

**Волинський національний університет імені Лесі Українки
Факультет інформаційних технологій і математики
Кафедра математичного аналізу та статистики**

ОЛЬГА ШВАЙ

РОБОЧИЙ ЗОШИТ

З ДИСКРЕТНОЇ МАТЕМАТИКИ

(РОЗДІЛ «КОМБІНАТОРИКА»)

Луцьк-2025

Рекомендовано до друку науково-методичною радою Волинського
національного університету імені Лесі Українки
(Протокол № 8 від 16 квітня 2025р.)

Рецензенти:

Гембарська С.Б. – кандидат фізико-математичних наук, доцент
кафедри теорії функцій та методики навчання математики,
Волинський національний університет імені Лесі Українки;
Кальчук І.В. – кандидат фізико-математичних наук, доцент
кафедри теорії функцій та методики навчання математики,
Волинський національний університет імені Лесі Українки.

Швай О. Л.

**Ш 33 Робочий зошит з дискретної математики (розділ
«Комбінаторика»): / Ольга Леонідівна Швай.** Луцьк, 2025. 31с.

У робочому зошиті подано тестові завдання з комбінаторики для
самостійної перевірки здобувачами як теоретичного так і практичного рівня
засвоєння матеріалу.

Рекомендовано здобувачам освіти першого курсу спеціальностей 111
Математика та 014 Середня освіта (Математика).

УДК 519.1(076)

© Швай О. Л., 2025

© Волинський національний університет імені Лесі Українки, 2025

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....	4
1. Інформаційний обсяг теми «Комбінаторика».....	6
2. Методичні вказівки до розв’язування тестових завдань.....	6
3. Тестові завдання першого рівня складності.....	7
4. Тестові завдання другого рівня складності.....	11
5. Тестові завдання третього рівня складності.....	26
6. Тестові завдання четвертого рівня складності.....	29
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	31
ДОДАТОК. <i>Відповіді до тестових завдань</i>.....	32

ПЕРЕДМОВА

Комбінаторика – це розділ математики, предметом якої є теорія скінченних множин. Окремі комбінаторні задачі розв'язували ще в стародавньому Китаї та Греції кілька тисячоліть тому. Такі задачі виникали у зв'язку з іграми в шахи, шашки, кості тощо.

Деякі елементи комбінаторики були відомі в Індії ще в II ст. до н.е. У XII столітті індійський вчений Бхаскара (*Bhaskara*, 1114-1185) обчислював деякі види комбінацій і перестановок. Припускають, що індійські вчені вивчали комбінації у зв'язку із застосуванням їх у поезії, науці про структуру вірша й поетичних добутоків.

Одним з перших почав підраховувати число різних комбінацій при грі у кості італійський математик Нікколо Тарталья (*Tartaglia*, 1500-1557). Теоретичними дослідженнями питань комбінаторики займалися французькі вчені Блез Паскаль (*Pascal*, 1623-1662) і П'єр Ферма (*Fermat*, 1601-1665).

Подальший розвиток комбінаторики пов'язаний з іменами видатних учених Якоба Бернуллі (*Bernoulli*, 1654-1705), Готфріда Лейбніца (*Leibniz*, 1646-1716), Леонарда Ейлера (*Euler*, 1707-1783).

Сам термін «комбінаторика» вперше з'явився у роботі німецького математика Г.Лейбніца «Про мистецтво комбінаторики» (1666), в якій вона розглядається уже як самостійна галузь науки.

Інтенсивний розвиток комбінаторики отримала лише в наш час. Значною мірою це пов'язано з розвитком інформатики, для якої комбінаторика відіграє фундаментальну роль. Методи комбінаторного аналізу використовуються для розв'язування транспортних задач, для складання планів виробництва і реалізації продукції. Комбінаторика використовується для складання і дешифровки шифрів та інших проблем теорії інформації.

Пропонований робочий зошит відповідає навчальному плану ОК "Дискретна математика" для студентів спеціальностей 111 Математика та 014

Середня освіта (Математика) освітніх програм Математика та Середня освіта. Математика.

Активізація творчої самостійності студентів, формування їхнього мислення в процесі оволодіння дискретною математикою найефективніше здійснюється через розв'язування системи вправ.

