Волинський національний університет імені Лесі Українки
Навчально-науковий фізико-технологічний інститут

**Кафедра експериментальної фізики,
інформаційних та освітніх технологій**

Андрій Кевшин, Володимир Галян, Галина Мирончук

ФІЗИКА

Навчальний посібник з розв’язування задач з курсу загальної фізики

Луцьк
2023

УДК 539.2
К–33

Рекомендовано до друку науково-методичною радою Волинського національного університету імені Лесі Українки
(протокол №7 від 25.05.2023 р.).

Рецензенти:

Шваб'юк В. І. – д-р техн. наук, професор, професор кафедри прикладної математики та механіки, Луцький національний технічний університет;

Луньов С. В. **–** канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри фізики та вищої математики, Луцький національний технічний університет;

Шигорін П. П. – канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського, Волинський національний університет імені Лесі Українки.

К 66 Кевшин А. Г.,Галян В. В., Мирончук Г. Л. **Фізика** : навч. посіб. з розв'язування задач з курсу загал. фізики. Луцьк, 2023. 190 с.

Навчальне видання «**Фізика: навчальний посібник з розв'язування задач з курсу загальної фізики**» – складова комплексу робочих матеріалів написаних на українській мові, створених для забезпечення якісної практичної підготовки фахівців галузей знань 01 Освіта/Педагогіка, 10 Природничі науки, галузей знань технічних наук. Посібник містить набір задач необхідних для організації повноцінної аудиторної та самостійної роботи здобувачів освіти, може бути базовим для подальшого поглибленого вивчення навчальних дисциплін фізико-технічної підготовки та спецкурсів спеціальності, відповідає чинним навчальним програмам підготовки й рекомендовано студентам спеціальностей 193 Геодезія та землеустрій, 014.05 Середня освіта (Біологія та здоров'я людини), 014.15 Середня освіта (Природничі науки), 091 Біологія, 014.08 Середня освіта (Фізика), 104 Фізика та астрономія, 105 Прикладна фізика та наноматеріали, спеціальностей галузей технічних наук.

УДК 539.2

ЗМІСТ

ВСТУП

Фізика належить до фундаментальних дисциплін і є базовою для вивчення спеціальних курсів студентами нефізичних спеціальностей. Біологічні дослідження (аналізи), прикладні або фундаментальні, завжди тою чи іншою мірою спираються на теорії та закони, встановлені фізикою. Прилади, які використовуються біологами у своїй діяльності, є результатом упровадження фізичних законів у практику.

Предметом вивчення фізики є найбільш загальні закономірності явищ природи, властивостей і будови матерії та законів її руху.

Метою викладання фізики є формування у студентів міцних знань фундаментальних фізичних законів з механіки, молекулярної фізики, електрики та магнетизму, оптики, атомної і ядерної фізики.

Основними завданнями вивчення дисципліни є засвоєння студентами основних теоретичних відомостей та набуття практичних навичок розв'язання конкретних задач з фізики, формування вміння використовувати основні закони фізики для пояснення природних процесів, що відбуваються в літо-, гідро- та атмосфері Землі.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні:

знати:

– кінематичні характеристики поступального та обертального рухів;

– енергетичні та динамічні характеристики механічних рухів;

– формулювання основних законів механіки;

– формулювання законів збереження (енергії, імпульсу, моменту імпульсу);

– гармонічні коливання та їх характеристики;

– затухаючі та вимушені коливання, їх характеристики, явище резонансу в природі;

– опис руху рідин та газів;

– молекулярно-кінетичну теорію будови речовини, моделі ідеальних та реальних газів;

– основні газові закони та ізопроцеси;

– властивості і характеристики електричного заряду;

– основні фізичні закони, що описують електромагнітні взаємодії;

– природу світла, поглинання його речовиною і взаємодію з речовиною;

– хвильові властивості світла (інтерференцію, дифракцію та поляризацію);

– розуміти основні закони теплового випромінювання та парниковий ефект;

– будову атома та ядра;

– природу рентгенівського, лазерного та радіоактивного випромінювання та їх вплив на речовину;

– отримання ядерної енергії та проблеми ядерної енергетики;

вміти :

– використовувати закони динаміки та закони збереження для вирішення практичних задач;

– розраховувати швидкості, тиск у течії рідини (газу), об'єм рідини (газу), що протікає через даний переліз труби;

– аналізувати коливальні процеси, затухаючі та вимушені коливання за їх характеристиками;

– використовувати рівняння стану газів, основні газові закони та начала термодинаміки на практиці;

– аналізувати роль капілярних явищ та змочування у природі;

– науково обґрунтовувати процеси, що відбуваються у атмосфері Землі;

– описувати явища переносу з урахуванням їх характеристик;

– застосувати отримані знання з електрики і магнетизму для розв'язування задач, користуватися і знати будову: електровимірювальних приладів, мостів постійного та змінного струмів;

– пропонувати засоби захисту від радіоактивного випромінювання та їх реєстрації.

ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

1. Короткий запис умови задачі повинен містити літерні позначення фізичних величин, їх числові значення та переведення до одиниць інтернаціональної системи (СІ).

2. Розв'язки задач необхідно виконувати в загальному вигляді. Кінцевий результат отримати у вигляді формули, що містить літерні позначення величин, заданих в умові задачі, та фундаментальних констант. Чисельні значення проміжних величин під час розв'язання задач не знаходити.

3. Розв'язок задачі супроводжувати короткими, але вичерпними поясненнями щодо походження формул та рівнянь, позначень величин, математичних перетворень. Якщо це необхідно, навести рисунок.

4. Після отримання кінцевої розрахункової формули виконати її перевірку на розмірність правої частини.

5. У випадку позитивного результату перевірки на розмірність, підставити числові значення величин у СІ і виконати обчислення.

6. Кінцевий результат записати у стандартному вигляді.

РОЗДІЛ 1. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ

1.1. Механічний рух. Види руху та його характеристики.

Механіка – частина фізики, яка вивчає закономірності механічного руху та причини, що спричиняють чи змінюють цей рух. Механічний рух – це зміна протягом часу взаємного розташування тіл чи їх частин.

Механіка поділяється на три розділи: 1) кінематику; 2) динаміку; 3) статику.

Кінематика вивчає рух тіл, не розглядаючи причини, котрі цей рух обумовлюють.

Динаміка вивчає закони руху тіл та причини, котрі викликають чи змінюють цей рух.

Статика вивчає закони рівноваги системи тіл.

Найпростішою моделлю механіки є матеріальна точка – тіло, розмірами котрого у даній задачі можна знехтувати.

Однією із характеристик руху є пройдений шлях, який позначається латинською літерою S і вимірюється в метрах. *Пройдений шлях* – це довжина траєкторії, а *траєкторія* – це лінія, вздовж якої рухається тіло. *Переміщення* $\vec{S}$ – це вектор, який з'єднує початкову точку руху тіла з його кінцевою.

Ще однією характеристикою руху є швидкість $\vec{\vartheta}$. *Швидкість* – це фізична величина, яка визначається відношенням переміщення тіла до часу, протягом якого це переміщення відбулося:

$$\vec{\vartheta} = \frac{\vec{S}}{t}.$$

Для розв'язку задач дуже важливою є формула для обчислення середньої швидкості, яка записується наступним чином:

$$\vartheta = \frac{S_1 + S_2 + \ldots + S_N}{t_1 + t_2 + \ldots + t_N},$$

де t_1, t_2, …, t_N – час, за який тіло проходить відповідно шляхи S_1, S_2, …, S_N.

Рівномірним прямолінійним називається рух матеріальної точки вздовж прямої, якщо за рівні проміжки часу тіло проходить однакові шляхи. Вектор швидкості точки залишається незмінним, а її переміщення визначається добутком швидкості на час:

$$\vec{S} = \vec{\vartheta} t .$$

Рух матеріальної точки, під час якого її швидкість за будь-які однакові проміжки часу збільшується або зменшується на ту саму величину, називається *рівнозмінним*. Якщо швидкість за будь-які однакові проміжки часу збільшується на ту саму величину, то такий рух називається *рівноприскореним*, якщо зменшується – *рівносповільненим*.

Нерівномірний рух характеризують зміною швидкості від точки до точки. Ця зміна швидкості характеризується величиною, яка називається прискоренням. Позначається прискорення $\vec{a}$ і є векторною величиною.

Прискорення $\vec{a}$ – це фізична величина, яка характеризує зміну швидкості і визначається як відношення зміни швидкості до часу, протягом якого ця зміна відбулася:

$$\vec{a} = \frac{\vec{\vartheta} - \vec{\vartheta}_0}{t} ,$$

де $\vec{\vartheta}_0$ – початкова швидкість; $\vec{\vartheta}$ – кінцева швидкість руху тіла.

У цілому рівнозмінним називають такий рух тіла, за якого прискорення є сталим ($\vec{a} = const$).

Для характеристики нерівномірного руху вводиться поняття миттєвої швидкості. *Миттєва швидкість* – це швидкість тіла в даний момент або у даній точці траєкторії:

$$\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_0 + \vec{a} t .$$

Рівняння руху тіла з постійним прискоренням вперше вивів італійський фізик Галілео Галілей. В загальному вигляді воно має вигляд:

$$x = x_0 + \vartheta_0 t + \frac{at^2}{2} ,$$

де x_0 – початкова координата тіла.

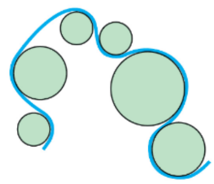
Рівняння проекції переміщення на вісь Ох при рівноприскореному русі має вигляд:

$$S_x = \vartheta_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Співвідношення між переміщенням і швидкостями при рівно змінному русі записується так:

$$S_x = \frac{\vartheta_x^2 - \vartheta_{0x}^2}{2a_x}; \; S_x = \frac{\vartheta_{0x} + \vartheta_x}{2} t.$$

1.2. Криволінійний рух матеріальної точки.



Криволінійним називають рух, траєкторія якого є крива лінія. Такі рухи відбуваються під дією сил напрямлених під кутом до швидкості. Будь-який криволінійний рух тіл можна звести до руху по дугах – частинах кіл різних радіусів. Тобто криволінійний рух є комбінацією послідовних рухів тіла по колу та ділянок, на яких тіло рухається прямолінійно.

Рівномірним рухом тіла по колу називають такий рух, при якому швидкість тіла змінюється за напрямом, але не змінюється за значенням. Прикладами рівномірного руху по колу можна наближено вважати рух штучних супутників Землі.

Швидкість руху тіла по колу (лінійну швидкість) за аналогією з рівномірним прямолінійним рухом можна знайти за формулою:

$$\vartheta = \frac{l}{t}, \tag{1.2.1}$$

де l – довжина дуги кола, яку проходить тіло. Нехай тіло здійснить один оберт по колу, тоді остання формула набуде вигляду:

$$\vartheta = \frac{2\pi R}{T}, \tag{1.2.2}$$

де R – радіус кола, T – період обертання.

Кутова швидкість ω точки, що рівномірно рухається по колу, визначається за формулою:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} , \qquad (1.2.3)$$

де φ – кут повороту тіла за час t. Цей кут називається кутовим переміщенням матеріальної точки.

Для тіл, що здійснюють багато обертів, які виконуються з періодичною залежністю (штучні супутники, деталі обертових механізмів тощо), вводять поняття періоду і частоти обертання. *Період обертання* T – це час, протягом якого тіло робить один повний оберт по колу. Якщо тіло робить N обертів, то період рівний:

$$T = \frac{t}{N} . \qquad (1.2.4)$$

При рівномірному русі точки по колу за час t, що дорівнює періоду обертання тіла ($t = T$) радіус-вектор точки повернеться на кут 2π радіан. Тоді формулу (1.2.3) можна записати так:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} . \qquad (1.2.5)$$

Величину, обернену до періоду обертання, називають частотою обертання і вимірюють кількістю обертів за одиницю часу ([n] = 1/с=Гц (герц)):

$$\nu = \frac{1}{T} . \qquad (1.2.6)$$

З формул (1.2.2) та (1.2.5) маємо:

$$\vartheta = \omega R .$$

При криволінійному русі швидкість тіла напрямлена по дотичній до траєкторії. Навіть якщо швидкість по модулю залишається величиною постійною, зміна напрямку швидкості приводить до появи прискорення. Рівномірний рух тіла по колу – це рух з прискоренням, яке в усіх точках кола напрямлене до центра (рис. 1.2.1), хоча за модулем швидкість руху тіла не змінюється. Його так і називають *доцентровим прискоренням*. У будь-якій точці воно перпендикулярне до лінійної швидкості і визначається за формулою:

$$a_{Д} = \frac{\vartheta^2}{R}.$$

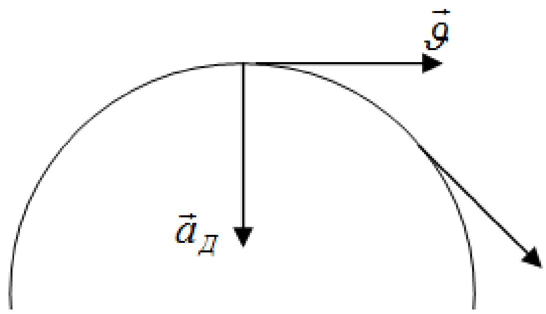


Рис. 1.2.1. Напрям швидкості та доцентрового прискорення тіла при його русі по криволінійній траєкторії

З двох останніх формул маємо:

$$a_{Д} = \omega^2 R.$$

1.3. Інерціальні системи відліку. Закони Ньютона. Види сил у механіці.

