниться.

Завершення блоку Кахут: Наступного разу ми навчимося обчислювати ймовірність складніших подій і дізнаємося, чому іноді інтуїція нас підводить, а формули — ні.

Після Kahoot — коротке обговорення (усно або письмово)

- Чому «випаде число від 1 до 6» — достовірна подія?
- Чи можемо ми сказати наперед, яке число точно випаде?
- Чи завжди результат буде таким, як ми очікуємо?

Запропонуйте учням самостійно відтворити в зошиті основні поняття та формулу обчислення ймовірності, спираючись на матеріал уроку, а також підготуйте слайд із ключовими означеннями для візуалізації й закріплення.

Методичні акценти:

- Застосування інтерактивної платформи Kahoot на етапі первинного ознайомлення з темою дозволяє швидко оцінити початкове розуміння понять і підтримати зацікавленість учнів.
- Обмеження прикладів до одного-двох знайомих об'єктів (наприклад, грального кубика та лотереї) сприяє зменшенню когнітивного навантаження та полегшує сприйняття нового матеріалу.
- Доцільно завершити блок завданням, яке активізує самостійну роботу з матеріалом: запропонувати учням відтворити в зошиті основні поняття за пам'яттю, а також оформити узагальнювальний слайд (або постер) з ключовими означеннями та формулою ймовірності. Такий підхід сприяє усвідомленому закріпленню знань і розвитку навчальної рефлексії.

Приклади домашніх завдань:

Онлайн-гра в Wordwall (Види подій) (рис. 3.1):

- Подія «випаде число 8 при киданні кубика»;
- Подія «випаде число від 1 до 6»;
- Подія «випаде парне число».

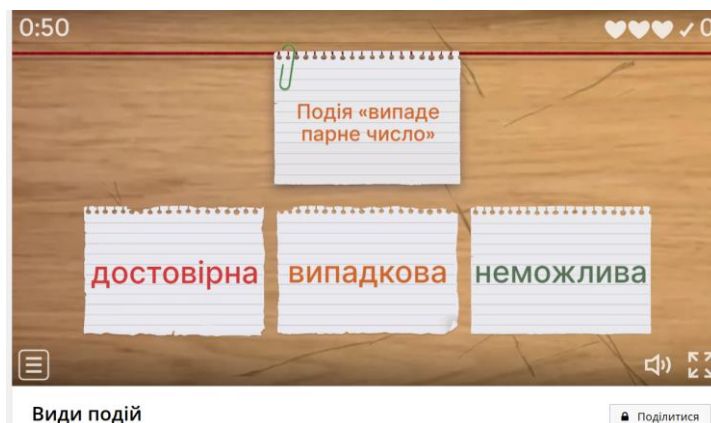


Рис. 3.1. Онлайн-гра в Wordwall на знаходження відповідностей

Сторітелінг з математикою

Завдання: Придумай коротку історію, у якій фігурує випадкова подія.

Наприклад: «Я кинув кубик, випала 6 — тож я переміг у грі!»

Поясни, яка подія відбулася, як можна описати її ймовірність.

Можна здати у письмовій формі, як комікс або аудіоісторію.

Мініексперимент: підкидання монети

Завдання:

- Підкинь монету **50 разів**, зафіксуй кількість «орлів» і «решок».
- Порівняй результати з теоретичною ймовірністю (0,5).
- Запиши висновок: *чи були результати близькими до очікуваних? чому могли відрізнятись?*

Симуляції: підкидання кубика (сервіс PiliApp)

Завдання:

- Проведи серію з 60 кидків гравального кубика.
- Для кожного числа (від 1 до 6) зафіксуй кількість випадань у зручній таблиці.
- Обчисли експериментальну ймовірність для кожного результату (частка появи числа серед усіх кидків).
- Порівняй отримані значення з теоретичною ймовірністю ($1/6 \approx 0,167$).
- Напиши короткий висновок:
- Наскільки близькими виявились експериментальні результати до теоретичних?

- Що могло вплинути на відхилення?
- Як би змінилась ситуація, якби ти підкинув кубик 600 разів?

Фрагмент уроку з теми: «Геометрична ймовірність»

Клас: 11 (поглиблений рівень)

Форма: Проблемне пояснення з демонстрацією в GeoGebra.

Час: ~25 хв

Проблемне запитання (слайд або усне звернення):

Уявіть, що дрон сідає автоматично — без пілота. На землі — майданчик, де лише невелика частина безпечна для посадки. Якщо координати посадки — випадкові, чи можемо ми математично передбачити, чи буде посадка успішною?

Чи це взагалі можливо?

А що, якщо таких посадок тисяча? Сто тисяч?

Чи можна передбачити випадковість?

Теоретичне пояснення вчителя (обов'язково супроводжується демонстрацією слайдів)

Скільки існує точок на площині? Нескінченно. А як ми тоді говоримо про ймовірність потрапляння у фігуру, якщо варіантів нескінченна кількість?

Вихід — геометрична ймовірність, коли ймовірність визначається як відношення площ:

$$P = \frac{S_{\text{успішної зони}}}{S_{\text{усієї зони}}}.$$

Не кількість варіантів — а площа! Це важливо.

Сюжетна мотивація

Один із розробників дронів для доставки виявив, що навіть при випадковій посадці 78% його апаратів успішно потрапляли в круг діаметром 2 метри на майданчику розміром 2×2 метри. Як це можливо? Як така точність може бути наслідком випадку, а не точного прицілювання?

Демонстрація в GeoGebra

Відкриваємо GeoGebra (за посиланням). Учитель демонструє симуляцію: квадратний майданчик 2×2 м, у центрі — коло радіуса 1 м.

Створено точку P (імітація дрону), який «саждається» випадково щоразу, коли натискаємо кнопку «Посадити дрон» (рис. 3.2).