Робочий зошит може бути використаний для самостійної роботи здобувачів при вивченні дискретної математики, зокрема теми «Комбінаторика».

1. Інформаційний обсяг теми «Комбінаторика»

Комбінаторні задачі підрахунку, перерахунку та оптимізації. Формули суми та добутку. Розміщення. Перестановки та комбінації з повтореннями та без повторень.

Комбінаторні тотожності, поліноміальна формула. Формула включень та виключень, її застосування.

Поняття рекурентного співвідношення. Розв'язки рекурентного співвідношення. Лінійні рекурентні співвідношення з сталими коефіцієнтами другого порядку. Розв'язування лінійних рекурентних співвідношень k -ого порядку.

2. Методичні вказівки до розв'язування тестових завдань

У пропонованому робочому зошиті наведені тестові завдання двох типів: на закріплення і поглиблення розуміння теоретичних положень та завдання на практичне застосування вивченого матеріалу. Ці тестові завдання складають основу поточного контролю якості засвоєння здобувачами матеріалу теми «Комбінаторика».

Альтернативні тестові завдання (рівень 1) передбачають вибір однієї із двох відповідей («так/ні»). Такі завдання дозволяють організувати ефективний самоконтроль здобувачів.

Тести другого рівня – закритої форми. До кожного завдання цих тестів запропоновано п'ять варіантів відповідей, із яких тільки одна правильна. Завдання вважається виконаним, якщо у бланку відповідей указана тільки одна цифра, якою позначена правильна відповідь, без пояснень вибору. Такі одно альтернативні тестові завдання часто вважають легкими, але насправді вони містять варіанти відповідей, дуже схожих на правильну за будь-якою окремою ознакою. Це допомагає перевірити глибину розуміння студентом матеріалу.

Тести третього рівня – на встановлення відповідності (логічні пари). Завдання на встановлення відповідності перевіряють знання понять, означень, формул і т. п. У процесі їх виконання у здобувачів формуються навички порівняння, співставлення, представлення об'єктів в різній формі.

Тести четвертого рівня – відкриті форми. Здобувач має дати на завдання розгорнуту відповідь у вигляді власноруч написаного тексту.

Різноманітність форм тестових завдань дозволяє мінімізувати ймовірність угадування відповідей і охопити різні види знань і умінь здобувачів.

Автор надіється, що робочий зошит із тестовими завданнями спонукатиме здобувачів до регулярної самостійної роботи, а відповіді до тестів, які вміщені у додатках, допоможуть підвищити її ефективність.

3. Тестові завдання першого рівня складності

Чи погоджуєтесь Ви, що

1. Перестановкою з n елементів називається будь-яке розміщення даних n елементів у деякому певному порядку.

- Так;
- ні.

2. Комбінацією із n елементів по k ($k \leq n$) називається будь-яка впорядкована k -елементна підмножина множини n - елементної множини.

- Так;
- ні.

3. Кількість P_n усіх можливих перестановок з n елементів $P_n = n!$

- Так;
- ні.

4. Розміщенням із n елементів по k ($k \leq n$) називається будь-яка k -елементна підмножина n - елементної множини.

- Так;

- ні.

5. Кількість усіх підмножин n -елементної множини дорівнює n .

- Так;
- ні.

6. Для довільного $n \in \mathbb{N}$ виконується

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n.$$

- Так;
- ні.

7. Двочлен $a+b$ називається біномом.

- Так;
- ні.

8. При довільному натуральному n має місце формула

$$(a + b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n b^n$$

- Так;
- ні.

9. Розклад n -го степеня бінома $(a + b)^n$ містить n членів.

- Так;
- ні.

10. Якщо показник степеня бінома $(a + b)^n$ – парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим

- Так;
- ні.

11. $(k+1)$ -й член розкладу n -го степеня бінома $(a + b)^n$ визначається за формулою $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$, де $k = 0, 1, 2, \dots, n$.

- Так;
- ні.

12. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщені на парних місцях, більша за суму коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях.

- Так;
- ні.

13. Коефіцієнти $\frac{n!}{\alpha_1! \alpha_2! \dots \alpha_m!}$, з якими члени $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_m^{\alpha_m}$ входять до розкладу $(x_1 + x_2 + \dots + x_m)^n$, називаються поліноміальними.

