

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ БІОНІЧНОГО ПРОТЕЗА: ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ**

**Крупко К. В., Фляк А.В., Івановський А.В., Замуруєва О.В., Сахнюк В.Є.,  
Коритко М. В.**

*Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Воли, 13, Луцьк, 43025, Україна  
zaturuyeva.oksana@vnu.edu.ua*

Сучасні біонічні протези потребують високоточного та енергоефективного керування для адекватного відтворення рухів людського тіла згідно. Зокрема, важливим є моделювання динаміки верхньої кінцівки з урахуванням реалістичних анатомічних та фізичних параметрів. Одним з викликів є забезпечення стабільного й ефективного керування протезом за умов зовнішніх збурень та похибок у вимірах. Розв'язання цієї проблеми сприятиме створенню протезів, що природно відтворюють рухи та зменшують навантаження на користувача.

Метою дослідження є створити математичну модель біонічного протеза верхньої кінцівки, змоделювати його рух у сагітальній площині та розробити робастний лінійно-квадратичний регулятор (LQR) для забезпечення фізіологічно природної реакції ліктьового суглоба протеза з урахуванням його кутового положення, швидкості та прискорення. Реалізувати динамічну модель у середовищі MATLAB з точним врахуванням біомеханічних характеристик.

Проведено кінематичне й динамічне моделювання дволанкової системи, що імітує плече та передпліччя. Використано лагранжевий формалізм для отримання рівнянь руху, які згодом лінеаризовано. Реалізовано LQR-регулятор на основі класичних методів Ляпунова [1, 2]. Для цього, в контексті теорії керування використали програмне забезпечення MATLAB та модель руки OpenSim розроблену в [3, 4] як об'єкт керування з відкритим кодом. Система продемонструвала високу точність керування рухами кінцівки в сагітальній площині навіть за наявності збурень. Енергоспоживання та коливання були мінімізовані, а траєкторія руху залишалася стабільною.

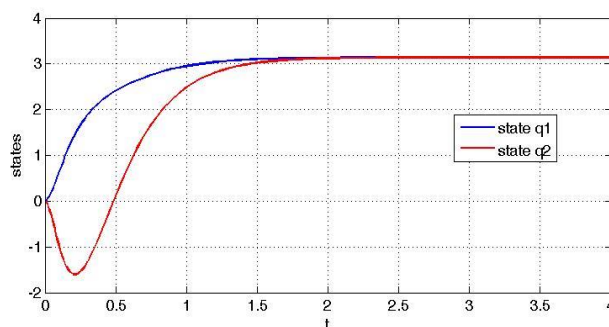


Рис. 1. Керована траєкторія

Отримані результати підтверджують ефективність застосування методів оптимального керування для біонічних протезів, розроблена система дозволяє ефективно та точно відтворювати рухи верхньої кінцівки. Запропонована модель може бути використана як основа для подальших досліджень включаючи розширення моделі до тривимірного простору та інтеграцію нейронних або ЕМГ-сигналів для досягнення ще більш природного керування.

*Список літератури*

- [1] Kuo, A. (1995). An optimal control model for analyzing human postural balance, IEEE Transactions on biomedical engineering, Vol.42, No 1, Jan.1995.
- [2] Brian, D., Anderson, O. and Moore, J. (1989). Optimal Control. Linear Quadratic Methods., Department of Systems Engineering, Australian National University, Canberra, Prentice-Hall International, Inc., ISBN 0-13 - 638651-2.
- [3] E.K. Chadwick, D. Blana, J. D. Simera, J. Lambrecht, S. P. Kim, A. S. Cornwell, D. M. Taylor, L.R. Hochberg, J. P. Donoghue and R. F. Kirsch. —Continuous neuronal ensemble control of simulated arm reaching by a human with tetraplegia. J. Neural Eng. 8 (2011) 034003 (7pp) doi:10.1088/1741-2560/8/3/034003.
- [4] Chadwick, Blana, Kirsch & van den Bogert (2014) Real-Time Simulation of Three-Dimensional Shoulder Girdle and Arm Dynamics. IEEE TBME, In press.

## **КОСМІЧНА ПЕРШІСТЬ ЯК ОБ'ЄКТ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ: ДИНАМІКА РОЗВИТКУ НА ОСНОВІ ІГРОВИХ СТРАТЕГІЙ**

**Кульбачинський Д. А., Мельничук А. В., Гапончук Р., Лисюк Д., Замуруєва О.В.**

*Волинський національний університет імені Лесі Українки, просп. Воли, 13, Луцьк, 43025, Україна  
zamuzyeva.oksana@vnu.edu.ua*

Математичне моделювання стратегічного суперництва держав у сфері освоєння космосу є актуальним у зв'язку зі зростаючим значенням космічних технологій у глобальній політиці та економіці. Конкуренція між США, Китаєм, Європейським космічним агентством та іншими не лише вимагає значних ресурсів, а й передбачає складну взаємодію інтересів, стратегій і обмежень. Одним із ефективних інструментів аналізу таких ситуацій є теорія ігор.

У представленому дослідженні реалізовано підхід, заснований на моделі з трьома гравцями – США, Китай та ЄКА – з урахуванням як внутрішнього розвитку, так і зовнішніх впливів. Для кожного з гравців побудовано логістичну модель росту, яка доповнена додатковими членами, що відображають негативний вплив конкурентів. В результаті отримано систему диференціальних рівнянь першого порядку, яка описує динаміку розвитку космічної галузі кожного учасника з урахуванням взаємодії між ними.

Симуляцію проведено у програмному середовищі Maple. За початкових умов та обраних параметрів (коефіцієнтів розвитку та впливу) виявлено, що США мають перевагу завдяки агресивній інвестиційній стратегії. ЄКА демонструє стабільне зростання з помірною взаємодією, тоді як Китай, попри нижчий старт, проявляє поступову адаптацію і потенційне нарощування позицій.

Аналіз показав, що отримана модель дозволяє не лише відслідковувати динаміку, а й виявляти ситуації стратегічної рівноваги (рівновага Неша), при якій зміна стратегії одним гравцем без узгодження з іншими не приводить до вигіднішого результату. Це відповідає реаліям геополітичного суперництва, де країни змушені адаптуватися до дій інших, балансує між розвитком і стримуванням.

Крім того, враховано низку обмежень, зокрема ресурсні, технологічні та політичні бар'єри, що відображено у граничних умовах логістичного росту. Теоретичні передумови підкріплені чисельними експериментами, які підтверджують, що модель є чутливою до початкових умов і параметрів впливу.

Застосування Maple дозволило не лише ефективно розв'язати систему рівнянь, а й візуалізувати результати, що робить цей підхід придатним для стратегічного планування та прогнозування майбутніх сценаріїв конкуренції.