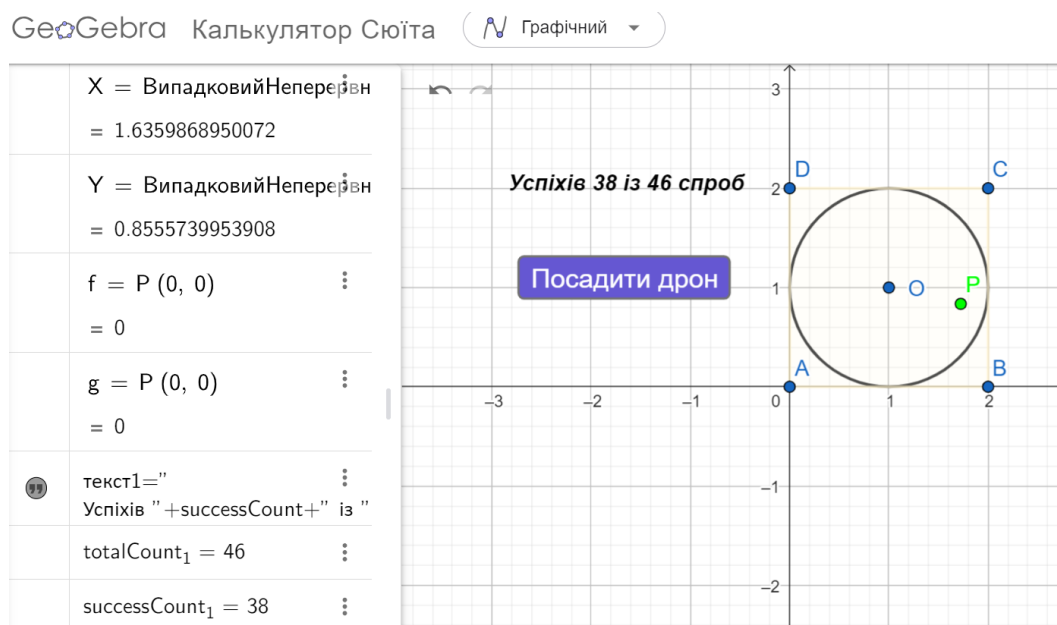


Рис.3.2. Скріншот симуляції «Посадка дрону» в GeoGebra

Питання до класу під час демонстрації:

- Якщо точка зеленого кольору — що це означає?
- Яка ймовірність того, що з 10 спроб буде хоча б 7 вдалих?
- Як ви думаєте, чи зближується частка вдалих посадок до теоретичного значення, якщо спроб буде не 10, а 1000?

Відкритий мікрофон:

Якби ви розробляли систему дронів — яку зону безпеки ви б задали?

Які ще параметри, крім площі, можуть впливати на імовірність успіху?

Підбиття теоретичних висновків

- У ситуаціях із безперервною множиною варіантів (координати), імовірність визначається геометрично;
- Теоретичне значення:

$$P = \frac{\pi r^2}{(2r)^2} = \frac{\pi}{4} \approx 0,785.$$

- Розв'язати подібну задачу:

На площі радіусом 3 м випадково ставлять об'єкт. У центрі — зона безпеки радіуса 1 м. Знайти ймовірність потрапляння в безпечну зону.

Методичні акценти:

- Сюжетна інтрига (дрон) викликає зацікавлення навіть у теоретичному блоці;
- Інтерактивність сприяє залученню учнів до процесу дослідження: вони не просто спостерігають, а керують симуляцією, ставлять гіпотези, перевіряють їх, аналізують результати.
- Дослідницький підхід дозволяє учням самостійно зробити висновок про зв'язок між теоретичною та експериментальною ймовірністю, а не просто відтворити готову формулу.
- Можливість варіювання параметрів моделі (розмірів фігур, кількості спроб тощо) відкриває простір для постановки додаткових задач, диференціації навчання, створення міжпредметних зав'язків (з інформатикою, фізикою, інженерією).

Приклади домашніх завдань:

Wordwall-тест: «Обери правильну формулу»

Коротка історія: придумай життєву ситуацію, у якій можна застосувати геометричну ймовірність.

GeoGebra-практика:

- Змоделюй задачу, де квадрат більший або круг менший.
- Порівняй, як це впливає на ймовірність.

Пояснення до створення симуляції в GeoGebra

1. Побудова геометричної моделі

Створюється квадрат розміром 2×2 одиниці (символізує всю площу посадки).

У центрі квадрата будується коло радіуса 1 одиниця — це зона успішної посадки.

Центр кола — точка $O(1,1)$, тобто геометрично коло вписане в квадрат.

2. Створення точки приземлення

Визначається точка P , яка буде відображати координати місця посадки дрона. Її координати змінюються випадковим чином у межах $[0; 2]$ по осі X та по осі Y в межах площі квадрата. У GeoGebra використовується команда `RandomUniform(0, 2)` для генерації випадкових координат.

3. Перевірка, чи точка в колі

Обчислюється відстань від точки P до центру кола O за допомогою функції `Distance(P, O)`. Якщо ця відстань не перевищує 1 (тобто радіус кола), вважаємо посадку успішною.

4. Візуалізація результату

Колір точки P змінюється:

- зелений, якщо дрон потрапив у коло (успішна посадка);
- червоний, якщо точка поза колом (невдала посадка).

Для наочності додається лічильник спроб і вдалих результатів.

5. Кнопка запуску симуляції

Створюється кнопка «Посадити дрон», яка:

- генерує нову випадкову точку;
- змінює її координати;
- перевіряє, чи точка в межах кола;
- оновлює підрахунок вдалих посадок та загальної кількості.

Код для кнопки (GeoGebra Script):

```
X := RandomUniform(0, 2)
Y := RandomUniform(0, 2)
totalCount = 0
successCount = 0
P(0,0)
SetCoords(P, X, Y)
Inside := Distance(P, O) <= 1
SetColor(P, If(Inside, "green", "red"))
totalCount := totalCount + 1
successCount := If(Inside, successCount + 1, successCount)
```

6. Динамічний текст (коментар на екрані)

На площині виводиться оновлюваний напис із результатами симуляції:

«Успішних посадок: « + successCount + «із» + totalCount.