- Так;
- ні.

14. Розміщення з повтореннями з n елементів по k називаються також упорядкованими k -вибірками з поверненням з n -елементної множини.

- Так;
- ні.

15. Для довільних натуральних n, k має місце формула $\overline{A_n^k} = n^k$

- Так;
- ні.

16. З n різних елементів можна утворити $n!$ перестановок.

- Так;
- ні.

17. Для перестановок з повтореннями має місце формула:

$$P_n(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

- Так;
- ні.

18. Якщо $A \cap B = \emptyset$, тобто A і B не мають спільних елементів, то

$$N(A \cup B) = N(A) + N(B)$$

- Так;
- ні.

19. Метод рекурентних співвідношень полягає в тому, що розв'язання комбінаторної задачі з n предметами виражається через розв'язання

аналогічної задачі з більшим числом предметів за допомогою деякого співвідношення, яке називається рекурентним..

- Так;
- ні.

20. $f(n+2) = f(n)f(n+1) - 3f^2(n+1) + 1$ – рекурентне співвідношення другого порядку

- Так;
- ні.

21. Розв'язати рекурентне співвідношення означає знайти хоча б один його частинний розв'язок.

- Так;
- ні.

22. $f(n+2) = a_1f(n+1) + a_2f(n)$ – лінійне рекурентне співвідношення другого порядку.

- Так;
- ні.

23. Якщо характеристичне рівняння рекурентного співвідношення другого порядку має два однакові корені $r_1 = r_2$, то загальний розв'язок рекурентного співвідношення має вигляд $f(n) = C_1r_1^{n-1} + C_2r_2^{n-1}$.

- Так;
- ні.

24. Якщо характеристичне рівняння рекурентного співвідношення другого порядку має два різних корені r_1 та r_2 , то загальний розв'язок рекурентного співвідношення має вигляд $f(n) = r_1^{n-1}(C_1 + C_2n)$.

- Так;
- ні.

4. Тестові завдання другого рівня складності

Оберіть правильну, на вашу думку, відповідь.

Рівень I

1. Якщо об'єкт A можна вибрати n способами і при кожному з цих виборів об'єкт B можна вибрати m способами, то вибір пари (A, B) можна здійснити:

- 1) $n+m$ способами ;
- 2) одним способом;
- 3) $n \times m$ способами ;
- 4) двома способами;
- 5) $n - m$ способами.

2. Якщо деякий об'єкт A можна вибрати n способами, а об'єкт B – m способами, причому ніякий вибір A не збігається із жодним із виборів B , то один з об'єктів A або B можна вибрати:

- 1) $n+m$ способами ;
- 2) одним способом;
- 3) $n \times m$ способами ;
- 4) двома способами;
- 5) $n - m$ способами.

3. Кількість усіх можливих розміщень із n елементів по k позначається символом:

- 1) C_n^k ;

2) P_n ;

3) $P_n(n_1, n_2, \dots, n_k)$;

4) A_n^k ;

5) $\overline{C_n^k}$.

4. Кількість усіх можливих комбінацій із n елементів по k позначається символом :

1) C_n^k ;

2) P_n ;

3) $P_n(n_1, n_2, \dots, n_k)$;

4) A_n^k ;

5) $\overline{C_n^k}$.

5. Кількість усіх можливих перестановок із 5 елементів обчислюється за формулою :

1) $P_5 = 5 \cdot 4 \cdot 3$;

2) $P_5 = 5!$;

3) $P_5(n_1, n_2, \dots, n_5) = \frac{5}{1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 4! \cdot 5!}$;

4) $P_5 = 5$

5) $P_5 = 5! \cdot 4!$;

6. Кількість можливих розміщень із n елементів по k дорівнює:

1) $\frac{n!}{k!(n-k)!}$;

$$2) \frac{n!}{(n-k)!};$$

$$3) n^k;$$

$$4) \frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!};$$

$$5) \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}.$$

7. Кількість можливих комбінацій із n елементів по k дорівнює :

$$1) \frac{n!}{k!(n-k)!};$$

$$2) \frac{n!}{(n-k)!};$$

$$3) n^k;$$

$$4) \frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!};$$

$$5) \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}.$$

8. Кількість можливих комбінацій із n елементів по k із повтореннями дорівнює :

$$1) \frac{n!}{k!(n-k)!};$$

$$2) \frac{n!}{(n-k)!};$$

$$3) n^k;$$

$$4) \frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!};$$

$$5) \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}.$$

9. Кількість можливих розміщень із n елементів по k з повтореннями дорівнює :

1) $\frac{n!}{k!(n-k)!}$;

2) $\frac{n!}{(n-k)!}$;

3) n^k ;

4) $\frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!}$;

5) $\frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$.