Інерціальними системами відліку називають такі системи, відносно яких усі тіла рухаються рівномірно і прямолінійно, якщо на них не діють інші тіла або дія інших тіл скомпенсована.

Перший закон Ньютона: існують такі системи відліку, відносно яких тіло рухається прямолінійно і рівномірно або перебуває у стані спокою в тому випадку, якщо на тіло не діють сили або всі сили, що діють на тіло, скомпенсовані.

Другий закон Ньютона: прискорення, що надане діючою на матеріальну точку (тіло) силою, прямо пропорційне цій силі, збігається з нею за напрямком й обернено пропорційне масі цього тіла:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Якщо на матеріальну точку одночасно діють кілька сил, то кожна з них надає матеріальній точці прискорення, незалежно від інших сил, тобто:

$$\vec{a} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\vec{F}_i}{m} = \sum_{i=1}^{N} \vec{a}_i.$$

Це положення називають *принципом незалежності дії сил* або *принципом суперпозиції рухів*. Якщо на матеріальну точку одночасно діє кілька сил, то в другому законі Ньютона під силою розуміють рівнодіючу всіх сил:

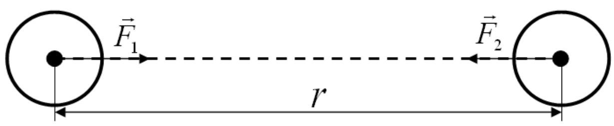
$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \ .$$

Третій закон Ньютона: якщо тіло 1 діє на тіло 2 з деякою силою $\vec{F}_{21}$, то і тіло 2, у свою чергу, буде діяти на тіло 1 з такою ж по величині й протилежно спрямованою силою $\vec{F}_{12}$:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

Усі тіла в природі взаємно притягуються. Це явище називається *гравітацією*. Сили, з якими тіла притягуються одне до одного, *називаються гравітаційними* або силами всесвітнього тяжіння. Гравітаційна взаємодія між тілами відбувається через гравітаційне поле. *Гравітаційне поле* – це особливий вид матерії, його створює навколо себе будь-яке тіло. Чим більша маса тіла, тим сильніше його гравітаційне поле.

Силу гравітаційної взаємодії двох тіл можна визначити за законом всесвітнього тяжіння, який відкрив Ісаак Ньютон у 1767 р. Закон всесвітнього тяжіння визначає взаємодію між двома точковими тілами масами m_1 та m_2, які розміщені на відстані r один від одного і формулюється так: *сила притягання між двома точковими тілами пропорційна добутку мас цих точок m_1 і m_2, обернено пропорційна квадрату відстані r між ними і направлена вздовж прямої, що з'єднує ці точкові тіла*:



$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

де $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \dfrac{м^3}{кг \cdot c^2}$ – універсальна гравітаційна стала.

Силу, з якою будь-яке тіло притягується до Землі *називають силою тяжіння*:

$$F = mg \, .$$

З двох останніх формул можемо записати:

$$mg = G\frac{mM}{r^2} \, ,$$

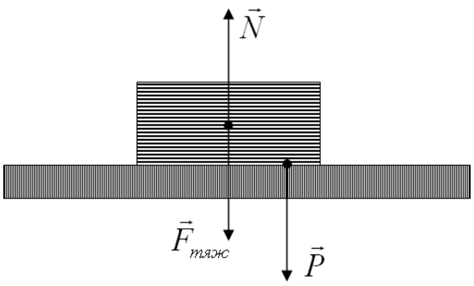
де g – прискорення вільного падіння, M – маса Землі, $r = R_З + h$ – відстань від центра Землі до тіла маси m. Звідси:

$$g = G\frac{M}{r^2} = G\frac{M}{(R_З + h)^2} \, .$$

Тобто, у загальному випадку прискорення вільного падіння залежить від висоти тіла над поверхнею Землі. Так як в більшості практично важливих випадків виконується умова $h << R_З$, то остання формула буде мати вигляд

$$g = G\frac{M}{R_З{}^2} \, .$$

Всі величини в останній формулі константи. Отже, прискорення вільного падіння не залежить від маси падаючого тіла, тобто для всіх тіл воно



однакове. Після нескладних обчислень одержимо $g = 9{,}81\,\frac{м}{с^2}$. Сила тяжіння направлена до центру Землі і за своєю природою відноситься до гравітаційних сил.

Вагою тіла називають силу $\vec{P}$, з якою тіло, внаслідок притягання до Землі, діє на опору або підвіс. Вага тіла є різновидом сил пружності. Вагу тіла $\vec{P}$ потрібно відрізняти від сили тяжіння $\vec{F}_{тяж}$. Це різні сили за своєю природою, вони прикладені до різних тіл. Сила тяжіння $\vec{F}_{тяж}$ діє на тіло, а вага тіла $\vec{P}$ діє на опору або підвіс.

Силою реакції опори називають силу $\vec{N}$, з якою опора або підвіс діють на тіло. Слід зазначити що, сила реакції опори $\vec{N}$ та вага тіла $\vec{P}$ однакові за модулем, але протилежні за напрямком відповідно до третього закону Ньютона:

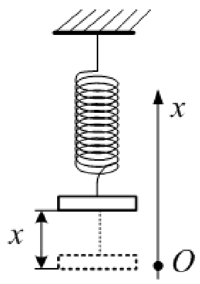
$$\vec{N} = -\vec{P}.$$

Сила реакції опори завжди направлена по нормалі до поверхні, на якій знаходиться тіло.

Сили тертя виникають при переміщені тіл (або їхніх частин), які дотикаються одне до одного. Модуль сили сухого тертя ковзання, яка діє на тіло, що знаходиться на плоскій гладкій поверхні, прямо пропорційний до величини сили реакції опори:

$$\vec{F}_{тер} = \mu \vec{N}.$$

Коефіцієнт пропорційності μ називається коефіцієнтом тертя, який приймає значення $0<\mu<1$. Тертя між поверхнями двох тіл при відсутності прошарку газу або рідини між ними, називається сухим. Сухе тертя ще ділять на тертя ковзання й тертя кочення. Сила тертя завжди спрямована протилежно вектору швидкості.



Під дією зовнішніх сил виникають *деформації* (тобто зміни розмірів і форми) тіл. Якщо після припинення дії зовнішніх сил відновлюються попередні форма та розміри тіла, то таку деформацію називають *пружною*. Деформація має пружний характер у випадку, коли зовнішня сила не перевищує певного значення, яке називається *межею пружності*. При перевищенні цієї межі деформація стає *пластичною*. У цьому випадку після усунення зовнішніх сил початкова форма й розміри тіла повністю не відновлюються.

Розглянемо пружину, верхній кінець якої закріплений, а до нижнього приєднано вантаж. Якщо вантаж змістити на невелику відстань x, то у пружині виникне пружна сила:

$$F_{пр} = -k\,x,$$

де k – коефіцієнт пружності пружини. Знак мінус у правій частині формули вказує на те, що проекція пружної сили на вертикальну вісь і координата x мають різні знаки. Остання формула є записом закону Гука: *при пружній деформації видовження пружини пропорційне зовнішній силі*.

1.4. Закони збереження в механіці.

Імпульсом $\vec{p}$ (кількістю руху) матеріальної точки (тіла) називається вектор, який дорівнює добутку маси матеріальної точки (тіла) на її швидкість:

$$\vec{p} = m\vec{\vartheta}\,.$$

Для тіл замкнутої системи справедливий *закон збереження імпульсу*: повний імпульс всіх тіл замкнутої системи зберігається з часом:

$$m_1\vec{\vartheta}_1 + m_2\vec{\vartheta}_2 + ... + m_N\vec{\vartheta}_N = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 + ... + m_N\vec{u}_N\,,$$

де $\vec{\vartheta}_1$, $\vec{\vartheta}_2$, …, $\vec{\vartheta}_N$ – швидкість відповідних тіл до взаємодії, $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$, …, $\vec{u}_N$ – швидкості цих тіл після взаємодії.

Елементарною роботою dA сили $\vec{F}$ по переміщенню тіла на відстань $d\vec{r}$ називають величину, рівну скалярному добутку $\vec{F}$ на $d\vec{r}$:

$$dA = \left(\vec{F}d\vec{r}\right) = Fdr\cos\alpha = F_S ds\,,$$

де $ds = |d\vec{r}|$ – елементарний шлях, що проходить тіло, α – кут між векторами $\vec{F}$ і $d\vec{r}$, F_S – проекція вектора $\vec{F}$ на напрямок вектора $d\vec{r}$. Якщо в процесі переміщення на відстань S сила не змінюється ні за модулем, ні за напрямом ($\vec{F} = const$), то робота A визначається рівнянням:

$$A = FS\cos\alpha\,,$$

де α – кут між напрямком дії сили і переміщенням.

Якщо кут $0^0 \le \alpha < 90^0$, то робота додатна, якщо $90^0 < \alpha \le 180^0$, то робота від’ємна. При $\alpha = 90^0$ робота тотожно дорівнює нулю.

Якщо на тіло діє декілька сил, то робота над цим тілом рівна сумі робіт, тобто роботі сумарної сили. Робота вимірюється в джоулях $[A] = Дж = H \cdot м$.

Величина, що характеризує швидкість виконання роботи силою $\vec{F}$, і рівна роботі, виконаній за одиницю часу, називається *потужністю*:

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F}d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\vec{\vartheta}.$$

Величина потужності в системі СІ вимірюється у Ватах (Вт): $[Вт] = \frac{Дж}{с}$. Є ще позасистемні одиниці вимірювання потужності, наприклад, кінська сила: 1к.с.=736 Вт.

Нехай під дією сили F тіло масою m одержує прискорення a. Відповідно до другого закону Ньютона маємо:

$$F = ma.$$

З формул кінематики випливає, що при русі з постійним прискоренням a, переміщення на відстань S відбувається із зміною швидкості від ϑ_1 до ϑ_2 і ці величини пов'язані співвідношенням:

$$S = \frac{\vartheta_2^2 - \vartheta_1^2}{2a}.$$

Тоді вираз для роботи, яка виконується під дією постійної сили F є добуток цієї сили на переміщення вздовж напрямку цієї сили:

$$A = FS = ma \cdot \frac{\vartheta_2^2 - \vartheta_1^2}{2a} = \frac{m\vartheta_2^2}{2} - \frac{m\vartheta_1^2}{2}.$$

Величина:

$$E_к = \frac{m\vartheta^2}{2}$$

називається кінетичною енергією тіла, що має масу m і швидкість ϑ. Отже, можемо записати:

$$A = E_{к2} - E_{к1}.$$

Останній вираз *називають теоремою про кінетичну енергію.*

Будь-яке тіло підняте на певну висоту h відносно іншого тіла має потенціальну енергію $E_п$, яка рівна:

$$E_п = mgh,$$

де m – маса тіла.

При переміщенні тіла у полі сили земного тяжіння із точки 1 (що перебуває на висоті h_1) у точку 2 (що перебуває на висоті h_2), буде виконуватись робота:

$$A = E_{n1} - E_{n2}.$$

Сили, робота яких не залежить від форми траєкторії, за якою тіло переходить із одного положення в інше, а визначається тільки початковим і кінцевим його положенням, називаються *консервативними*.

Нехай на тіло діють тільки консервативні сили. Тоді, з однієї сторони, робота по переміщенню тіла із точки 1 у точку 2 визначається виразом: $A_{12} = E_{n1} - E_{n2}$, а з іншого боку, ця робота визначає зміну кінетичної енергії: $A_{12} = E_{\kappa 2} - E_{\kappa 1}$. Отже:

$$E_{n1} - E_{n2} = E_{\kappa 2} - E_{\kappa 1},$$

або

$$E_{n1} + E_{\kappa 1} = E_{\kappa 2} + E_{n2}.$$

Таким чином, ми одержали, що величина $T = E_n + E_\kappa$ для тіла, що перебуває в полі дії консервативних сил, залишається постійною

$$T = E_n + E_\kappa = const.$$

Сума кінетичної і потенціальної енергії тіла є його *повною механічною енергією*.

Таким чином, *повна механічна енергія тіла, яке переміщується в потенціальному полі, залишається сталою.* Це твердження називається *законом збереження механічної енергії* для тіла, що рухається в потенціальному полі. *Потенціальне поле* – це таке поле, робота по переміщенню тіла по замкнутому контурі в якому дорівнює 0.