На прикладі фрагментів уроків у 7 та 11 класах показано, як традиційне викладення нового матеріалу можна трансформувати з формального монологу в активне дослідження чи проблемний диспут. Застосування мотивуючих сюжетів і риторичних запитань стимулює інтерес учнів, а інтерактивні платформи, зокрема Kahoot, допомагають оперативно оцінити рівень розуміння і залучити кожного до дискусії. Використання інструментів візуалізації, таких як GeoGebra, робить абстрактні математичні концепції більш доступними й наочними, сприяючи формуванню критичного мислення та глибшому усвідомленню матеріалу. Такий педагогічний підхід значно підвищує ефективність уроку, перетворюючи пасивне сприйняття знань на активний пошук відповідей і розв'язання навчальних задач.

3.4. Інтерактивні технології як засіб формування практичних вмінь та навичок: розробки завдань з використанням онлайн-сервісів.

Розробка завдань із використанням онлайн-ресурсів дозволяє адаптувати навчальний матеріал до індивідуальних особливостей учнів, забезпечує миттєвий зворотний зв'язок і створює умови для диференціації навчання. Крім того, це підвищує мотивацію учнів за рахунок ігрових елементів і змагального аспекту.

У цьому контексті одним з ефективних засобів виступають ребуси в електронному форматі, які можна інтегрувати у навчальні картки, тести або інтерактивні вправи. Ребуси традиційно застосовуються як інструмент розвитку асоціативного мислення та розпізнавання слів за візуальними підказками. У навчанні математики вважаю доцільним використання ребусів у структурі навчального завдання — зокрема, для вставлення зашифрованого поняття у визначення або вибору подій, що відповідають цьому поняттю.

Приклади навчальних карток з нестандартними ребус-завданнями подано на рис. 3.3.



Рис. 3.3. Навчальні картки з ребусами для формування понять теорії ймовірностей.

Якщо ребуси при вивченні теорії ймовірності доцільно використовувати в контексті інших навчальних завдань для активізації пізнавальної діяльності, то для глибшого розуміння теоретичного матеріалу особливо ефективним є застосування інтерактивних моделей у середовищі GeoGebra. Наведені нижче два завдання демонструють, як за допомогою візуалізації та симуляції можна дослідити випадкові події та геометричну ймовірність.

Завдання 1. Хто швидше? Гонка випадковостей.

Ситуація моделює змагання двох об'єктів у середовищі з невизначеними, але рівноможливими умовами руху. У рамках завдання учні аналізують, як різні інтервали генерації випадкових чисел впливають на результат, а також формують припущення щодо справедливості правил гри.

Клас: 5-6 класи.

Тема: Випадкова подія. Моделювання.

Інструмент: GeoGebra (інтерактивна симуляція).

Тип заняття: Інтегрований урок математики та інформатики з елементами ігрового моделювання.

Форма роботи: робота в парах

Час: 15–20 хв

Ситуація: Два гравці змагаються на прямій довжиною 30 клітин. Кожен хід — це випадкове число:

- Гравець 1 рухається на 1–3 кроки
- Гравець 2 — на 1–2 кроки

Кожен має свою кнопку. Хто перший перетне фініш, той і переміг.

Налаштування в GeoGebra:

1. Створити об'єкти:

- Пряма траси:

Створи відрізок по осі X: $\text{Segment}((0, 0), (30, 0))$

- Гравці (точки):

$P1 = (0, 1)$ // Гравець 1

$P2 = (0, -1)$ // Гравець 2

- Змінні:

$x1 = 0$ // позиція гравця 1

$x2 = 0$ // позиція гравця 2

2. Створи кнопки:

 Кнопка 1: «Хід Гравця 1»

Скрипт кнопки:

```
k1 := RandomBetween(1, 3)
SetValue(x1, x1 + k1)
SetCoords(P1, x1, 1)
```

Скрипт кнопки:

```
k2 := RandomBetween(1, 2)
SetValue(x2, x2 + k2)
SetCoords(P2, x2, -1)
```

 Кнопка 2: «Хід Гравця 2»

Скрипт кнопки:

```
k2 := RandomBetween(1, 2)
SetValue(x2, x2 + k2)
```

SetCoords(P2, x2, -1)

3. Створи два динамічні тексти:

«Гравець 1 на позиції:»+ x1

«Гравець 2 на позиції:» + x2

4. Перевірка фінішу (додатково):

Створи умову:

winner := If(x1 ≥ 30, "Переміг Гравець 1", If(x2 ≥ 30, "Переміг Гравець 2", ""))

І виведи її на екран як динамічний текст: «Результат:»+ winner. Скріншот симуляції показано на рис. 3.4.

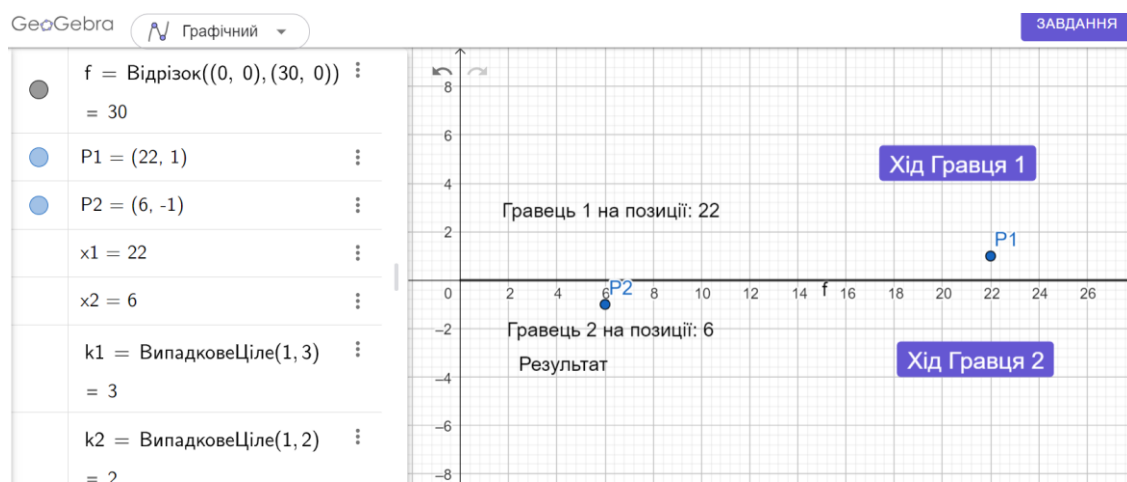


Рис.3.4. Скріншот симуляції «Гонка випадковостей» в GeoGebra

5. Моделюй 30 ігор і порахуй, скільки разів переміг кожен.