10. Кожну k - елементну підмножину n - елементної множини називають:

1) комбінацією з n елементів по k ;

2) розміщенням з n елементів по k ;

3) комбінацією з k елементів по n ;

4) розміщенням з k елементів по n ;

5) перестановкою.

11. Розклад n -го степеня бінома $(a + b)^n$ містить:

1) n членів ;

2) $n+1$ членів ;

3) $n-1$ член;

4) $n+2$ члени ;

5) $2n$ членів .

12. Який з наведених записів, є загальним виглядом лінійних рекурентних співвідношень другого порядку?

$$1) C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1} ;$$

$$2) f(n) = r_1^{n-1} (C_1 + C_2 n) ;$$

$$3) f(n) = C_1 r_1^{n-1} + C_2 r_2^{n-1} ;$$

$$4) f(n+2) = 5f(n+1) - 6f(n) ;$$

$$5) f(n+2) = a_1 f(n+1) + a_2 f(n).$$

13. Якщо характеристичне рівняння лінійного рекурентного співвідношення k -го порядку має k різних коренів $r_1, r_2, \dots, r_k$, то загальний розв'язок рекурентного співвідношення запишеться у вигляді :

$$1) f(n) = r_1^{n-1} (C_1 + C_2 n + C_3 n^2 + \dots + C_k n^{k-1}) ;$$

$$2) f(n) = r_1^{n-1} \sum_{i=1}^{k_1} C_{i1} n^{i-1} + r_2^{n-1} \sum_{i=1}^{k_2} C_{i2} n^{i-1} + \dots + r_p^{n-1} \sum_{i=1}^{k_p} C_{ip} n^{i-1} ;$$

$$3) f(n) = C_1 r_1^{n-1} + C_2 r_2^{n-1} + \dots + C_k r_k^{n-1} ;$$

$$4) f(n) = C_1 4^{n-1} + C_2 3^{n-1} ;$$

$$5) f(n) = 2^{n-1} (C_1 + C_2 n + C_3 n^2) + C_4 (-1)^{n-1}.$$

14. Якщо характеристичне рівняння лінійного рекурентного співвідношення k -го порядку має корінь r_1 кратності k_1 , корінь r_2 кратності k_2 , корінь r_p кратності k_p ($k_1 + k_2 + \dots + k_p = k$), то загальний розв'язок рекурентного співвідношення має вигляд:

$$1) f(n) = r_1^{n-1} (C_1 + C_2 n + C_3 n^2 + \dots + C_k n^{k-1}) ;$$

$$2) f(n) = r_1^{n-1} \sum_{i=1}^{k_1} C_{i1} n^{i-1} + r_2^{n-1} \sum_{i=1}^{k_2} C_{i2} n^{i-1} + \dots + r_p^{n-1} \sum_{i=1}^{k_p} C_{ip} n^{i-1} ;$$

$$3) f(n) = C_1 r_1^{n-1} + C_2 r_2^{n-1} + \dots + C_k r_k^{n-1};$$

$$4) f(n) = C_1 4^{n-1} + C_2 3^{n-1};$$

$$5) f(n) = 2^{n-1} (C_1 + C_2 n + C_3 n^2) + C_4 (-1)^{n-1}.$$

15. Обчисліть $0!$:

- 1) 1;
- 2) 0;
- 3) $1!$;
- 4) не існує;
- 5) 10.

16. Обчисліть значення A_n^1 :

- 1) 1;
- 2) 0;
- 3) $1!$;
- 4) не існує;
- 5) 10.

17. Обчисліть значення C_n^1

- 1) 1;
- 2) n ;
- 3) $n!$;
- 4) не існує;
- 5) 10.