Для замкненої системи тіл закон збереження механічної енергії формулюється так*: повна механічна енергія замкнутої системи тіл, між якими діють консервативні сили, залишається постійною.*

Під дією сил тертя та опору механічна енергія тіл перетворюється в кінетичну енергію хаотичного руху атомів і молекул речовини, а також в потенціальну енергію їх взаємодії. Ця частина енергії тіла називається *внутрішньою.* З урахуванням зміни внутрішньої енергії, закон збереження енергії, як загальний закон природи, формулюється так: *при будь-яких процесах повна енергія ізольованої системи не змінюється; енергія системи може тільки перетворюватися з однієї форми в іншу і перерозподілятися між частинами системи.*

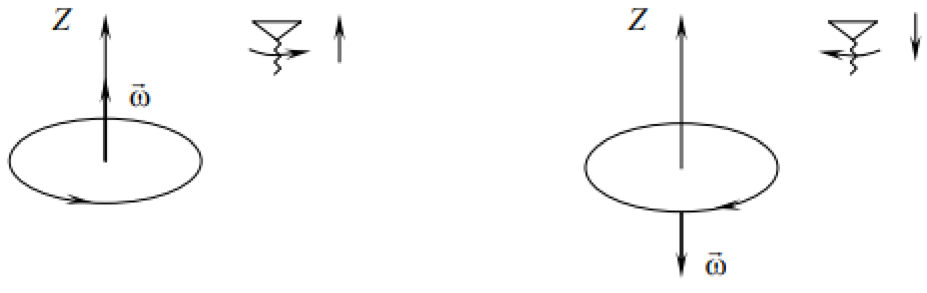
1.5. Обертальний рух твердого тіла.

Твердим тілом вважають систему жорстко зв'язаних частинок (матеріальних точок), кожна з яких рухаються разом із центром мас тіла і в той же час обертається навколо нього.

Швидкість обертання твердого тіла характеризується кутовою швидкістю $\vec{\omega}$, яка є векторною величиною і чисельно рівна похідній від кута повороту по часу:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

Її напрям знаходиться за правилом буравчика. Якщо тіло обертається навколо осі Z за годинниковою стрілкою (буравчик викручується), кутова швидкість спрямована вгору (у напрямку осі Z), якщо тіло обертається навколо осі Z проти годинникової стрілки (буравчик вкручується), кутова швидкість спрямована вниз (у протилежному напрямку до осі Z).



Вимірюється кутова швидкість в $\frac{рад}{с}$.

Кутовим прискоренням $\vec{\varepsilon}$ називається вектор, рівний похідній по часу від кутової швидкості:

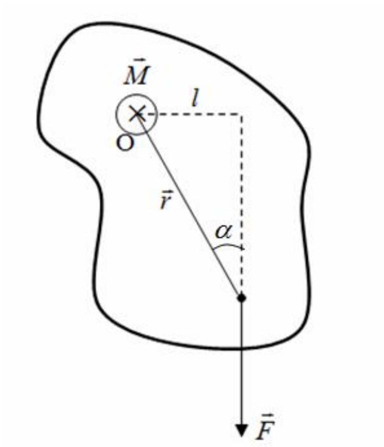
$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Вектор $\vec{\varepsilon}$ напрямлений у ту ж сторону, що й $\vec{\omega}$, якщо рух рівноприскорений і в протилежну сторону, якщо рух рівносповільнений. Вимірюється кутове прискорення в $\frac{рад}{с^2}$.

Характеристиками динаміки обертального руху є момент сили, момент інерції і момент імпульсу.

Нехай до твердого тіла прикладена сила $\vec{F}$. Моментом $\vec{M}$ сили $\vec{F}$ відносно точки «О» називається векторний добуток радіус-вектора $\vec{r}$, проведеного з точки «О» в точку прикладання сили, на вектор сили:

$$\vec{M} = \left[\vec{r}, \vec{F}\right].$$



Вектор $\vec{M}$ орієнтований перпендикулярно векторам $\vec{r}$ і $\vec{F}$, а його напрям визначається за правилом правого гвинта. Для визначення напрямку вектора $\vec{M}$, необхідно уявно сумістити початки векторів $\vec{r}$ і $\vec{F}$, а потім ручку буравчика повертати від вектора $\vec{r}$ до вектора $\vec{F}$ по найкоротшому шляху. Буравчик буде закручуватися у напрямку вектора $\vec{M}$. На зображеному рисунку, вектори $\vec{r}$ і $\vec{F}$ лежать у площині рисунка, а вектор $\vec{M}$ напрямлений від нас, перпендикулярно до площини рисунка.

Модуль моменту $\vec{M}$ сили $\vec{F}$ відносно точки «О» рівний добутку сили на плече (довжина перпендикуляра, опущеного з точки О на пряму, вздовж якої діє сила):

$$M = Fl = Fr\sin\alpha,$$

де α – кут між векторами $\vec{r}$ і $\vec{F}$.

Моментом інерції I_i матеріальної точки відносно осі називається добуток маси m_i цієї точки на квадрат її відстані r_i від осі обертання:

$$I_i = m_i r_i^2 .$$

Момент інерції системи з n матеріальних точок відносно осі буде рівний:

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 .$$

Зв'язок між результуючим моментом $\vec{M}$ усіх зовнішніх сил, що діють на тіло, моментом інерції всього тіла I та кутовим прискоренням $\vec{\varepsilon}$ має вигляд:

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon} .$$

Моментом імпульсу $\vec{L}$ називається векторна фізична величина, що дорівнює добутку моменту інерції тіла на його кутову швидкість:

$$\vec{L} = I\vec{\omega} .$$

Основне рівняння динаміки для обертального руху записується у вигляді:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} .$$

У замкненій системі момент зовнішніх сил дорівнює нулю. Тоді маємо:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow L = const .$$

Отже, можемо записати:

$$I\omega = const \text{, або } I_1\omega_1 = I_2\omega_2 .$$

Останній вираз виражає закон збереження моменту імпульсу: *момент імпульсу замкненої системи зберігається, тобто не змінюється із часом*.

1.6. Механічні коливання і хвилі.

Коливання – це рухи або процеси, які повторюються у часі. Залежно від фізичної природи коливання поділяються на: *механічні, електричні,* *електромеханічні, електромагнітні, акустичні.* Залежно від зовнішньої дії коливання можуть бути: *вільними* – здійснюються за рахунок енергії, що була початково надана системі, *вимушеними* – здійснюються за рахунок енергії, яку система одержує в процесі руху.

Математичний маятник – це тіло, підвішене на довгій нерозтяжній нитці, яке здійснює періодичні коливання у вертикальній площині під дією сили тяжіння.

Пружинний маятник – це тверде тіло, підвішене на абсолютно пружній невагомій пружині, яке під дією пружної сили може здійснювати гармонічні коливання.

Коливання називаються *гармонічними*, якщо їх характеристики (наприклад, зміщення тіла з положення рівноваги) змінюються у часі за законом синуса або косинуса:

$$x = A\sin\left(\omega_0 t + \varphi_0\right),$$

де x – зміщення (відхилення) тіла від положення рівноваги $[x]$=м; A – амплітуда коливань – найбільше відхилення тіла від положення рівноваги ([А]=м); $\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$ – фаза коливань, визначає положення тіла у момент часу t; φ_0 – початкова фаза коливань, визначає положення тіла у момент часу t=0; ω_0 – власна циклічна частота.

Період – час здійснення одного повного коливання:

$$T = \frac{t}{N},$$

де N – кількість коливань за час t. Період вимірюється в секундах: $[T] = c$.

Число коливань, що здійснює тіло за одиницю часу, називають частотою коливань:

$$\nu = \frac{N}{t},$$

$[\nu] = Гц\,(герц)$, герц=с$^{-1}$.

Кількість коливань за 2π секунд називається циклічною частотою. Зв’язок між періодом, лінійною та циклічною частотою коливань має вигляд:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu .$$

Швидкість частинки, коливання якої здійснюється за вище вказаним законом, буде рівною:

$$\vartheta = \frac{dx}{dt} = \frac{d\left(A\sin\left(\omega_0 t + \varphi_0\right)\right)}{dt} = A\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0\right).$$

Прискорення визначатиметься першою похідною від швидкості або другою похідною від зміщення:

$$a = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^{\ 2}\sin\left(\omega_0 t + \varphi_0\right) = A\omega^{\ 2}\sin\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi\right).$$

Поздовжньою називається хвиля, при поширенні якої частинки середовища роблять коливання уздовж напрямку поширення хвилі. Швидкість поширення поздовжньої хвилі:

$$\vartheta = \sqrt{\frac{E}{\rho}} ,$$

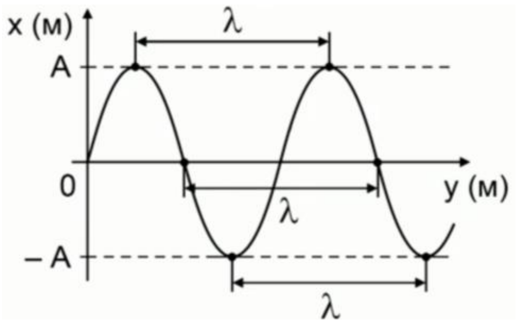
де E – модуль Юнґа, ρ – густина середовища.

Поперечною називається хвиля, при поширенні якої частинки середовища роблять коливання перпендикулярно до напрямку поширення хвилі.

Швидкість поширення поперечної хвилі:

$$\vartheta = \sqrt{\frac{G}{\rho}} ,$$

де G – модуль зсуву, ρ – густина середовища.



Для опису хвиль поряд з такими характеристиками, як амплітуда, період, частота, фаза використовують поняття:

- *хвильовий фронт* – геометричне місце точок середовища, до яких доходять коливання в даний момент часу;

• *хвильова поверхня* – геометричне місце точок, які коливаються в однаковій фазі. За формою хвильової поверхні розрізняють плоскі, сферичні та інші хвилі;

• *промінь* – лінія, перпендикулярна до хвильової поверхні;

• *довжина хвилі* (λ) – це відстань, яку проходить хвиля за час, що дорівнює одному періоду. Інакше кажучи: λ – це відстань між найближчими точками середовища, що коливаються в однакових фазах;

швидкість хвилі (ϑ) – швидкість поширення постійної фази хвилі:

$$\vartheta = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu ;$$

• *хвильове число* – $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$.

Важливо зауважити, що при переході хвилі з одного середовища в інше змінюються такі її характеристики: швидкість руху та її довжина, а ось частота коливання не змінюється.

У таблиці 1.6.1 наведені основні формули, які використовуються при розв'язанні задач з розділу «Фізичні основи механіки».

Таблиця 1.6.1.

Основні формули з розділу «Фізичні основи механіки»

Формула	Назва формули	Позначення
$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$	Радіус-вектор матеріальної точки	$\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – одиничні вектори координатних осей x, y, z
$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$	Модуль радіус-вектора	
$\vec{\vartheta} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$	Вектор миттєвої швидкості	$\dfrac{d\vec{r}}{dt}$ – похідна від радіус-вектора за часом
$\vartheta_c = \dfrac{\Delta S}{\Delta t}$	Модуль середньої швидкості	ΔS – шлях, пройдений тілом за час Δt
$\vec{a}_c = \dfrac{\Delta \vec{\vartheta}}{\Delta t}$	Вектор середнього прискорення	$\Delta \vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_2 - \vec{\vartheta}_1$ – зміна вектора швидкості за час Δt
$a_\tau = \dfrac{d\vartheta}{dt}$	Тангенціальна і нормальна складові вектора прискорення і їх	$\dfrac{d\vartheta}{dt}$ – похідна від модуля миттєвої швидкості за

Формула	Назва формули	Позначення
$a_n = \frac{\vartheta^2}{R}$ $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$	зв'язок з повним прискоренням	часом; a – повне прискорення; R – радіус кривизни траєкторії
$S = \vartheta_0 t \pm \frac{at^2}{2}$	Шлях при рівноприскореному (рівносповільненому) русі	ϑ_0 – початкова швидкість; $a = const$
$\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_0 \pm \vec{a}t$	Швидкість при рівноприскореному (рівносповільненому) русі	
$\vec{F} = m\vec{a}$	Другий закон Ньютона (основне рівняння динаміки)	$\vec{F} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$ – рівнодійна всіх сил, що діють на тіло; m – маса; $\vec{a}$ – прискорення
$\vec{p} = m\vec{\vartheta}$	Імпульс тіла	$\vec{p}$ – імпульс; m – маса; $\vec{\vartheta}$ – швидкість
$m_1\vec{\vartheta}_1 + m_2\vec{\vartheta}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$	Закон збереження імпульсу при абсолютно пружному ударі	m_1, m_2 – маси тіл; $\vec{\vartheta}_1$, $\vec{\vartheta}_2$ – швидкості тіл до удару; $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$ – швидкості тіл після удару
$m_1\vec{\vartheta}_1 + m_2\vec{\vartheta}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$	Закон збереження імпульсу при абсолютно не пружному ударі	$\vec{u}$ – спільна швидкість тіл після удару
$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$	Третій закон Ньютона	
$\vec{F} = m\vec{g}$	Сила тяжіння	$\vec{g}$ – прискорення вільного падіння, $g = 9{,}8\ \frac{м}{с^2}$
$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$	Закон всесвітнього тяжіння	F – гравітаційна сила, з якою два тіла взаємодіють між собою; m_1, m_2 – маси тіл; G – гравітаційна стала, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{Н \cdot м^2}{кг^2}$
$F_{пр} = -k\Delta x$	Сила пружності (закон Гука)	$F_{пр}$ – сила пружності, яка виникає при пружній деформації