6. Зміни діапазон кроків: зроби гру «справедливою».

Завдання 2. Чи влучає ракета в ціль?

Клас: 11 (поглиблений рівень).

Тема: Геометрична ймовірність.

Інструмент: GeoGebra (інтерактивна симуляція)

Форма роботи: індивідуальна або в парах

Час: 15–20 хв

Ситуація: У центрі координатної площини знаходиться військовий полігон.

Ціль (радар) розташована в точці (5, 5) — у центрі контрольної зони.

Допустиме відхилення прицілювання ракети — до 1 км у будь-який бік.

Але система наведення має похибку: при кожному запуску ракета може відхилитися від цілі випадково на $[-1; 1]$ км по кожній осі.

Завдання:

1. Спрогнозуйте: яка ймовірність того, що ракета потрапить у контрольну зону — круг радіуса 1 км з центром у точці (5, 5)?
2. Створіть симуляцію в GeoGebra запуску ракети за наведеним скриптом.
3. Запустіть модель 100 разів, натискаючи кнопку. Скільки разів ракета була «успішною»?
4. Зробіть висновок: як експериментальні дані співвідносяться з очікуваною ймовірністю? Як вплине зміна розміру цілі на ймовірність потрапляння?

Налаштування в GeoGebra:

- Створіть точку:
 $R = (0, 0)$ — положення ракети після запуску
- Створіть точку:
 $\text{Target} = (5, 5)$ — це центр цілі
- Створіть змінні:
 $\text{totalCount} = 0$
 $\text{successCount} = 0$
- Створіть кнопку «Запуск ракети» з таким кодом:
 $\text{dX} := \text{RandomUniform}(-1, 1)$
 $\text{dY} := \text{RandomUniform}(-1, 1)$
 $\text{SetCoords}(R, 5 + \text{dX}, 5 + \text{dY})$
 $\text{Inside} := \text{Distance}(R, \text{Target}) \leq 1$
 $\text{SetColor}(R, \text{If}(\text{Inside}, \text{"green"}, \text{"red"}))$
 $\text{SetValue}(\text{totalCount}, \text{totalCount} + 1)$
 $\text{SetValue}(\text{successCount}, \text{If}(\text{Inside}, \text{successCount} + 1, \text{successCount}))$
- Створіть динамічний текст на площині:
«Успішних запусків:» + successCount + « із » + totalCount .
Скріншот симуляції показано на рис. 3.5.

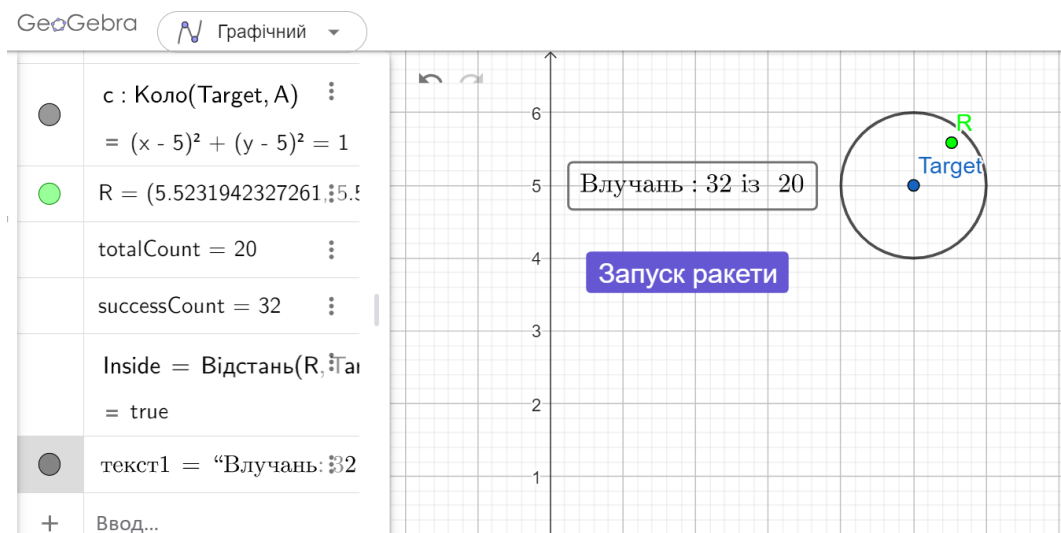


Рис.3.5. Скріншот симуляції «Запуск ракети» в GeoGebra

Пояснення:

- Ракета щоразу «наводиться» на центр цілі (5, 5), але похибка dX і dY генерується випадково в межах від -1 до 1 км.
- Усі можливі положення ракети утворюють квадрат 2×2 км, а ціль — це вписане коло радіуса 1 км.
- Теоретична ймовірність потрапити в коло:

$$P = \frac{\pi \cdot 1^2}{(2)^2} = \frac{\pi}{4} \approx 0,785.$$

Якщо в GeoGebra застосовуються елементи програмування, що дає змогу інтегрувати уроки математики з інформатикою, то далі розглянемо оригінальні завдання з використанням PiliApp.

Завдання 1. Парадокс повторного кидка (віртуальний кубик)

Ідея: Учень робить ставку на певне число (наприклад, 4). Якщо при кидку кубика випадає це число — виграв. Якщо ні — можна зробити повторний кидок. Чи підвищує це шанси на виграв?