18. Як називають правило: «Якщо об'єкт A можна вибрати n способами і при кожному з цих виборів об'єкт B можна вибрати m способами, то вибір пари (A, B) можна здійснити $n \times m$ способами»?

- 1) Правило суми ;
- 2) правило добутку;
- 3) правило множення;
- 4) правило ділення;
- 5) правило додавання.

19. Як називають правило: « Якщо об'єкт A можна вибрати n способами, а об'єкт B – m способами, причому ніякий вибір A не збігається із жодним із виборів B , то один з об'єктів A або B можна вибрати $n+m$ способами»?

- 1) Правило суми ;
- 2) правило добутку;
- 3) правило множення;
- 4) правило ділення;
- 5) правило додавання.

20. Нехай із пункту A до пункту B веде m доріг, з пункту A до C – n доріг, із C до D – l доріг, із B до D – k доріг. Пункти A і D між собою дорогами не сполучені. Скількома дорогами можна потрапити з пункту A до пункту D ?

- 1) mk ;
- 2) $l + k$;
- 3) $mk + nl$.
- 4) $m + n$;
- 5) $(m+k)(n+l)$.

21. Скільки існує способів розміщення на полиці 3 книжок?

1) 1;

2) 6;

3) 3;

4) 2;

5) 18.

22. Скількома способами можна виготовити чотириколірний прапорець з горизонтальних смуг однакової ширини, маючи чотири різного кольору смужки?

1) 24;

2) 4;

3) 8;

4) 48;

5) 12.

23. Кожний із двадцяти присутніх на зборах повинен привітатися з іншим за руку. Скільки буде усіх рукостискань?

1) 190;

2) 95;

3) 20;

4) 40;

5) 20!.

24. Скільки можна утворити різних трицифрових чисел за допомогою цифр 1, 2, 3, 4, 5 так, щоб жодна цифра у числі не повторювалася?

1) 125;

2) 5;

3) 20;

4) 60;

5) 5!.

25. Скільки різних слів можна побудувати перестановкою букв у слові «лаваш»?

1) 120 ;

2) 12;

3) 20;

4) 40;

5) 60.

26. Скільки різних слів можна скласти в алфавіті $\{0, 1\}$ з восьми символів?

1) 256 ;

2) 8;

3) 16;

4) 40;

5) 20!.

27. Скільки можна написати трицифрових чисел з різними цифрами, не використовуючи цифри 0?

- 1) 6;
- 2) 8;
- 3) 504;
- 4) 40;
- 5) 9!.

28. Кидають гральний кубик два рази. Скільки може бути випадків, при яких цифра, що випаде при першому киданні, відрізняється від цифри, що випаде при другому киданні ?

- 1) 6 ;
- 2) 8;
- 3) 2;
- 4) 12;
- 5) 30.

29. Підніжжя гори та її вершину сполучають чотири стежки. Скільки існує маршрутів від підніжжя до вершини і униз до підніжжя?

- 1) 4 ;
- 2) 16;
- 3) 8;
- 4) 12;
- 5) 2.

30. Студентській спортивній команді пропонують футболки трьох кольорів: жовтого, зеленого та білого, а також труси двох кольорів – чорного та синього. Скільки є варіантів вибрати форму в команди?

- 1) 6 ;
- 2) 3;
- 3) 8;
- 4) 12;
- 5) 2.

31. Олеся має чотири пари взуття і три сукні. Скільки є варіантів вибрати вбрання для Олесі?

- 1) 4 ;
- 2) 16;
- 3) 8;
- 4) 12;
- 5) 2.

32. У групі є 10 дівчат і 7 юнаків. Скільки існує способів скласти пару для танцю з однієї дівчини і одного юнака?

- 1) 10 ;
- 2) 7;
- 3) 70;
- 4) 17;
- 5) 2.

33. Скільки різних трицифрових чисел можна скласти із цифр 2 і 5, при умові, що цифри можуть повторюватися?

- 1) 4 ;

2) 16;

3) 8;

4) 12;

5) 2.

34. Скільки різних трицифрових чисел можна скласти із цифр 0 і 5, при умові, що цифри можуть повторюватися?

1) 4 ;

2) 16;

3) 8;

4) 12;

5) 2.