Формула	Назва формули	Позначення
		тіла; Δx – величина деформації тіла; k – жорсткість пружини (або коефіцієнт пружності деформованого тіла)
$\vec{F}_{тр} = \mu \vec{N}$	Сила тертя ковзання	μ – коефіцієнт тертя; $\vec{N}$ – сила реакції опори
$A = FS\cos\alpha$	Робота постійної сили	F – сила, що діє на тіло; S – переміщення тіла під дією сили; α – кут між напрямками сили і переміщення
$N = \frac{A}{t}$	Потужність	A – робота, t – час, за який виконана робота
$P = F\vartheta$	Потужність при рівномірному русі	ϑ – швидкість при рівномірному русі
$\eta = \frac{A_{кор}}{A_{зат}}$	Коефіцієнт корисної дії (ККД) механізму	$A_{кор}$ – корисна робота (потужність, енергія); $A_{зат}$ – затрачена механізмом робота (потужність, енергія)
$E_к = \frac{m\vartheta^2}{2}$	Кінетична енергія тіла, що рухається поступально	m – маса тіла; ϑ – швидкість
$E_п = mgh$	Потенціальна енергія тіла	h – висота тіла над вибраним рівнем
$E_п = \frac{kx^2}{2}$	Потенціальна енергія стиснутої (розтягнутої) пружини	k – жорсткість пружини; x – стиск (розтяг) пружини
$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$	Кутова швидкість	$\frac{d\varphi}{dt}$ – похідна від кута повороту за часом
$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$	Кутове прискорення	$\frac{d\omega}{dt}$ – похідна від кутової швидкості за часом
$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$	Кутова швидкість при рівномірному обертанні	T – період обертання; ν – частота обертання
$\vartheta = \omega R$	Зв'язок між лінійною і кутовою швидкістю	R – радіус кола
$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$	Кінематичні рівняння рівнозмінного	φ – кутове переміщення; ω_0 –

Формула	Назва формули	Позначення
$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$	обертання	початкова кутова швидкість; ε – кутове прискорення (знак „+” – для рівноприскореного обертання, знак „–” – для рівносповільненого обертання)
$a_\tau = \varepsilon R$ $a_n = \omega^2 R$	Зв’язок тангенціального і нормального прискорень з кутовими величинами	a_τ, a_n – тангенціальне і нормальне прискорення
$M = Fl$	Момент сили	l – плече сили
$L = I\omega$	Момент імпульсу	I – момент інерції
$M = I\varepsilon$	Основне рівняння динаміки обертального руху	I – момент інерції; ε – кутове прискорення
$E_к = \dfrac{I\omega^2}{2}$	Кінетична енергія тіла, що обертається навколо нерухомої осі	
$E_к = \dfrac{m\vartheta^2}{2} + \dfrac{I\omega^2}{2}$	Кінетична енергія тіла, що котиться без ковзання	$\dfrac{m\vartheta^2}{2}$ – кінетична енергія поступального руху тіла; $\dfrac{I\omega^2}{2}$ – кінетична енергія обертального руху тіла

ПРИКЛАДИ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧ З МЕХАНІКИ

Задача 1. Човен пливе по річці від А до В із швидкістю $\vartheta_1 = 16\ \dfrac{км}{год}$ відносно берега, а назад – із швидкістю $\vartheta_2 = 10\ \dfrac{км}{год}$. Знайти середню швидкість човна і швидкість течії річки.

Дано:

$\vartheta_1 = 16\ \dfrac{км}{год}$

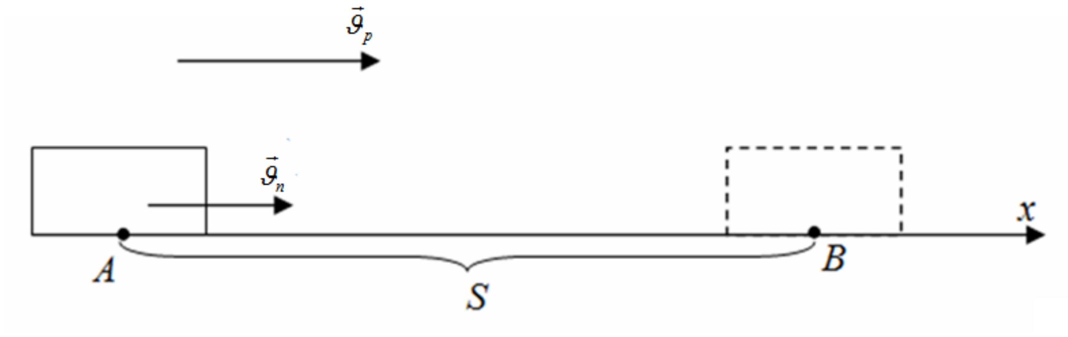
$\vartheta_2 = 10\ \dfrac{км}{год}$

Знайти:

$< \vartheta_n > -?$

$\vartheta_p - ?$

Розв'язок



Нехай відстань між точками A і B рівна S. Запишемо рівняння для середньої швидкості $< \vartheta_n >$ човна:

$$< \vartheta_n > = \frac{S+S}{t_1+t_2} = \frac{2S}{t_1+t_2}, \qquad (1)$$

де t_1 – час руху човна від A до B; t_2 – час руху човна от B до A.

Запишемо вирази для t_1 і t_2:

$$t_1 = \frac{S}{\vartheta_1}, \qquad (2)$$

$$t_2 = \frac{S}{\vartheta_2}. \qquad (3)$$

Підставимо (2) і (3) в (1):

$$< \vartheta_n > = \frac{2S}{\frac{S}{\vartheta_1}+\frac{S}{\vartheta_2}} = \frac{2S}{S\left(\frac{1}{\vartheta_1}+\frac{1}{\vartheta_2}\right)} = \frac{2S}{S\left(\frac{\vartheta_1+\vartheta_2}{\vartheta_1\vartheta_2}\right)} = \frac{2\vartheta_1\vartheta_2}{\vartheta_1+\vartheta_2},$$

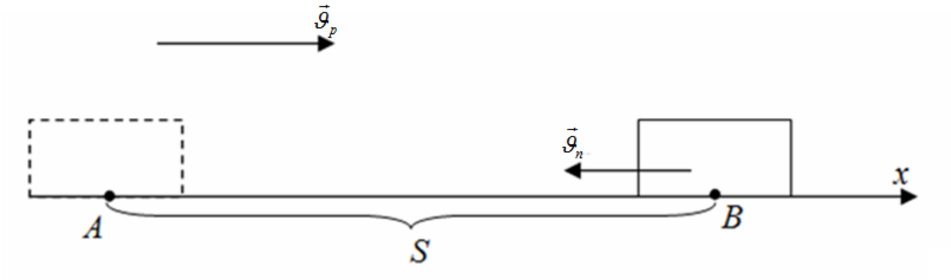
$$< \vartheta_n > = \frac{2\vartheta_1\vartheta_2}{\vartheta_1+\vartheta_2}. \qquad (4)$$

Розглянемо випадок, коли човен рухається із точки A у точку B за течією річки:

$$\vartheta_{п} + \vartheta_{р} = \vartheta_1, \qquad (5)$$

де $\vartheta_{п}$ – швидкість човна відносно води; ϑ_1 – швидкість човна відносно берега; $\vartheta_{р}$ – швидкість течії річки.

Розглянемо випадок, коли човен рухається із точки B в точку A, відстань між якими S, проти течії.



Для цього випадку можемо записати:

$$\vartheta_р - \vartheta_п = -\vartheta_2, \tag{6}$$

де ϑ_2 – швидкість човна відносно берега.

Із рівнянь (5) і (6) можемо записати:

$$\vartheta_п + \vartheta_р + (\vartheta_р - \vartheta_п) = \vartheta_1 + (-\vartheta_2),$$

$$2\vartheta_р = \vartheta_1 - \vartheta_2.$$

Звідси:

$$\vartheta_р = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2}. \tag{7}$$

Підставимо дані в (4) і (7):

$$<\vartheta_п> = \frac{2 \cdot 16 \cdot 10}{16 + 10} = 12{,}3\,\frac{км}{ч};$$

$$\vartheta_р = \frac{16 - 10}{2} = 3\,\frac{км}{ч}.$$

Відповідь: $<\vartheta_п> = 12{,}3\,\frac{км}{ч}$**;** $\vartheta_р = 3\,\frac{км}{ч}$**.**

Задача 2. Брусок масою 2 кг повільно підняли по похилій площині на висоту 51 см за допомогою нитки, паралельної цій площині. При цьому здійснили роботу 16 Дж. Потім з цієї висоти нитку відпустили. Знайдіть швидкість бруска, коли він опуститься до початкового положення.

Дано:

$m = 2$ кг

$h = 51$ см $= 0{,}51$ м

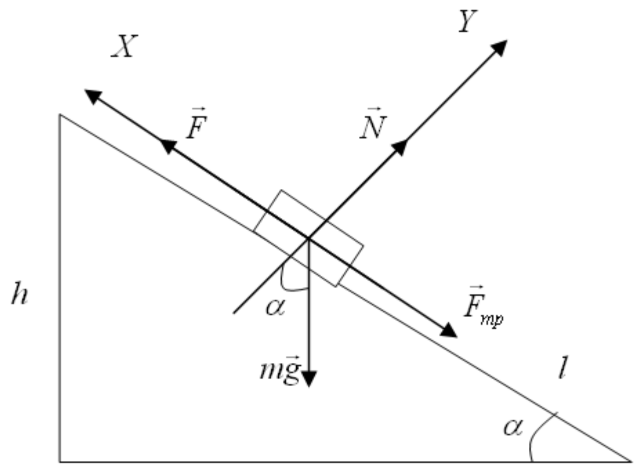
$A = 16\ Дж$

Знайти:

$\vartheta - ?$

Розв’язок

Розглянемо випадок, коли брусок масою m піднімають по похилій площині вгору, прикладаючи при цьому силу $\vec{F}$.



У цьому випадку на брусок діє сила $\vec{F}$, за допомогою якої брусок піднімають вгору, сила тяжіння $m\vec{g}$, сила реакції опори $\vec{N}$ і сила тертя $\vec{F}_{mp}$, показані на рисунку. Згідно умови задачі, брусок піднімають повільно, тому можна вважати, що він рухається рівномірно. Враховуючи це, запишемо основний закон динаміки у векторній формі:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{mp} + \vec{F} = 0.$$

Направимо вісь X вздовж похилої площини у сторону руху тіла, а вісь Y – перпендикулярно до неї. Запишемо останнє рівняння в проекції на вісь X:

$$F - F_{mp} - mg\sin\alpha = 0.$$

Звідси:

$$F = F_{mp} + mg\sin\alpha.$$

Тоді робота, яка була виконана при піднятті бруска, рівна:

$$A = Fl = \left(F_{mp} + mg\sin\alpha\right)l = F_{mp}l + mgl\sin\alpha,$$

де l – довжина похилої площини.

Враховуючи, що $A_{тр} = F_{тр}l$ – робота сил тертя, останній вираз прийме вид:

$$A = A_{тр} + mgl\sin\alpha .$$

Звідси:

$$A_{тр} = A - mgl\sin\alpha . \qquad (1)$$

Коли брусок підняли на висоту h, він буде мати відносно початкового його положення потенціальну енергію $\mathrm{E_п}$:

$$\mathrm{E_п} = mgh.$$

Коли брусок відпустили, то його потенціальна енергія перейде в його кінетичну енергію $\mathrm{E_к} = \dfrac{m\vartheta^2}{2}$ і частково витратиться на виконання роботи проти сил тертя $A_{тр}$. Тоді, виходячи із закону збереження енергії, можемо записати:

$$\mathrm{E_п} = \mathrm{E_к} + A_{тр},$$

або:

$$mgh = \frac{m\vartheta^2}{2} + A_{тр},$$

де ϑ – швидкість руху бруска в його початковому положенні.