Інструкція:

- Використовуйте віртуальний кубик PiliApp для 60 кидків із можливістю повторного кидка після невдалого результату.
- Підрахуйте, скільки разів учень виграв.

- Порівняйте із теоретичною ймовірністю $1/6$.
- Обговоріть, чи дійсно повторний кидок збільшує шанси на виграш або це когнітивна ілюзія.

Завдання 2. Парадокс вибору капітана (віртуальна монета + генератор чисел)

Ідея: У команді 4 учасники. Спочатку підкидають віртуальну монету PiliApp: орел — вибирають капітана між учасниками 1 і 2 (генератор чисел 1–2), решка — між 3 і 4 (генератор 3–4). Чи рівноймовірні шанси кожного?

Інструкція:

- Проведіть 100 повторних виборів капітана: спочатку підкидання монети, потім вибір учасника згідно результату.
- Підрахуйте кількість виборів для кожного учасника.
- Проаналізуйте отримані ймовірності.
- Обговоріть, чи всі учасники мають однакові шанси бути капітаном.

Завдання 3. Парадокс очікування (віртуальна монета)

Ідея: Підкидають монету 60 разів. Записують, скільки разів після «орла» знову випадає «орел», і скільки разів після «решки» випадає «орел». Чи однакові ці частоти?

Інструкція:

- Використовуйте віртуальну монету PiliApp для 60 підкидань.
- Відстежте послідовності та порахуйте частоти.
- Обговоріть, чи вказує це на залежність між підкиданнями чи на їхню незалежність.

У цьому підпункті було представлено приклади авторських завдань, орієнтованих на використання цифрових інструментів для формування і закріплення понять теорії ймовірності та статистики. Щодо платформ LearningApps та Wordwall, варто зазначити, що на цих сервісах уже створено значну кількість інтерактивних вправ відповідної тематики. Це дає змогу педагогам ефективно інтегрувати готові ресурси в освітній процес або адаптувати їх до власних дидактичних цілей.

ВИСНОВКИ

Проведене дослідження підтвердило актуальність і необхідність системного впровадження інтерактивних технологій у процес навчання комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики в шкільному курсі математики. З огляду на зростаючу роль ймовірнісно-статистичного мислення в умовах інформаційного суспільства, формування відповідних компетентностей є однією з ключових цілей сучасної математичної освіти. Інтеграція стохастичної змістової лінії в оновлені навчальні програми та її поступова реалізація в підручниках створює сприятливе підґрунтя для формування прикладного бачення математики, розвитку логічного, критичного й аналітичного мислення учнів.

У процесі дослідження ідентифіковано низку методичних труднощів, що виникають під час засвоєння стохастичних тем. До них належать абстрактність понять, труднощі в інтерпретації результатів статистичних експериментів, слабка інтуїція щодо випадковості та недостатній рівень уявлень про множинність можливих варіантів розвитку подій. Подолання зазначених труднощів у сучасних умовах неможливе без інтеграції до освітнього процесу новітніх цифрових технологій, які відповідають компетентнісному підходу, передбаченому Концепцією Нової української школи.

Обґрунтовано дидактичну доцільність використання інтерактивних методів, які сприяють підвищенню якості навчання через візуалізацію абстрактних понять, організацію симуляцій і віртуальних експериментів, активне залучення учнів до спільної діяльності, розвиток аналітичного мислення та формування стійкої мотивації до вивчення математики. Запропонована авторська класифікація онлайн-ресурсів для навчання стохастики дає змогу здійснювати методично обґрунтований вибір цифрових інструментів відповідно до тематики, цілей уроку, віку учнів і типу навчального заняття.

Усі запропоновані дидактичні сценарії базуються на врахуванні виявлених труднощів засвоєння навчального матеріалу та спрямовані на їх подолання шляхом

створення контексту, що має значення для учнів, і залучення до активної взаємодії з даними. Форма подачі матеріалу, візуальна підтримка та змога маніпулювати параметрами задач у реальному часі підвищують рівень розуміння й обґрунтованості висновків. Уроки, розроблені з використанням інтерактивних платформ, демонструють здатність змінювати формат традиційного навчання з репродуктивного на дослідницько-проблемний, що відповідає вимогам сучасної освіти.

Таким чином, результати дослідження засвідчили, що поставлені завдання виконано повною мірою. Проведено аналіз нормативної бази, навчальних програм і підручників; з'ясовано ключові труднощі в засвоєнні стохастичних тем; визначено принципи дидактичного проектування уроків з використанням інтерактивних технологій; розроблено і апробовано фрагменти уроків, що можуть бути інтегровані в практику викладання математики. Отримані результати мають не лише теоретичне, а й прикладне значення: їх можна використати для вдосконалення навчально-методичного забезпечення, створення авторських освітніх матеріалів, а також у процесі професійної підготовки майбутніх учителів математики.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бевз Г.П., Бевз В.Г., Васильєва Д.В., Владімірова Н.Г. Алгебра: підруч. для 7 кл. закл. загал. серед. освіти. Київ: Освіта, 2024. 272 с.
2. Бурда М.І., Васильєва Д.В. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти. URI: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy/2021/14.07/Model.navch.prohr.5-9.klas.NUSH-poetap.z.2022/Matem.osv.galuz-5-6-kl/Matem.5-6-kl.Burda.Vasileva.14.07.pdf> (Дата звернення 10.06.2025).
3. Бурда М.І., Тарасенкова Н.А., Васильєва Д.В. Модельна навчальна програма «Алгебра. 7-9 класи» для закладів загальної середньої освіти. URI: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy/2023/Model.navch.prohr.5-9.klas/Matem.osv.galuz-2023/Alhebra.7-9.kl.Burda.ta.in.26.07.2023.pdf> (Дата звернення 10.06.2025).
4. Волошена В.В. Принципи побудови стохастичної змістовно-методичної лінії в старшій школі. *Проблеми сучасного підручника*. 2020. № 24. С. 22–33.
5. Гарпуль О.З. Застосування інформаційних технологій для розв'язування задач статистики та теорії ймовірності. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми*. Київ-Вінниця, 2020. № 58. С 24–35.
6. Жалдак М.І., Біляй І.М. Стохастика: посіб. для вчителів. Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2013. 304 с.
7. Забезпечення якості вищої освіти: підвищення ефективності використання інформаційних технологій у здійсненні освітнього процесу: збірник матеріалів IV Всеукр. наук.-практ. конф., м. Одеса, 13-15 квітня 2022 р. Одеса. 528 с.
8. Захаров І. Здійснення мотивації при викладанні теорії ймовірностей в старшій профільній школі. *Збірник наукових праць «Цифрові технології в освіті»*. Харків, 2024. № 24. С. 69-79.

9. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики: навч. посіб. / за ред. М.І. Жалдак. Кривий Ріг: Криворізький держ. пед. ун-т, 2019. 444 с.
10. Істер О.С. Алгебра: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Київ: Генеза, 2017. 264 с.
11. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра: підруч. для 9 кл. загал. навч. закл. Харків: Гімназія, 2017. 272 с.
12. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика: підруч. для 5 кл. закл. загал. серед. освіти. Харків: Гімназія, 2022. 351 с.
13. Навчальна програма для поглибленого вивчення математики в 8-9 класах загальноосвітніх навчальних закладів. 2017. URI: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/programy-5-9-klas/matematika-algebra-geometriya.pdf> (Дата звернення 05.06.2025).
14. Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Поглиблений рівень. URI: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-10-11-klas/2018-2019/matematika-poglibl-rivenfinal.docx> (Дата звернення 05.06.2025).
15. Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень. URI: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-10-11-klas/2018-2019/matematika-profilnij-rivenfinal.docx> (Дата звернення 05.06.2025).
16. Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту. URI: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-10-11klas/2018-2019/matematika.-riven-standartu.docx> (Дата звернення 05.06.2025).
17. Навчання початків теорії ймовірностей і вступу до статистики в ліцях і класах з поглибленим вивченням математики: дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова. Київ, 2007, 238 с.
18. Офіційний сайт Міністерства освіти і науки України. Модельні навчальні програми для 5-9 класів Нової української школи. URI: <https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna->

serednya-osvita/osvitni-programi/modelni-navchalni-programi-dlya-5-9-klasiv-novoi-ukrainskoi-shkolizaprovadzhuyutsya-poetapno-z-2022-roku (Дата звернення 01.06.2025).

19. Підручники для школи. URI: <https://shkola.in.ua/pidruchnyky/>. (Дата звернення 12.06.2025).

20. Плешакова М.А. Теоретичне обґрунтування методики вивчення елементів комбінаторики. *Вісник Сковородинівської академії молодих учених*: зб. наук. пр. / Харків. нац. пед. ун-т ім. Г.С. Сковороди. Харків, 2021. С. 406–410.

21. Пометун О.І., Пироженко Л.В. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання: наук.-метод. посіб. / за ред. О.І. Пометун. Київ: А.С.К., 2004. 192 с.

22. Резниченко А.С. Розвиток «м'яких» навичок учнів у навчанні елементів теорії ймовірностей і математичної статистики. *Наукові записки молодих учених*. Кропивницький, 2021. № 8. URL: <https://phm.cuspu.edu.ua/ojs/index.php/SNYS/article/view/1885> (Дата звернення 10.06.2025).

23. Скакун Д.Ю. Методика вивчення елементів теорії ймовірностей і математичної статистики у старшій школі. *Наукові записки молодих учених*. 2018. № 2. URL: <https://phm.cuspu.edu.ua/ojs/index.php/SNYS/article/view/1538> (Дата звернення 30.05.2025).

24. Тарасенкова Н.А., Богатирьова І.М., Коломієць О.М., Сердюк З.О. Алгебра: підруч. для 9 класу загальноосвіт. навч. закл. Київ: Опіон, 2017. 272 с.

25. Форми інтерактивного навчання математичних дисциплін майбутніх учителів математики: дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова. Київ, 2017, 272 с.

26. Ходоров О.М. Інтерактивні технології навчання та методика їх упровадження в професійно-теоретичну підготовку. Харків, 2024. 25 с.

27. Interacty. Універсальна платформа для вчителів, шкіл та освітніх проєктів. URI: <https://interacty.me/uk/education> (Дата звернення 12.06.2025).

28. Matific. URI: <https://www.matific.com/ua/uk/home/> (Дата звернення 12.06.2025).

29. PiliApp. URI: <https://uk.piliapp.com/random/dice/> (Дата звернення 12.06.2025).

30.PhET. University simulations. URI: <https://phet.colorado.edu/uk/simulations/> (Дата звернення 12.06.2025).

31.Wordwall. Створюйте кращі уроки швидше. URI: <https://wordwall.net/uk-ua/> (Дата звернення 12.06.2025).

ДОДАТОК А

Таблиця А.1. Аналіз ймовірісно-статистичної змістовної лінії у навчальних програмах (5-11 класи)