35. Скільки чотирицифрових чисел, усі цифри яких різні, можна скласти із цифр 1, 2, 3, 4, якщо ці числа мають починатися із цифри 1?

1) 4 ;

2) 6;

3) 8;

4) 12;

5) 2.

36. Скільки чотирицифрових чисел, усі цифри яких різні, можна скласти із цифр 1, 2, 3, 4, якщо ці числа мають починатися із запису 32?

1) 4 ;

2) 6;

3) 8;

4) 12;

5) 2

37. Розглядаються склади з двох букв, перша з яких позначає приголосний звук, а друга голосний. Скільки різних складів можна скласти з букв слова «Полтава»?

1) 4 ;

2) 6;

3) 8;

4) 12;

5) 2

38. Монету підкидають три рази. Скільки різних послідовностей гербів і цифр можна отримати?

1) 4 ;

2) 6;

3) 8;

4) 12;

5) 2

39. Гральний кубик кидають три рази. Скільки різних послідовностей очок можна отримати?

1) 216;

2) 36;

- 3) 6;
- 4) 12;
- 5) 32

40. Кожну клітинку квадрати 2×2 можна пофарбувати в червоний або синій колір. Скільки існує способів пофарбувати цей квадрат?

- 1) 4 ;
- 2) 16;
- 3) 8;
- 4) 12;
- 5) 2

41. Скількома способами можна вибрати на шаховій дошці білу та чорну клітинки, які не лежать на одній і тій самій вертикалі та горизонталі?

- 1) 1024 ;
- 2) 6;
- 3) 768;
- 4) 8;
- 5) 32

42. Скільки існує парних п'ятицифрових чисел?

- 1) 45000 ;
- 2) 6;
- 3) 5000;
- 4) 25000;

5) 81000.

43. Скільки існує п'ятицифрових чисел, які кратні 10?

1) 9000;

2) 10000;

3) 1;

4) 255;

5) 90000.

44. Один колекціонер має для обміну 11 монет і 8 марок, другий – 9 монет і 7 марок. Скількома способами вони можуть обміняти марку на марку або монету на монету?

1) 35 ;

2) 304;

3) 5544;

4) 12;

5) 155

45. Скільки існує п'ятицифрових чисел, усі цифри яких мають однакову парність?

1) 5625 ;

2) 3125;

3) 2500;

4) 10;

5) 2

46. Загальний розв'язок рекурентного співвідношення

$$f(n+2) = 4f(n+1) - 3f(n):$$

1) $f(n) = C_1 + C_2 3^{n-1};$

2) $f(n) = (C_1 + C_2)3^{n-1};$

3) $f(n) = C_1 3^{n-1};$

4) $f(n) = C_1 4^{n-1} + C_2 3^{n-1};$

5) $f(n) = C_2 3^{n-1}.$

4. Тестові завдання третього рівня складності

1. Установіть відповідність між поняттями комбінаторики та їх визначеннями:

1. Комбінація з n -елементів по k	А. будь-яке розміщення даних n -елементів у деякому певному порядку.
2. Перестановка з n -елементів	Б. будь-яка k -елементна підмножина n -елементної множини, де $(k \leq n)$
3. Розміщення n -елементів по k	В. будь-яка впорядкована k -елементна підмножина n -елементної множини, де $(k \leq n)$.
4. Перестановка з повтореннями з n -елементів	Г. будь-яке впорядкування n -елементної множини, серед елементів якої є однакові
5. Розміщення з повтореннями n -	Д. будь-який упорядкований k

елементів по k	елементний набір виду $(a_1, a_2, \dots, a_k)$, де $a_1, a_2, \dots, a_k \in M$ ($a_1, a_2, \dots, a_k$ – не обов'язково різні).
------------------	--

2. Установіть відповідність між формулою та її назвою:

1. $\overline{A}_n^k = n^k$	А. Формула для кількості комбінацій
2. $\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$	Б. Формула для кількості комбінацій з повтореннями
3. $A_n^k = n(n-1)(n-2) \dots (n-k+1)$	В. Формула для кількості розміщень
4. $C_n^k = \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-k+1)}{k!}$	Г. Формула для кількості розміщень з повтореннями
5. $P_n = n!$	Д. Формула для кількості перестановок