Підставимо (1) в останній вираз:

$$mgh = \frac{m\vartheta^2}{2} + A - mgl\sin\alpha .$$

З рисунку можемо записати:

$$\sin\alpha = \frac{h}{l}.$$

Тоді із двох останніх виразів маємо:

$$mgh = \frac{m\vartheta^2}{2} + A - mgl\frac{h}{l},$$

$$mgh = \frac{m\vartheta^2}{2} + A - mgh .$$

Звідси:

$$\frac{m\vartheta^2}{2} = 2mgh - A;$$

$$\vartheta = \sqrt{\frac{4mgh - 2A}{m}} = \sqrt{2\left(2gh - \frac{A}{m}\right)}$$

Перевіримо розмірність:

$$[\vartheta] = \sqrt{\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot м - \frac{Дж}{кг}} = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - \frac{кг \cdot \frac{м}{с^2} \cdot м}{кг}} = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Підставимо дані:

$$\vartheta = \sqrt{2 \cdot \left(2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}51 - \frac{16}{2}\right)} \approx 2\,\frac{м}{с}$$

Відповідь: $\vartheta = 2\,\frac{м}{с}$.

Задача 3. Точка рухається по колу радіусом 60 см з тангенціальним прискоренням 10 м/с^2. Чому рівне нормальне і повне прискорення в кінці третьої секунди після початку руху? Чому рівний кут між векторами повного і нормального прискорень в цей момент часу?

Дано:

$r = 60\,см = 0{,}6\,м$

$a_\tau = 10\,\frac{м}{с^2}$

$t = 3\,с$

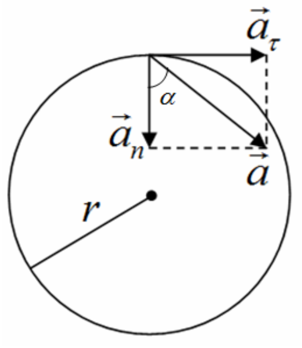
Знайти:

$a_n - ?$

$a - ?$

$\alpha - ?$

Розв’язок



Запишемо формулу для визначення нормального прискорення a_n:

$$a_n = \frac{\vartheta^2}{R}, \tag{1}$$

де ϑ – лінійна швидкість; R – радіус кола.

Зв'язок між лінійною ϑ і кутовою швидкостями ω має вид:

$$\vartheta = \omega R. \tag{2}$$

Підставивши (2) в (1), одержимо:

$$a_n = \omega^2 R. \tag{3}$$

Кутову швидкість виразимо через кутове прискорення ε і час t:

$$\omega = \varepsilon t. \tag{4}$$

Підставивши (4) в (3), одержимо:

$$a_n = \varepsilon^2 t^2 R. \tag{5}$$

Запишемо вираз для тангенціального прискорення a_τ:

$$a_\tau = \varepsilon R,$$

де ε – кутове прискорення.

Звідси:

$$\varepsilon = \frac{a_\tau}{R}. \tag{6}$$

Підставимо (6) в (5):

$$a_n = \left(\frac{a_\tau}{R}\right)^2 t^2 R = \frac{a_\tau^2 t^2}{R}. \tag{7}$$

Перевіримо розмірність даного виразу:

$$[a_n]=\left[\frac{\left(\frac{м}{с^2}\right)^2\cdot с^2}{м}=\frac{м}{с^2}\right].$$

Повне прискорення знайдемо згідно формули:

$$a=\sqrt{a_n^2+a_\tau^2}, \tag{8}$$

де a_τ – тангенціальне прискорення; a_n – нормальне прискорення точок.

Підставимо (7) в (5):

$$a=\sqrt{\left(\frac{a_\tau^2 t^2}{R}\right)^2+a_\tau^2}=a_\tau\sqrt{\frac{a_\tau^2 t^4}{R^2}+1}. \tag{9}$$

Перевіримо розмірність даного виразу:

$$[a]=\left[\frac{м}{с^2}\cdot\sqrt{\frac{\left(\frac{м}{с^2}\right)^2\cdot с^4}{м^2}}=\frac{м}{с^2}\cdot\sqrt{\frac{м^2\cdot с^4}{м^2\cdot с^4}}=\frac{м}{с^2}\right].$$

З рисунка можемо записати, що:

$$\cos\alpha=\frac{a_n}{a}.$$

Тоді кут α між нормальним і повним прискореннями буде рівний:

$$\alpha=\arccos\left(\frac{a_n}{a}\right). \tag{10}$$

Підставимо в (10) вирази (7) і (9):

$$\alpha=\arccos\left(\frac{\frac{a_\tau^2 t^2}{R}}{a_\tau\sqrt{\frac{a_\tau^2 t^4}{R^2}+1}}\right)=\arccos\left(\frac{a_\tau t^2}{R\sqrt{\frac{a_\tau^2 t^4}{R^2}+1}}\right)=\arccos\left(\frac{a_\tau t^2}{\sqrt{a_\tau^2 t^4+R^2}}\right),$$

$$\alpha=\arccos\left(\frac{a_\tau t^2}{\sqrt{a_\tau^2 t^4+R^2}}\right). \tag{11}$$

Перевіримо розмірність даного виразу:

$$[\alpha]=\left[\arccos\left(\frac{\frac{м}{с^2}\cdot с^2}{\sqrt{\left(\frac{м}{с^2}\right)^2\cdot с^4+м^2}}\right)=\arccos\left(\frac{м}{\sqrt{м^2+м^2}}\right)=рад\right].$$

Підставимо дані в (7), (9) і (11):

$$a_n=\frac{10^2\cdot 3^2}{0{,}6}=1500\ \frac{м}{с^2};$$

$$a=10\cdot\sqrt{\frac{10^2\cdot 3^4}{0{,}6^2}+1}=1500{,}03\ \frac{м}{с^2};$$

$$\alpha=\arccos\left(\frac{10\cdot 3^2}{\sqrt{10^2\cdot 3^4+0{,}6^2}}\right)=1^0.$$

Відповідь: $a_n=1500\ \frac{м}{с^2}$**;** $a=1500{,}03\ \frac{м}{с^2}$**;** $\alpha=1^0$**.**

Задача 4. Горизонтальна платформа масою $m_1=150$ кг обертається навколо вертикальної осі, що проходить через центр платформи, з частотою $n=8\ хв^{-1}$. Людина масою $m_2=70$ кг стоїть при цьому на краю платформи. З якою кутовою швидкістю почне обертатися платформа, якщо людина перейде від краю платформи до її центру? Вважати платформу однорідним диском, а людину – матеріальною точкою.

Дано:

$m_1=150$ кг

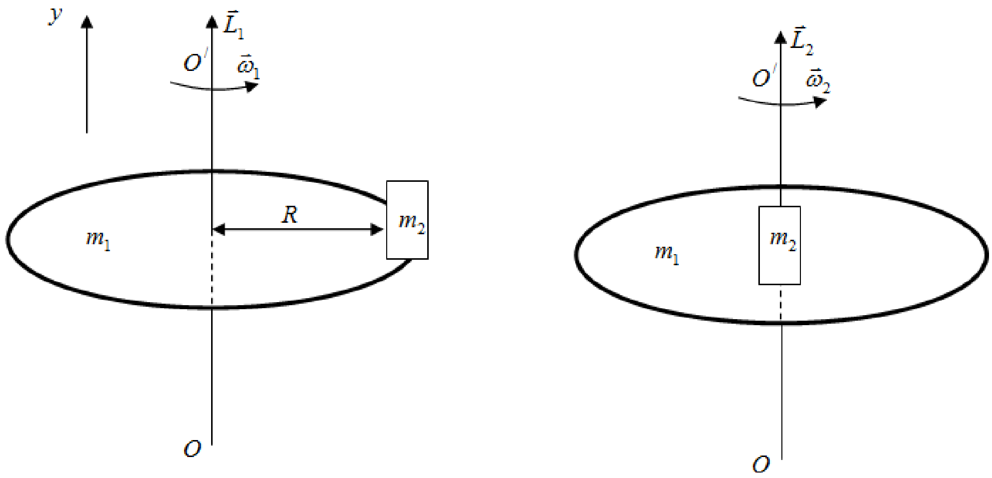
$n=8\ хв^{-1}=0{,}13\ с^{-1}$

$m_2=70$ кг

Знайти:

$\omega_2-?$

Розв’язок



Запишемо закон збереження моменту імпульсу (момент імпульсу замкнутої системи тіл щодо будь-якої нерухомої точки не змінюється з часом):

$$\vec{L}_1 = \vec{L}_2,$$

де $\vec{L}_1$ – момент імпульсу платформи і людини, коли людина стояла на краю платформи; $\vec{L}_2$ – момент імпульсу платформи і людини, коли людина перейшла від краю платформи до її центра.

Запишемо останнє рівняння в проекції на вісь y:

$$L_1 = L_2,$$

або

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2, \tag{1}$$

де I_1 – момент інерції платформи і людини, яка стоїть на краю платформи; I_2 – момент інерції платформи і людини, коли людина перейшла в центр платформи; ω_1 і ω_2 – відповідні кутові швидкості.

Запишемо вираз для I_1 і I_2:

$$I_1 = \frac{m_1R^2}{2} + m_2R^2. \tag{2}$$

де $\frac{m_1R^2}{2}$ – момент інерції платформи; m_2R^2 – момент інерції людини; R – радіус платформи.

Коли людина перейде в центр, то момент інерції платформи з людиною, яка стоїть у центрі платформи, буде рівним:

$$I_2 = I = \frac{m_1 R^2}{2}. \quad (3)$$

Виразимо кутову швидкість ω_1 через частоту n:

$$\omega_1 = 2\pi n. \quad (4)$$

Підставимо вирази (2), (3), (4) в (1):

$$\left(\frac{m_1 R^2}{2} + m_2 R^2\right) 2\pi n_1 = \frac{m_1 R^2}{2}\omega_2.$$

Звідси:

$$\omega_2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{m_2}{m_1}\right) 4\pi n.$$

Підставмо дані:

$$\omega_2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{7}{150}\right) \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}13 = 1{,}62\ \frac{рад}{с}.$$

Відповідь: $\omega_2 = 1{,}62\ \frac{рад}{с}$**.**

Задача 5. Найбільше зміщення та найбільша швидкість матеріальної точки, що здійснює гармонічне коливання, рівні відповідно, 4 м та 10 м/с. Визначте найбільше прискорення матеріальної точки.

Дано:

$x_{\max} = 4\ м$

$\vartheta_{\max} = 10\ \frac{м}{с}$

Знайти:

$a_{\max} - ?$

Розв’язок

Запишемо рівняння гармонічних коливань у загальному вигляді:

$$x = x_{\max} \sin\left(\omega t + \varphi_0\right),$$

де $x_{\max}$ – амплітуда коливань; ω – циклічна частота; φ_0 – початкова фаза.

Знайдемо залежність швидкості точки, що коливається від часу:

$$\vartheta = \frac{dx}{dt} = \frac{d\left(x_{max}\sin\left(\omega t + \varphi_0\right)\right)}{dt} = x_{max}\,\omega\cos\left(\omega t + \varphi_0\right).$$

З останнього рівняння бачимо, що:

$$\vartheta_{max} = x_{max}\,\omega.$$

Звідси:

$$\omega = \frac{\vartheta_{max}}{x_{max}}. \qquad (1)$$

Знайдемо залежність прискорення точки, що коливається від часу:

$$a = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{d\left(x_{max}\,\omega\cos\left(\omega t + \varphi_0\right)\right)}{dt} = -x_{max}\,\omega^2\sin\left(\omega t + \varphi_0\right).$$

З останнього рівняння бачимо, що максимальне прискорення буде при $\sin\left(\omega t + \varphi_0\right) = -1$:

$$a_{max} = x_{max}\,\omega^2.$$

Підставимо в останнє рівняння вираз (1):

$$a_{max} = x_{max}\left(\frac{\vartheta_{max}}{x_{max}}\right)^2 = \frac{\vartheta_{max}^2}{x_{max}}.$$

Підставимо дані:

$$a_{max} = \frac{10^2}{4^2} = 6{,}25\,\frac{м}{с^2}.$$

Відповідь: $a_{max} = 6{,}25\,\frac{м}{с^2}$.

Задача 6. Суцільний циліндр скочується з похилої площини висотою 0,92 м. Яку лінійну швидкість буде мати його центр в той момент, коли циліндр скотиться з похилої площини, якщо початкова швидкість $\vartheta_0 = 1{,}1\,\frac{м}{с}$.