Клас	Тема	Годин	Очікувані результати: учень / учениця
9	Основи комбінаторики, теорії ймовірностей та статистики. Основні правила комбінаторики. Частота та ймовірність випадкової події. Початкові відомості про статистику. Способи подання даних та їх обробки.	8	Наводить приклади випадкових подій, комбінаторних правил, форм подання статистичних даних. Визначає частоту і ймовірність випадкової події. Збирає, відбирає та систематизує інформацію з різних джерел. Розв'язує задачі на застосування комбінаторних правил, обчислення ймовірності і частоти, графічне подання даних. Аналізує фінансові ситуації: оцінка спроможності родини, розрахунок податків, прийняття фінансових рішень.
9 (поглиблене вивчення математики)	Елементи прикладної математики. Комбінаторні правила додавання і множення. Основні формули комбінаторики. Розміщення, сполучення (комбінації), перестановки. Випадкова подія. Ймовірність випадкової події. Статистичне і класичне означення ймовірності. Обчислення ймовірностей за допомогою формул комбінаторики. Статистичні дані. Способи подання даних. Частота. Вибірка. Середні значення.	25	Пояснює поняття випадкової події, ймовірності, частоти та середнього значення статистичних вимірювань. Формулює комбінаторні правила додавання і множення; дає означення перестановки, сполучення, розміщення та ймовірності випадкової події. Розв'язує вправи з використання формули складних відсотків, обчислення перестановок, сполучень, розміщень, визначення ймовірності випадкової події, частоти, моди та медіани статистичної вибірки.
11 (рівень стандарту)	Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики. Елементи комбінаторики. Перестановки, розміщення, комбінації (без повторень). Класичне визначення ймовірності випадкової події. Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення. Графічне подання інформації про вибірку.	10	Розуміє поняття перестановок, розміщень, комбінацій (без повторень), класичне визначення ймовірності, генеральної сукупності та вибірки, середнього, моди та медіани вибірки. Обчислює відносну частоту події, кількість перестановок, розміщень, комбінацій, ймовірність події за визначенням та комбінаторними схемами. Пояснює значення середніх показників і характеристик вибірки, визначає числові характеристики вибірки. Застосовує ймовірнісні показники для прийняття обґрунтованих рішень.

Закінчення таблиці А.1

11 (поглиб. вивчення математики)	Елементи теорії ймовірностей. Біном Ньютона та трикутник Паскаля. Аксиоми теорії ймовірностей. Операції над подіями. Основні наслідки з аксіом теорії ймовірностей. Незалежні події. Умовна ймовірність. Випадкова величина та її математичне сподівання (у досліді зі скінченною множиною елементарних наслідків). Геометрична ймовірність.	36	Обчислює ймовірність події, використовуючи аксиоми теорії ймовірностей, їх наслідки, операції над подіями, поняття умовної ймовірності, незалежності подій, комбінаторні схеми та математичне сподівання випадкової величини. Пояснює поняття умовної ймовірності, незалежних подій і випадкової величини.
11 клас (профільний рівень)	Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей. Елементи комбінаторики. Перестановки, розміщення, комбінації. Аксиоми теорії ймовірностей. Операції над подіями. Основні наслідки з аксіом теорії ймовірностей. Незалежні події. Умовна ймовірність. Випадкова величина та її математичне сподівання (у досліді зі скінченною множиною елементарних наслідків).	30	Обчислює ймовірність події за допомогою аксіом теорії ймовірностей, їх наслідків, операцій над подіями, умовної ймовірності, незалежних подій, комбінаторних схем і математичного сподівання випадкової величини. Пояснює поняття умовної ймовірності, незалежних подій і випадкової величини.

ДОДАТОК В

Тема уроку: Випадкова подія. Ймовірність випадкової події

Мета уроку:

✓ *навчальна*: домогтися засвоєння учнями змісту понять: подія, випробування, випадкова подія, неможлива подія, повна група подій; означення ймовірності випадкової події, формули для обчислення ймовірності випадкової події;

✓ *розвивальна*: розвивати вміння визначати вид події, визначати за формулою ймовірність випадкової події, розв'язувати задачі, що передбачають обчислення ймовірності за формулою;

✓ *виховна*: виховувати інтерес до математики, використовуючи історичний матеріал.

Формування компетентностей:

Предметна компетентність

- уміння застосовувати формулу ймовірностей для розв'язання практичних задач;
- здатність оперувати числами для вираження ймовірностей;

Ключові компетентності

- спілкування державною мовою – доречно та коректно вживати в мовленні математичну термінологію;
- інформаційно – цифрова компетентність – використання онлайн стимуляторів; здатність працювати з інформацією представленою у формі статистичних даних;
- соціальна та громадянська компетентності – оцінювати аргументи та змінювати думку на основі доказів.

Тип уроку: *засвоєння нових знань та вмінь.*

Обладнання: *підручник, презентація, інтерактивна дошка.*

Хід уроку

I. Організаційний етап (3 хв)

Учитель перевіряє готовність учнів до уроку, налаштовує їх на роботу.

Перевірка домашнього завдання

II. Актуалізація Опорних Знань (5 хв)

Фронтальне опитування:

1. Що таке експеримент (дослід, випробування)?
2. Наведіть приклади явищ, результат яких ми можемо передбачити.
3. Наведіть приклади явищ, результат яких передбачити неможливо.
4. Інтерактивна вправа (Kahoot!):

Швидкий тест на 3 питання "Правда/Хибно" щодо можливості передбачення деяких життєвих подій ("Світанок завтра настане о 7:00" - Вірогідна; "Наступний кидок кубика буде 6" – Випадкова, Після листопада буде літо – неможлива).

III. Мотивація навчальної діяльності та оголошення теми (5 хв)

Інтрига: "Гра з Долею"

Створення атмосфери:

• **Вчитель:** "Уявіть, що ви стоїте перед двома дверима. За одними - гарантований, але невеликий приз, а за іншими - або джекпот, або нічого. Ви не знаєте, де що. Ви обираєте наосліп. Це — випадковість."

Проблемне запитання:

• **Вчитель:** "Але чи справді це чиста випадковість? Чи існує інструмент, який дозволяє нам, якщо не передбачити майбутнє, то хоча б виміряти його невизначеність? Чи можна дізнатися, наскільки велика ймовірність, що саме за цими дверима на нас чекає джекпот?"

Висновок та перехід:

• "Ми щодня приймаємо рішення, які залежать від багатьох факторів - погоди, транспорту, успішності іспитів. Наша здатність оцінювати шанси - це ключ до успіху в багатьох сферах, від фінансів до науки. Сьогодні ми почнемо вивчати науку, що дозволяє цю невизначеність оцінити, виміряти та контролювати. Ця

наука називається Теорія ймовірностей."

Оголошення теми та мети уроку.