3. Установити відповідність між формулою та її назвою

1. $(x_1 + x_2 + \dots + x_m)^n$ $= \sum_{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_m = n} \frac{n!}{\alpha_1! \alpha_2! \dots \alpha_m!} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_m^{\alpha_m}$	А. Формула включень і виключень
2. $(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$	Б. Формула бінома Ньютона

3. $P_n(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$	В. Формула перестановок з повтореннями
4. $N(\bigcup_{i=1}^n A_i) = \sum_{i=1}^n N(A_i) - \sum_{1 \leq i < j \leq n} N(A_i \cap A_j) + \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} N(A_i \cap A_j \cap A_k) - \dots + (-1)^{n-1} N(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n).$	Г. Поліноміальна формула
5. $f(n) = C_1 r_1^{n-1} + C_2 r_2^{n-1}$	Д. Формула загального розв'язку рекурентного співвідношення другого порядку при умові, що його характеристичне рівняння має два різних корені.

4. Установіть відповідність між задачею та комбінаторним поняттям для її розв'язання.

1. Скількома способами можна вибрати 3 книги з 10 різних книг на полиці?	А. Перестановки
2. Скільки різних слів можна утворити, переставляючи літери в слові «КНИГА».	Б. Перестановки з повтореннями
3. Скільки різних слів можна утворити, переставляючи літери в слові «МАМА».	В. Комбінації

4. Скільки різних чотирицифрових чисел можна скласти з цифр 1, 2, 3, 4, 5 якщо кожна цифра використовується лише один раз?	Г. Розміщення
5. Скільки чотирицифрових чисел можна записати за допомогою дев'яти цифр 1, 2, ..., 9, якщо цифри в запису числа можуть повторюватися ?	Д. Розміщення з повтореннями

5. Тестові завдання четвертого рівня складності

Розв'яжіть задачі.

1. Скільки існує способів розміщення на полиці сім книжок ?
2. Скількома способами можна розмістити 12 осіб за столом, біля якого поставлено 12 стільців ?
3. Скількома способами можна упорядкувати n -елементну множину $A = \{1, 2, \dots, n\}$ ($n \geq 3$) так, щоб останні два елементи були $n - 1$ і n ?
4. Скільки словників потрібно видати, щоб мати можливість безпосередньо виконувати переклади із п'яти мов (української, англійської, німецької, французької, російської) на будь-яку іншу з них?
5. Клавіатура піаніно складається з 88 клавіш. Скільки різних музичних фраз можна скласти із шести нот, якщо не допускати в одній фразі повторення звуків, які вже траплялися?
6. Комісія складається з голови, його заступника й ще п'яти членів. Скількома способами сім членів комісії можуть розподілити між собою обов'язки ?

7. Скільки різних правильних дробів можна скласти з чисел 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 так, щоб в кожний дріб уходило два числа ?
8. На зборах присутні 30 осіб. Скількома способами можна обрати президію зборів у складі трьох осіб ?
9. Скількома способами можна вибрати чотири фарби з шести?
10. Скільки прямих можна провести через вісім точок, з яких ніякі три не лежать на одній прямій?
11. Скільки є різних речень з трьох слів: сьогодні, сонячна, погода?
12. Скількома способами можна розподілити уроки в шести класах між трьома вчителями, якщо кожен учитель викладатиме у двох класах?
13. Скількома способами можна розділити колоду із 36 карт порівну так, щоб в кожній частині було по два тузи ?
14. Одного разу 10 друзів зайшли до ресторану. Власник ресторану запропонував їм приходити до нього на бізнес-ланч щодня і кожного разу сидіти за той самий стіл по-іншому. Після того, як усі способи розміщення будуть вичерпані, їх годуватимуть у ресторані безкоштовно. Коли настане цей день?
15. Скільки різних “слів” у тому числі і беззмистовних, можна дістати, переставляючи букви у слові “математика” ?
16. Скількома способами можна купити вісім тістечок у кондитерській, де є шість різних сортів тістечок?
17. У ящику лежать сині, жовті та білі кулі. Скількома способами можна вибрати з нього набір із п’яти куль?
18. Скількома способами можна виділити дитині по одному фрукту на день протягом дев’яти днів, якщо є 4 яблука, 3 апельсини і 2 банани?
19. Розв’язати рекурентне співвідношення $f(n+2) = 4f(n+1) - 3f(n)$.
20. Розв’язати рекурентне співвідношення $f(n+2) = -4f(n+1) - 4f(n)$.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Борисенко О. А. Дискретна математика. Суми: Університетська книга, 2023. 255с.
2. Гнатів Б.В., Гладун В.Р., Гнатів Л.Б. Дискретна математика. Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2021. 400с.
3. Матвієнко М. П. Дискретна математика. Київ: Ліра-К, 2019. 324 с.
4. Нікольський Ю.В., Пасічник В.В., Щербина Ю.М. Дискретна математика. Львів: Магнолія, 2024. 432 с.
5. Швай О.Л. Практикум із дискретної математики: навч. посіб. 2-ге вид., переробл. і допов. Луцьк: Волин. нац. ун-т ім. Лесі Українки, 2020. 236 с.
Гриф «Рекомендовано до друку вченою радою Волинського національного університету імені Лесі Українки» (Протокол №14 від 26.11.2020 р.).
6. Шевченко Г.В., Шкапа В.В. Дискретна математика. Навчально-методичний посібник. Київ: ДУТ, 2018. 158 с.