Дано:

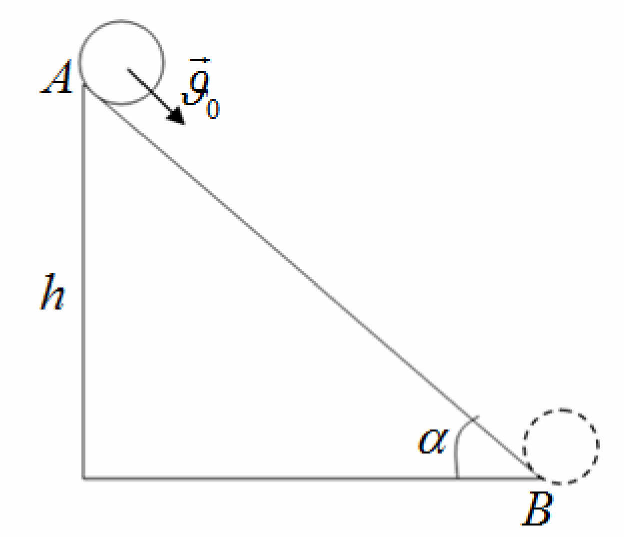
$h = 0{,}92\ м$

$\vartheta_0 = 1{,}1\,\frac{м}{с}$

Знайти:

$\vartheta - ?$

Розв’язок



Для розв’язку задачі використаємо закон збереження енергії. Повна енергія циліндра у точці A рівна сумі його кінетичної $\frac{m\vartheta_0^2}{2}$ і потенціальної mgh енергій. Повна енергія циліндра, коли він скотиться з похилої площини (в точці B), рівна кінетичній енергії поступального руху і енергії обертального руху $\frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$. Виходячи із закону збереження енергії, можемо записати:

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2} + mgh = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}, \tag{1}$$

де m – маса тіла, яке скочується; h – висота, з якої скочується тіло; ϑ_0 – початкова швидкість тіла; ϑ – кінцева лінійна швидкість тіла; I – момент інерції тіла; ω – кутова швидкість тіла.

Кутова швидкість пов’язана з лінійною швидкістю співвідношенням:

$$\omega = \frac{\vartheta}{R}.$$

У нашому випадку R – радіус циліндра.

Момент інерції суцільного циліндра рівний:

$$I = \frac{1}{2} mR^2 .$$

Підставимо два останніх вирази в (1):

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2} + mgh = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{\frac{1}{2} mR^2 \cdot \left(\frac{\vartheta}{R}\right)^2}{2} = \frac{m\vartheta^2}{4} + \frac{m\vartheta^2}{2} = \frac{3}{4} m\vartheta^2 .$$

Звідси:

$$2\vartheta_0^2 + 4gh = 3\vartheta^2 ;$$

$$\vartheta = \sqrt{\frac{2}{3}\left(\vartheta_0^2 + 2gh\right)}$$

Підставимо дані:

$$\vartheta = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \left(1{,}1^2 + 2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}92\right)} \approx 3{,}6 \ \frac{м}{с} .$$

Відповідь: $\vartheta = 3{,}6 \ \frac{м}{с}$ **.**

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ’ЯЗАННЯ

1. Першу половину часу автомобіль рухався зі швидкістю 80 км/год, а другу половину шляху – зі швидкістю 40 км/год. Яка середня швидкість руху автомобіля?

2. Тіло, кинуте вертикально вгору, повернулося на землю через 3 с. Яка була початкова швидкість тіла? Опір повітря не враховувати.

3. З вежі висотою H=25 м горизонтально кинутий камінь зі швидкістю 15 м/с. На якій відстані від основи вежі камінь упаде на землю? Опір повітря не враховувати.

4. Вагон рухається рівносповільнено з від’ємним прискоренням – 0,5 м/с^2. Початкова швидкість вагона 54 км/год. На якій відстані від початкової точки вагон зупиниться?

5. Тіло падає вертикально з висоти 19,6 м з нульовою початковою швидкістю. За який час тіло пройде останній 1м свого шляху? Опір повітря не враховувати.

6. Тіло падає вертикально з висоти 19,6 м з нульовою початковою швидкістю. Який шлях пройде тіло за останню 0,1 с свого руху? Опір повітря не враховувати.

7. Камінь кинутий у горизонтальному напрямку. Через 0,5 с після початку руху чисельне значення швидкості каменя стало в 1,5 раза більше його початкової швидкості. Знайти початкову швидкість каменя. Опір повітря не враховувати.

8. Залежність пройденого тілом шляху s від часу t дається рівнянням $s=At-Bt^2+Ct^3$, де A=2 м/с, B=3 м/с^2 і C=4 м/с^3. Знайти залежність швидкості υ і прискорення a від часу t.

9. Залежність пройденого тілом шляху s від часу t дається рівнянням $s=At-Bt^2+Ct^3$, де A=2 м/с, B=3 м/с^2 і C=4 м/с^3. Знайти відстань, пройдену тілом, швидкість і прискорення тіла через 2 с після початку руху.

10. Залежність пройденого тілом шляху s від часу t дається рівнянням $s=A-Bt+Ct^2$, де A=6 м, B=3 м/с і C=2 м/с^2. Знайти середню швидкість тіла в інтервалі часу від 1 с до 4 с.

11. Залежність пройденого тілом шляху s від часу t дається рівнянням $s=A-Bt+Ct^2$, де A=6 м, B=3 м/с і C=2 м/с^2. Знайти середнє прискорення тіла в інтервалі часу від 1 с до 4 с.

12. Залежність пройденого тілом шляху s від часу t дається рівнянням $s=A+Bt+Ct^2$, де A=3 м, B=2 м/с і C=1 м/с^2. Знайти середню швидкість і середнє прискорення тіла за першу, другу і третю секунди його руху.

13. Залежність пройденого тілом шляху s від часу t дається рівнянням $s=A+Bt+Ct^2+Dt^3$, де C=0,14 м/с^2 і D=0,01 м/с^3. Чому дорівнює середнє прискорення тіла за 12 с руху?

14. Рух матеріальної точки задано рівнянням $x=4t-0{,}05t^2$. Визначити момент часу, для якого швидкість рівна нулю. Знайти координату і прискорення в цей момент часу.

15. Рух двох матеріальних точок задається рівняннями $x_1=20+2t–4t^2$ і $x_2=2+2t+0{,}5t^2$. В який момент часу швидкості цих точок будуть однакові? Чому дорівнюють прискорення матеріальних точок в цей момент?

16. Дві матеріальні точки рухаються відповідно до рівнянь $x_1=4t+8t^2–16t^3$ і $x_2=2t–4t^2+t^3$. В який момент часу прискорення цих матеріальних точок буде однакове? Знайти швидкості матеріальних точок в цей момент.

17. При прямолінійному русі тіла масою 1кг його координата змінюється по закону: $x=5t–10t^2$. Знайти силу, що діє на тіло.

18. Знайти силу, що діє на тіло через 3 с після початку дії, і швидкість в кінці третьої секунди, якщо тіло масою 3кг рухається з прискоренням, що змінюється по закону: $a=10t–10$; $v_0=0$.

19. Згідно умови попередньої задачі визначити силу, що діє на тіло через 5 с після початку дії, і шлях, пройдений тілом за цей час.

20. Тіло рухається прямолінійно під дією сталої сили 15 Н. Залежність координати від часу має вид: $x=10–5t+2t^2$. Знайти масу тіла.

21. Знайти залежність швидкості від часу і силу, що діє на тіло масою 0,1 кг в кінці третьої секунди, якщо координата з часом змінюється по закону: $x=2t–t^2+3t^3$.

22. Снаряд масою 10 кг мав швидкість 200 м/с у верхній точці траєкторії. У цій точці він розірвався на дві частини. Менша, з масою 3 кг одержала швидкість 400 м/с в попередньому напрямку. Знайти швидкість після розриву другої, більшої частини.

23. У якому випадку двигун автомобіля виконає більшу роботу (у скільки разів): для розгону з місця до швидкості 36 км/год чи при збільшенні швидкості від 36 до 72 км/год. Силу опору і час в обох випадках вважати однаковими.

24. Автомобіль масою 5 т рухається при гальмуванні рівносповільнено, при цьому протягом десяти секунд його швидкість зменшується від 72 км/год до 54 км/год. Знайти гальмівну силу.

25. Тіло масою 1 кг під дією сталої сили рухається прямолінійно. Залежність шляху, пройденого тілом від часу виражається рівнянням: $s=t^2+2t+2$. Знайти роботу сили за 5 с після початку дії.

26. Автомобіль вагою 10^4 Н зупиняється при гальмуванні за 5 с, пройшовши при цьому рівносповільнено відстань у 25 м. Знайти: 1) початкову швидкість автомобіля, 2) силу гальмування.

27. Матеріальна точка рухається по колу радіусом 100 см згідно рівнянню: $s=8t–0,2t^3$. Знайти швидкість, тангенціальне, нормальне і повне прискорення в момент часу 2 с.

28. Суцільна кулька масою 400 г і радіусом 5 см обертається навколо осі, що проходить через центр. Закон обертання кульки має вид $\varphi=4+2t+t^2$. Знайти гальмівний момент.

29. Стержень масою 800 г і довжиною 1 м обертається навколо осі, що проходить через один із його кінців по закону $\varphi=2+t+t^2$. Знайти момент сили, що діє на другий його кінець.

30. Суцільний диск масою 200 г обертається навколо осі, що проходить через його центр мас під дією моменту сил 0,8 Н·см. Закон обертання має вид $\varphi=5–t+2t^2$. Визначити радіус диска.

31. Порожнистий циліндр обертається навколо осі, що співпадає з віссю циліндра, по закону $\varphi=10–5t+0,5t^2$. Знайдіть момент інерції і масу циліндра, якщо його радіус 5 см. Момент сили відносно осі обертання, діючий на циліндр 0,75 Н· м.

32. Швидкості двох абсолютно пружних куль до удару рівні 0,1 і 0,05 м/с, а їх маси відповідно рівні 3 і 4 кг. Знайти їх швидкості після удару.

33. Куля масою 4 кг рухається зі швидкістю 2 м/с і стикається з нерухомою кулею масою 1 кг. Обчислити роботу, що здійснюється внаслідок деформації куль при прямому центральному ударі. Кулі вважати непружними.

34. Кулька масою 100 г впала з висоти 2,5 м на горизонтальну плиту, маса якої набагато більша за масу кульки, і відскочила від неї вверх. Вважаючи удар абсолютно пружним, визначити імпульс, отриманий плитою.

35. Кулька масою 300 г вдарилася в стіну і відскочила від неї. Визначити імпульс, отриманий стіною, якщо в останній момент перед ударом кулька мала швидкість 10 м/с, спрямовану під кутом 30° до поверхні стіни. Удар вважати абсолютно пружним.

36. Тепловоз масою 40 т, рухаючись зі швидкістю 1 м/с, вдаряється в два нерухомих пружних буфери вагонів. Знайти найбільше стискання буфера вагона, якщо жорсткість пружини $5 \cdot 10^4$ Н/см.

37. Яку максимальну частину своєї кінетичної енергії може передати частинка масою $2 \cdot 10^{-22}$ г в результаті пружного удару з частинкою масою $6 \cdot 10^{-22}$ г, яка до зіткнення знаходилась в стані спокою?

38. Для того, щоб розтягнути пружину на 2 см, треба прикласти силу 40 Н. Яка робота здійснюється при стисканні пружини на 5 см?

39. На тіло діє сила $F=kx^2$. На скільки збільшиться потенціальна енергія тіла при його переміщенні з точки $x=0$ в точку $x=5$ см?

40. На тіло, що рухається із швидкістю 2 м/с, подіяла сила 2 Н в напрямку швидкості. Через 10 с після початку дії сили кінетична енергія тіла 100 Дж. Знайти масу тіла, приймаючи його за матеріальну точку.

41. Стержень масою 2 кг і довжиною 1 м може обертатись навколо осі, що проходить через його середину перпендикулярно стержню. В кінець стержня попадає куля масою 10 г, що летить перпендикулярно осі стержня зі швидкістю 500 м/с. Визначити кутову швидкість, з якою починає обертатись стержень, якщо куля застряє в ньому.

42. Два диски, що обертаються один над другим, розміщені горизонтально так, що площини їх паралельні, а центри лежать на одній вертикалі. Кутова швидкість і момент інерції першого диска рівна 10 рад/с і $2 \cdot 10^{-3}$ кг·м^2, а другого – відповідно 5 рад/с і $4 \cdot 10^{-3}$ кг·м^2. Перший диск падає на другий і система обертається як єдине ціле. Визначити кутову швидкість

обертової системи і зміну кінетичної енергії дисків після падіння першого на другий.

43. Суцільний циліндр масою 10 кг котиться без ковзання зі сталою швидкістю 10 м/с. Визначити кінетичну енергію циліндра і час до його зупинки, якщо на нього подіє сила 50 Н.

44. Суцільна куля скочується по похилій площині довжина якої 10 м і кут нахилу 30^{o}. Визначити швидкість кулі в кінці похилої площини.

45. Порожнистий циліндр масою 2 кг котиться по горизонтальній поверхні зі швидкістю 20 м/с. Визначити силу, яку необхідно прикласти до циліндра, щоб зупинити його на шляху 1,6 м.