IV. Вивчення нового матеріалу (12 хв)

Класифікація подій

- Прийом: "Сортувальник" (Учні на інтерактивній дошці сортують події: Неможлива, Вірогідна, Випадкова).

- Приклад: Сонце зійде вранці (В), при кидку кубика випаде 8 (Н), завтра піде дощ (Вп), сьогодні у вас 6 уроків (В), після суботи настане понеділок (Н).

Первісним поняттям теорії ймовірностей є поняття події.

Подія – це явище, про яке можна сказати, що воно відбувається чи не відбувається за певних умов.

Випадковим здається те, що порушує звичайний хід подій. Ви поспішаєте в школу, сідаєте в автобус, а він ламається. Ви запізнилися на урок. Випадкова подія вплинула на ваше життя. Або, наприклад, ви переглядаєте таблицю виграшів лотерей і бачите, що виграли. Тут випадкова подія вам на користь.

Випадкова подія – це подія, яка може настати або не настати в результаті деякого експерименту, результат якого наперед неможна точно передбачити ($0 < P(A) < 1$).

Вірогідна – подія яка обов'язково відбудеться ($P(A) = 1$).

Неможлива – подія, яка ніколи не відбудеться ($P(A) = 0$).

Ймовірністю події А називають відношення кількості сприятливих для А результатів до кількості всіх можливих результатів випробування.

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

де, $P(A)$ – ймовірність події А,

m – кількість результатів сприятливих для події А,

n – загальна кількість всіх можливих результатів випробування.

Весь матеріал показано на інтерактивній дошці.

V. Первинне закріплення та формування вмінь (15 хв)

1. Використання ІКТ: Проєктування онлайн-рандомайзера з 10 секторами (наприклад, 4 червоних, 6 синіх).

• **Завдання 1:** Яка ймовірність, що випаде синій сектор? ($P = \frac{6}{10} = 0.6$).

• **Завдання 2:** Провести 5 обертань, фіксуючи частоту. Порівняти частоту з теоретичною ймовірністю.

2. Учні на своїх пристроях відкривають симулятор кидання грального кубика (можна використати готові онлайн - ресурси або просту програму на Scratch).

Завдання: Кинути кубик 10 разів і записати результати.

Обговорення: Скільки всього можливих результатів (n)? (Відповідь: 6)

Яка ймовірність випадання "трійки" ($m = 1$)? $P("3") = \frac{1}{6}$.

Яка ймовірність випадання парного числа ($m = 3$)? $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Навіть якщо $P(A) = \frac{1}{2}$, це не означає, що за 10 кидків випаде рівно 5 парних чисел.

3. Робота в групах. Учні діляться на 4 групи. Кожна група отримує задачу на окремому віртуальному аркуші дошки.

Група 1: 3 ящика, в якому 5 білих куль і 10 червоних, навмання вибирають одну кульку. Знайдіть ймовірність того, що вийнята куля опиниться білою.

Група 2: 3 класу, у якому навчається 30 учнів, 16 брали участь у шкільній олімпіаді з математики. Яка ймовірність того, що навмання вибраний учень цього класу брав участь в олімпіаді?

Група 3: Ймовірність того, що число, вибране навмання з перших 20 натуральних чисел, буде кратним 5.

Група 4: 3 букв розрізної абетки складено слово «мир». Потім букви слова перемішують і навмання беруть одну за одною. Знайдіть ймовірність того, що буде складене початкове слово.

Презентація: Кожна група демонструє розв'язок на інтерактивній дошці та коментує його.

VI. Підсумок уроку та рефлексія (5 хв)

Обов'язкове: параграф 34, вправи № 16.8, № 16.10.

Творче ІКТ-завдання: зробити в інтерактивному середовищі (Kahut, Worldwall, або будь якому іншому на вибір) гру по темі уроку.

Рефлексія. Оцініть свій рівень розуміння теми "Ймовірність випадкової події" на кінець уроку:

- Червоний (Стоп): Я майже нічого не зрозумів/зрозуміла. Мені потрібна додаткова допомога.
- Жовтий (Увага): Я зрозумів/зрозуміла більшу частину матеріалу, але маю кілька питань, або мені потрібна практика.
- Зелений (Рух): Я все зрозумів/зрозуміла і можу пояснити тему іншим.

АНОТАЦІЯ

Авдейчик І. Л. Інтерактивні технології в навчанні комбінаторики та теорії ймовірностей. Магістерська робота на здобуття ступеня магістра за спеціальністю 014 Середня освіта (Математика) – Луцьк, 2025 – 75 с.

У магістерській роботі досліджено теоритичні, практичні підходи до вивчення теми теорія ймовірностей та математична статистика у шкільному розділі математики. У першому розділі — проаналізовано зміст навчальних програм, підручників і методологічні підходи до викладання, а також окреслено типові труднощі учнів та приклади розв’язків задач. Другий розділ — присвячений сучасним цифровим ресурсам та аналізу їхнього дидактичного потенціалу. У третьому розділі — запропоновано авторські розробки занять, приклади використання симуляцій та цифрових інструментів для формування практичних навичок учнів.

Ключові слова: теорія ймовірностей, математична статистика, методологічні підходи, цифрові ресурси, симуляції, цифрові інструменти.

ANNOTATION

Avdeichyk I. L. Interactive Technologies in Teaching Combinatorics and Probability Theory. Master’s thesis for obtaining the Master’s degree in Secondary Education (Mathematics). – Lutsk, 2025. – 75 p.

This master’s thesis explores theoretical and practical approaches to teaching the topics of probability theory and mathematical statistics within the school mathematics curriculum. The first chapter analyzes the content of educational programs, textbooks, and methodological approaches to instruction, as well as identifies typical student difficulties and provides examples of problem-solving techniques. The second chapter is devoted to modern digital resources and their didactic potential. The third chapter presents original lesson designs, examples of using simulations and digital tools to develop students’ practical skills.

Keywords: probability theory, mathematical statistics, methodological approaches, digital resources, simulations, digital tools.