

СИНГУЛЯРНЕ ІНТЕГРАЛЬНЕ РІВНЯННЯ В ОДНОВИМІРНІЙ ЗАДАЧІ КУЛОНА

Шутовський А.М., Сахнюк В.Є., Муляр В.П.

Кафедра теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського,
Кафедра експериментальної фізики, інформаційних та освітніх технологій,
Волинський національний університет імені Лесі Українки
Shutovskyi.Arsen@vnu.edu.ua, sh93ar@gmail.com

Теоретична фізика поділяється на багато розділів, характерною особливістю кожного з яких є наявність диференціального рівняння певного типу, що використовується з метою опису розглядуваної системи. У класичній механіці відповідними диференціальними рівняннями є рівняння Ньютона, рівняння Лагранжа, рівняння Гамільтона тощо. Невід'ємною рисою електродинаміки є добре відомі рівняння Максвелла. А що стосується нерелятивістської квантової механіки [1], то тут у центрі уваги вже перебуває так зване рівняння Шредінгера.

У декартовій системі координат рівняння Шредінгера є лінійним диференціальним рівнянням другого порядку. Варто наголосити на тому, що рівняння Шредінгера також може мати вигляд інтегрального рівняння, яке одержується після застосування перетворень Фур'є до рівняння Шредінгера в декартових координатах. Дане інтегральне рівняння, яке називається рівнянням Шредінгера в імпульсному представленні, виникає при розв'язуванні широкого спектру задач. Однією із таких задач є одновимірна задача Кулона.

В даному дослідженні представлено нове бачення одновимірної задачі Кулона [1]. Показано, що застосування перетворень Фур'є дає змогу перейти від диференціального рівняння Шредінгера другого порядку з Кулонівським потенціалом до інтегрального рівняння у просторі імпульсів, яке має інтегральне ядро у вигляді деякої логарифмічної функції. Оскільки дана логарифмічна функція має особливість у певній точці імпульсного простору, то побудоване в роботі інтегральне рівняння є сингулярним.

Якщо говорити про класифікацію інтегральних рівнянь, то сингулярне рівняння є однорідним інтегральним рівнянням Фредгольма другого роду. З'ясувалося, що якщо підставити сингулярне інтегральне рівняння у те саме сингулярне інтегральне рівняння, то вдається отримати рівняння Фредгольма другого роду з іншим інтегральним ядром. Застосування цілої низки параметризацій дозволяє перетворити нове інтегральне ядро та отримати лінійне інтегральне рівняння Вольтерра другого роду. Оскільки інтегральне рівняння такого типу можна звести до диференціального рівняння, то всі подальші розрахунки не містять особливих труднощів. З метою повернення до хвильової функції в конфігураційному представленні довелося врахувати хіба що правило інтегрування з дельта-функцією Дірака [2].

1. Вакарчук І.О. Квантова механіка. 4 вид. Львів: ЛНУ ім. Івана Франка, 2012. 872 с.
2. Shutovskyi A., Sakhnyuk V. and Muliar V. Solving a singular integral equation for the one-dimensional Coulomb problem // *Physica Scripta* 2023. Vol. 98, no. 8. P. 085219.
3. Boas M.L. *Mathematical Methods in The Physical Sciences*. 3rd ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc., 2006. 859 p.