46. Маховик, що має форму диска масою 30 кг і радіусом 10 см обертається з частотою 300 $хв^{-1}$. Під дією сили тертя диск зупинився через 20 с. Знайти момент сили тертя, вважаючи його сталим.

47. Яку швидкість повинна мати куля, яка котиться без ковзання, щоб піднятись на похилій площині з кутом нахилу 30^{0}, на висоту 2 м, якщо сила опору рівна 0,2 ваги кулі? Знайти час підйому.

48. За умовою попередньої задачі визначити, з якою швидкістю і протягом якого часу куля скотиться назад.

49. Спочатку диск, а потім обруч скочуються з похилої площини з кутом нахилу 30^{o} до горизонту. Визначити їх прискорення.

50. Куля і суцільний циліндр мають однакову масу (по 5 кг) і рухаються з однаковою швидкістю 10 м/с. Знайти кінетичні енергії цих тіл.

РОЗДІЛ 2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

2.1. Основні поняття молекулярно-кінетичної теорії. Броунівський рух. Маса молекул. Кількість речовини.

Молекулярна фізика і термодинаміка – розділи фізики, в яких вивчаються макроскопічні процеси в тілах, що пов'язані з великою кількістю атомів і молекул, з яких складаються тіла.

Молекулярна фізика вивчає будову і властивості речовини в різних агрегатних станах – твердому, рідкому та газоподібному, виходячи з молекулярно-кінетичних уявлень про те, що всі тіла складаються з атомів і молекул, які перебувають у неперервному тепловому русі.

Термодинаміка – розділ фізики, що вивчає загальні властивості макроскопічних систем, що знаходяться в стані термодинамічної рівноваги, і процеси переходу між цими станами.

Маса молекули є дуже малою величиною, приблизно 10^{-26} кг. Тому зручно використовувати масу молекули не в кілограмах, а у відносних атомних одиницях маси. У всьому світі прийнята так звана карбонова шкала, де за основу береться атом карбону або молекула карбону. Відносна молекулярна маса визначається формулою:

$$M_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12} \cdot m_{0(C)}},$$

де m_0 – маса даної молекули, $m_{0(C)}$ – маса молекули карбону.

Одиницею вимірювання кількості речовини є моль ν. *Моль* – це кількість речовини, яка містить стільки ж її структурних складових (наприклад, атомів або молекул), скільки міститься атомів в 0,012 кг ізотопу карбону $^{12}C_6$. Це число рівне N_A=6,02·10^{23} моль$^{-1}$ і носить назву числа Авогадро на честь італійського фізика і хіміка Амадео Авогадро.

Щоб визначити кількість речовини необхідно число частинок N, з яких складається в дане тіло, поділити на число Авогадро:

$$\nu = \frac{N}{N_A}.$$

Ще одна величина, яку використовують у молекулярній фізиці – молярна маса. *Молярна маса* – маса одного моля речовини. Позначається ця фізична величина літерою M і обчислюється за формулою:

$$M = m_0 N_A,$$

де m_0 – маса однієї молекули, N_A – кількість молекул в одному молі $\left([M] = \frac{кг}{моль}\right)$. Молярна маса визначається із таблиці Менделєєва, де подані значення в *г/моль*. Тому для розв'язку задач необхідно ці значення помножити на коефіцієнт 10^{-3}, щоб подати їх в *кг/моль*. Наприклад, молярна маса гелію (*He*) згідно таблиці Менделєєва рівна 4 *г/моль*, а для розв'язку задач маємо записати так: $M=4\cdot10^{-3}$ *кг/моль*.

Для розрахунку кількості атомів або молекул речовини певної маси m користуються формулою:

$$N = \frac{m}{M} N_A.$$

Ідеальним називають такий газ, для якого можна знехтувати розмірами молекул та силами молекулярної взаємодії. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії (МКТ) визначає взаємозв'язок макроскопічних і мікроскопічних параметрів. До мікроскопічних параметрів (ці параметри характеризують одну окремо взяту частинку) відносяться: m_0 – маса молекули газу; ϑ_0 – швидкість молекули газу; p_0 – імпульс молекули газу; $E_к$ – кінетична енергія поступального руху молекули газу. До макроскопічних параметрів (характеризують все тіло в цілому) відносяться: p – тиск газу; V – об'єм газу; T – температура газу.

Основним рівнянням МКТ ідеального газу є математичний вираз тиску газу через концентрацію його молекул, масу кожної молекули і середнє значення квадрату швидкості:

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \bar{\vartheta^2}, \qquad (2.1.1)$$

де $n=\dfrac{N}{V}$ – концентрація молекул (N – кількість молекул в об’ємі V, $[n]=м^{-3}$),

m_0 – маса молекули ($[m_0]=кг$), $\bar{\vartheta}^2$ – середній квадрат швидкості молекули, p – тиск ($[p]=Па$). Корінь квадратний з цієї величини називають середньою квадратичною швидкістю руху молекул: $\bar{\vartheta}=\sqrt{\bar{\vartheta}^2}=\sqrt{\dfrac{3kT}{m_0}}=\sqrt{\dfrac{3RT}{M}}$.

Середня кінетична енергія руху частинки дорівнює:

$$\bar{E}_к=\frac{m_0\bar{\vartheta}^2}{2}.$$

З двох останніх формул можемо записати:

$$p=\frac{2}{3}n\bar{E}_к. \qquad (2.1.2)$$

Розглянемо запис:

$$nm_0=\frac{N}{V}m_0=\frac{m}{V}=\rho,$$

де m – маса газу; ρ – густина газу. Враховуючи це, вираз (2.1.1) можемо записати так:

$$p=\frac{1}{3}\rho\bar{\vartheta}^2. \qquad (2.1.3)$$

Температура – міра нагрітості тіл. Вона являється макроскопічною характеристикою і характеризує протікаючи теплові процеси всередині тіл. Визначена температура по абсолютній шкалі вимірюється в кельвінах (K) позначається літерою T. Нуль градусів по шкалі Цельсія відповідає приблизно 273 градуса по Кельвіну, а -273 градусів по шкалі Цельсія відповідає 0 градусам по Кельвіну, тобто:

$$0\ ^{O}C=273\ K;\ -273\ ^{O}C=0\ K.$$

Формула для переведення температури по шкалі Цельсія у температуру по шкалі Кельвіна має вигляд:

$$T=t\ ^{0}C+273.$$

Австрійському фізику Людвігу Больцману у свій час вдалося знайти співвідношення між середньою кінетичною енергією і температурою:

$$\overline{E}_к = \frac{3}{2}kT,$$

де $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{Дж}{К}$ – стала Больцмана.

Підставивши останній вираз у формулу (2.1.2), одержимо:

$$p = nkT. \qquad (2.1.4)$$

Вирази (2.1.1), (2.1.2), (2.1.3) та (2.1.4) – це різні записи основного рівняння МКТ.

2.2. Рівняння стану ідеального газу. Ізопроцеси.

Вперше питанням взаємозв'язку макроскопічних параметрів газу займався французький вчений Клапейрон. Йому вдалося вивести співвідношення між цими параметрами для постійної маси газу:

$$\frac{pV}{T} = const.$$

Останній вираз було одержано Клапейроном у 1834 році і називаються *рівнянням Клапейрона* або *об'єднаним газовим законом*.

Через 40 років у 1874 році Менделєєв записав це рівняння для одного моля, а потім для довільної кількості газу. Для одного моля рівняння стану ідеального газу (рівняння Менделєєва-Клапейрона) має вигляд:

$$\frac{pV}{T} = R,$$

де $R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К}$ – універсальна газова стала.

Для довільної кількості газу маємо:

$$pV = \frac{m}{M}RT = \nu RT.$$

Останній вираз називається рівнянням Менделєєва-Клапейрона або рівнянням стану ідеального газу для довільної кількості газу.

Процеси, що відбуваються при сталому значенні одного з параметрів стану (T, V або p) з певною сталою масою газу (m=const), називаються *ізопроцесами*. Формули, які описують будь-який із цих ізопроцесів, називаються газовими законами.

Процес зміни стану газу при сталій температурі називається *ізотермічним процесом*, а газовий закон, який відповідає ізотермічному процесу називається *законом Бойля-Маріотта*. Математичний запис цього закону має вигляд:

$$pV = const \ \ (m = const,\ T = const).$$

Процес зміни стану газу при сталому тиску називається *ізобарним процесом,* а газовий закон, який відповідає ізобарному процесу, називається *законом Гей-Люссака.* Математичний запис цього закону має вигляд:

$$\frac{V}{T} = const \ \ (m = const,\ T = const).$$

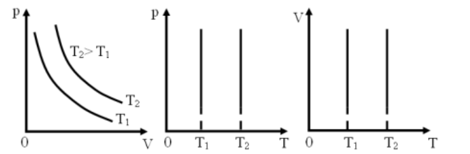
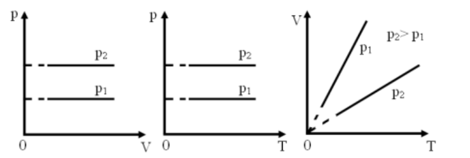
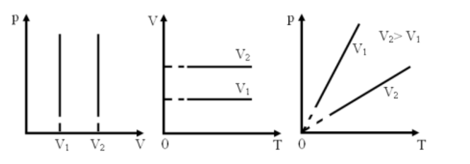
Процес зміни стану газу при сталому об’ємі називається *ізохорним процесом,* а газовий закон, який відповідає ізохорному процесу, називається *законом Шарля.* Математичний запис цього закону має вигляд:

$$\frac{p}{T} = const \ \ (m = const,\ V = const).$$

Усе сказане, що стосується газових законів, систематизовано та подано у таблиці 2.2.1

Таблиця 2.2.1

Рівняння та графіки ізопроцесів

Назва процесу	**Постійна величина**	**Формула газового закону**	**Назва газового закону**	**Графічне представлення газового закону**
Ізотермічний	Температура	$pV = const$ $p_1V_1 = p_2V_2 = ...$	Бойля-Маріотта	
Ізобарний	Тиск	$\frac{V}{T} = const$ $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = ...$	Гей-Люссака	
Ізохорний	Об’єм	$\frac{p}{T} = const$ $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = ...$	Шарля	

2.3. Внутрішня енергія та робота в термодинаміці. Закони термодинаміки.

Під *теплотою* розуміють передану або одержану енергію через поверхню контакту систем. Термодинамічна система називається *замкненою* або *ізольованою*, якщо відсутній будь-який обмін енергією між нею і зовнішнім середовищем. Стан системи задається термодинамічними параметрами (параметрами стану) – сукупністю фізичних величин, що характеризують властивості термодинамічної системи. Звичайно як параметри стану вибирають температуру, тиск і об'єм. Будь-яку зміну в термодинамічній системі, пов'язану із зміною хоч би одного з її термодинамічних параметрів, називають *термодинамічним процесом*. Макроскопічна система знаходиться в термодинамічній рівновазі, якщо її стан з часом не змінюється (передбачається, що зовнішні умови даної системи при цьому постійні).

Внутрішня енергія – це кінетична $E_к$ і потенціальна $E_п$ енергія всіх частинок, з яких складається дане тіло. Важливо підкреслити, що ці частинки взаємодіють тільки між собою і не взаємодіють з частинками оточуючих тіл. Внутрішня енергія позначається літерою U і вимірюється в джоулях: $[U] = Дж$. Виходячи з означення даний вид енергії можна обчислити за формулою:

$$U = E_к + E_п .$$

Вираз для внутрішньої енергії ідеального газу має вигляд:

$$U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RT ,$$

де i – кількість ступенів вільності. Для одноатомних газів $i = 3$, для двохатомних – $i = 5$, для 3-х та багатоатомних – $i = 6$.

Один із способів зміни внутрішньої енергії – здійснення механічної роботи над системою. Енергію, яка передається при цьому термодинамічній системі зовнішніми тілами, *називають роботою*, що здійснюється над системою. Робота в термодинаміці позначається літерою A і вимірюється в джоулях: $[A] = Дж$. Для ізобарного процесу ($p = const$) робота обчислюється добутком тиску на зміну об'єму, тобто за формулою:

$$A = p\Delta V = p(V - V_0),$$

де V_0 та V – відповідно початковий та кінцевий об'єм газу. З останньої формули бачимо, якщо $V > V_0$, то $A > 0$, а при $V < V_0$ робота від'ємна, тобто $A < 0$.

Для ізотермічного процесу роботу можна обчислити двома формулами, а саме:

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V}{V_0},$$

або

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{p}{p_0},$$

де p_0 та p – відповідно початковий та кінцевий тиск газу.

Інший спосіб зміни внутрішньої енергії – теплообмін. *Теплообмін* – необоротний процес передачі енергії від більш нагрітих тіл (або ділянок тіла) до менш нагрітих без здійснення роботи. Теплообмін здійснюється шляхом теплопровідності, конвекції і температурним випромінюванням (поглинанням).