ДОДАТОК

Відповіді до тестів першого рівня складності

Завдання	Відповідь
1	так
2	ні
3	так
4	ні
5	ні
6	так
7	так
8	так
9	ні
10	так
11	так
12	ні
13	так
14	так
15	так
16	так
17	так
18	так
19	ні
20	так
21	ні
22	так
23	ні
24	ні

Відповіді до тестів другого рівня складності

Завдання	Відповідь
1	3
2	1
3	4
4	1
5	2
6	2
7	1
8	5
9	3
10	1
11	2
12	5
13	3
14	2
15	1
16	1
17	1
18	2
19	1
20	3
21	2
22	1
23	1

24	4
25	5
26	1
27	3
28	5
29	2
30	1
31	4
32	3
33	3
34	1
35	2
36	5
37	3
38	3
39	1
40	2
41	3
42	1
43	1
44	5
45	1
46	1

Відповіді до тестів третього рівня складності

Завдання	Відповідь
1	1– Б 2–А 3–В 4–Г 5–Д
2	1–Г 2–Б 3–В 4–А 5–Д
3	1–Г 2–Б 3–В 4–А 5–Д
4	1–В 2–А 3–Б 4–Г 5–Д

Відповіді до тестів четвертого рівня складності

Завдання	Відповіді
1	$P_7 = 7! = 5\,040$
2	$P_{12} = 12! = 479\,001\,600$
3	$P_{n-2} = (n-2)!$
4	$A_5^2 = \frac{5!}{3!} = 5 \times 4 = 20$
5	$A_{88}^6 = 88 \times 87 \times 86 \times 85 \times 84 \times 83 = 390\,190\,489\,920$
6	$A_7^2 = 7 \times 6 = 42$
7	28
8	$C_{30}^3 = \frac{30 \times 29 \times 28}{1 \times 2 \times 3} = 4\,060$
9	$C_6^4 = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 15$
10	$C_8^2 = \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} = 28.$
11	6
12	$C_6^2 C_4^2 = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 90$
13	$C_{32}^{16} \cdot C_4^2 = \frac{32!}{(16!)^2} \cdot \frac{4!}{(2!)^2} = 6 \cdot \frac{32!}{(16!)^2}$
14	9 942
15	$P_{10}(2,3,2,1,1,1,1) = \frac{10!}{2!3!2!1!1!1!} = 151\,200$
16	$\overline{C}_6^8 = C_{13}^8 = C_{13}^{13-8} = C_{13}^5 = 1\,287$
17	$\overline{C}_3^5 = C_7^5 = \frac{7!}{2!5!} = 21$
18	$P_9(4,3,2) = 1\,260$
19	$f(n) = C_1 + C_2 3^{n-1}$
20	$: f(n) = (-2)^{n-1} (C_1 + nC_2)$

Навчально-методичне видання

Швай Ольга Леонідівна

РОБОЧИЙ ЗОШИТ

З ДИСКРЕТНОЇ МАТЕМАТИКИ

(РОЗДІЛ «КОМБІНАТОРИКА»)

Видання друкується в авторській редакції