Перший закон термодинаміки є законом збереження і перетворення енергії у термодинамічних процесах. Він встановлений в результаті дослідів і спостережень упродовж багатьох років і підтверджується всіма ними без винятку та записується у вигляді:

$$Q = \Delta U + A,$$

теплота Q, що передається системі, витрачається на зміну її внутрішньої енергії ΔU і на здійснення нею роботи A проти зовнішніх сил.

Другий закон термодинаміки визначає умови, при яких ці перетворення є можливими та напрям термодинамічних процесів. Існує кілька формулювань другого закону. Вперше визначення другого закону термодинаміки дав німецький вчений Клаузіус у 1850 році: *неможливий* *самодовільний перехід тепла від менш до більш нагрітого тіла, або неможливі процеси, єдиним кінцевим результатом яких був би перехід тепла від менш до більш нагрітого тіла.*

Той факт, що, наприклад, у холодильнику відбувається перехід тепла від холодильної камери в кімнату, не суперечить цьому твердженню, оскільки цей процес не є самодовільним: для його здійснення споживається електрична енергія.

Ще одне формулювання другого закону термодинаміки дав у 1851 році англійський вчений Кельвін: *неможливі процеси, єдиним кінцевим результатом яких було би перетворення тепла цілком у роботу.*

2.4. Принцип роботи теплового двигуна.

Тепловими двигунами називають машини, у яких внутрішня енергія палива частково перетворюється в механічну енергію. У тепловому двигуні роботу виконує сила тиску нагрітого газу (пари) при розширенні. Цей газ (або пару) називають *робочим тілом теплового двигуна*. Нагрівають пару за рахунок згоряння палива. Таким чином, у тепловому двигуні відбуваються такі перетворення енергії:

1) при згорянні палива його внутрішня енергія перетворюється у внутрішню енергію нагрітої пари (газу);

2) розширюючись, пара (газ) виконує роботу, при цьому внутрішня енергія пари (газу) частково переходить у механічну енергію.

Всі теплові двигуни складаються з трьох основних частин (рис. 2.4.1): нагрівник, робоче тіло, холодильник.

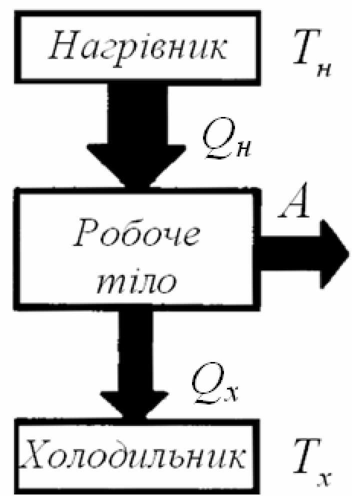


Рис. 2.4.1. Принцип роботи теплового двигуна

Робоче тіло двигуна (газ), розширюючись під час взаємодії з нагрівником та одержуючи від нього кількість теплоти $Q_н$, виконує роботу проти зовнішніх сил. Повертається газ до початкового стану під зовнішньою дією і при цьому віддає кількість теплоти $Q_х$ охолоджувачу («холодильнику»), яким, як правило, є навколишнє середовище. Робота, яку виконує газ при розширенні, обчислюється за формулою:

$$A = Q_н - Q_х,$$

де $Q_н$ – кількість теплоти, що отримує робоче тіло від нагрівника, $Q_х$ – кількість теплоти, що передається холодильнику.

Важливою характеристикою теплового двигуна є коефіцієнт корисної дії (ККД), який позначається літерою η (читається «ета»). Коефіцієнтом корисної дії називається відношення корисної роботи, що виконується даним двигуном, до кількості теплоти одержаної від нагрівника:

$$\eta = \frac{A}{Q_х}.$$

З двох останніх виразів можемо записати:

$$\eta = \frac{Q_н - Q_х}{Q_н} = 1 - \frac{Q_х}{Q_н}.$$

У XIX столітті, в результаті робіт по теплотехніці, французький інженер Саді Карно запропонував другий спосіб для обчислення ККД. Цей

ККД отримав назву максимального коефіцієнта корисної дії. Максимальне значення $\eta_{макс}$ ідеальної теплової машини можна знайти по формулі:

$$\eta_{макс} = \frac{T_н - T_х}{T_н} = 1 - \frac{T_х}{T_н},$$

де $T_н$ – температура нагрівника; $T_х$ – температура холодильника.

Коли в умові задачі сказано про ідеальну теплову машину, то вважається, що реальний ККД дорівнює максимальному значенню ККД, тобто $\eta = \eta_{макс}$, або

$$1 - \frac{Q_х}{Q_н} = 1 - \frac{T_х}{T_н}.$$

Звідси:

$$\frac{Q_х}{Q_н} = \frac{T_х}{T_н}.$$

У таблиці 2.4.1 наведені основні формули, які використовуються при розв'язанні задач з розділу «Молекулярна фізика і термодинаміка».

Таблиця 2.4.1.

Основні формули з розділу «Молекулярна фізика і термодинаміка»

Формула	**Назва формули**	**Позначення**
$pV = \frac{m}{M}RT$	Рівняння Менделєєва–Клапейрона (рівняння стану ідеального газу)	p – тиск газу; V – об'єм газу; m – маса газу; M – молярна маса; R – універсальна газова стала $\left(R = 8{,}31\,\frac{Дж}{моль \cdot К}\right)$; T – абсолютна температура
$\nu = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$	Кількість речовини	m – маса газу; M – молярна маса газу; N – кількість частинок у даній масі речовини; N_A – число Авогадро
$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$	Рівняння об'єднаного газового закону (рівняння Клапейрона)	p_1, p_2 – початковий і кінцевий тиск газу; V_1, V_2 – початковий і

Формула	Назва формули	Позначення
		кінцевий об'єм газу
$p = p_1 + p_2 + ... + p_n = \sum_{i=1}^{N} p_i$	Закон Дальтона	p – тиск суміші газів; p_i – парціальні тиски i-х газів суміші
$M = \dfrac{m_1 + m_2 + ... + m_i}{\nu_1 + \nu_2 + ... + \nu_i}$	Молярна маса суміші газів	ν_i – кількість речовини i-го газу суміші
$\overline{\vartheta} = \sqrt{\dfrac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}}$	середня квадратична швидкість молекул газу	
$< \vartheta > = \sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi M}}$	Середня арифметична швидкість молекули газу	
$\vartheta_{йм} = \sqrt{\dfrac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\dfrac{2RT}{M}}$	Найбільш ймовірна швидкість молекули газу	
$p = \dfrac{1}{3} m_0 n \overline{\vartheta}^2$ $p = \dfrac{2}{3} n \langle E_к \rangle$ $p = nkT$	Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газу	m_0 – маса молекули; n – концентрація атомів чи молекул; $\overline{\vartheta}$ – середня квадратична швидкість молекул газу; $\langle E_к \rangle$ – середня кінетична енергія поступального руху молекули; k – стала Больцмана $\left(k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \ \dfrac{Дж}{К} \right)$
$E_i = \dfrac{i}{2} kT$	Середня повна енергія теплового руху молекули	i – число ступенів вільності молекули газу ($i = i_{пост} + i_{об} + 2i_{кол}$ – число поступальних, обертальних та коливальних ступенів вільності)
$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} = p_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}$	Барометрична формула	p – тиск повітря на висоті h; p_0 – тиск повітря на поверхні Землі
$n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} = n_0 e^{-\frac{E_p}{kT}}$	Розподіл Больцмана молекул ідеального газу, що знаходяться в полі сили тяжіння Землі	n – концентрація молекул на висоті h; n_0 – концентрація молекул біля поверхні Землі; E_p

Формула	Назва формули	Позначення
		– потенціальна енергія молекули на висоті h
$z=\sqrt{2}\pi d^2 n\overline{\vartheta}$	Середнє число зіткнень молекули за 1с	d – ефективний діаметр молекули
$\overline{\lambda}=\frac{\overline{\vartheta}}{z}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n\overline{\vartheta}}$	Середня довжина вільного пробігу молекули	
$C_p=\frac{i+2}{2}R$	Молярна теплоємність при постійному тиску	i – число ступенів вільності молекули газу; R – універсальна газова стала
$C_V=\frac{i}{2}R$	Молярна теплоємність при постійному об’ємі	
$C_p-C_V=R$	Рівняння Майєра	
$\delta Q=dU+\delta A$	Перше начало термодинаміки	δQ – кількість теплоти, яка надається термодинамічній системі, dU – зміна внутрішньої енергії термодинамічної системи, dA – робота, яка виконується термодинамічною системою проти зовнішніх сил
$U=\frac{i}{2}\frac{m}{M}RT=\frac{m}{M}C_V T$	Внутрішня енергія ідеального газу	C_V – молярна теплоємність при постійному об’ємі
$pV^{\gamma}=const$ $TV^{\gamma-1}=const$ $TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}=const$	Рівняння Пуассона для адіабатного процесу	$\gamma=\frac{C_p}{C_V}$ показник адіабати, $\gamma=\frac{i+2}{i}$
$A=\frac{m}{M}RT\ln\frac{V_2}{V_1}=\frac{m}{M}RT\ln\frac{P_1}{P_2}$	Робота газу при ізотермічному процесі	p_1, p_2 – початковий і кінцевий тиск газу; V_1,
$A=p\left(V_2-V_1\right)=\frac{m}{M}R(T_2-T_1)$	Робота газу при ізобарному процесі	V_2 – початковий і

Формула	Назва формули	Позначення
$A=\frac{m}{M}C_p\left(T_1-T_2\right)=$ $=\frac{m}{M}\frac{RT_1}{(\gamma-1)}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]=$ $=\frac{p_1V_1}{(\gamma-1)}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]$	Робота газу при адіабатному процесі	кінцевий тиск об'єм газу; T_1, T_2 – початкова і кінцева температура газу
$\eta=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}=\frac{T_1-T_2}{T_1}$	Коефіцієнт корисної дії циклу Карно	Q_1 – кількість теплоти отриманої від нагрівника, Q_2 – кількість теплоти відданої холодильнику, T_1 – температура нагрівника, T_2 – температура холодильника
$\Delta S=S_2-S_1=\int_1^2\frac{dQ}{T}$	Зміна ентропії	ΔS – різниця ентропій S_2 і S_1 у двох рівноважних станах

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ З МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ І ТЕРМОДИНАМІКИ

Задача 1. В посудині об'ємом 3 м^3 знаходиться суміш 7 кг азоту і 2 кг водню при температурі 27°С. Визначити тиск і молярну масу суміші газів.

Дано:

$V=3\ м^3$

$m_1=7\ кг$

$m_2=2\ кг$

$T=27\ {}^0C=300\ K$

Знайти:

$p-?$

$M-?$

Розв'язок

Запишемо рівняння Клапейрона–Менделєєва для азоту і водню

$$p_1V = \frac{m_1}{M_1}RT\ , \qquad\qquad p_2V = \frac{m_2}{M_2}RT\ , \qquad (1)$$

де p_1 – парціальний тиск азоту, m_1 – маса азоту, M_1– його молярна маса, V – об'єм посудини, T – температура газу; R – молярна газова стала, p_2 – парціальний тиск водню, m_2 – маса водню, M_2 – його молярна маса.

За законом Дальтона, тиск суміші рівний сумі парціальних тисків газів, що входять в склад суміші:

$$p = p_1 + p_2 . \qquad (2)$$

Під парціальним тиском p_1 і p_2 розуміють той тиск, який чинив би газ, якби він тільки один знаходився в посудині.

З рівнянь (1) знайдемо p_1 і p_2 та підставимо в рівняння (2):

$$p = \frac{m_1RT}{M_1V} + \frac{m_2RT}{M_2V} = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)\frac{RT}{V} . \qquad (3)$$

Молярну масу суміші газів знайдемо по формулі

$$M = \frac{m_1 + m_2}{\nu_1 + \nu_2} , \qquad (4)$$

де ν_1 і ν_2 – число молів азоту і водню відповідно. Число молів газу знайдено за формулами:

$$\nu_1 = \frac{m_1}{M_1} \qquad \text{і} \qquad \nu_2 = \frac{m_2}{M_2} . \qquad (5)$$

Підставляючи (5) у (4) знаходимо:

$$M = \frac{m_1 + m_2}{\dfrac{m_1}{M_1} + \dfrac{m_2}{M_2}} . \qquad (6)$$

Підставляючи дані в (3) і (6) знайдемо:

$$p = \left(\frac{7}{28\cdot10^{-3}} + \frac{2}{2\cdot10^{-3}}\right)\frac{8{,}31\cdot300}{3} = 1{,}04\cdot10^6\ Па = 1{,}04\ МПа ,$$

$$M = \frac{7+2}{\dfrac{7}{28\cdot10^{-3}} + \dfrac{2}{2\cdot10^{-3}}} = 7{,}2\cdot10^{-3}\left(\frac{кг}{моль}\right).$$

Відповідь: $p = 1{,}04\ МПа$; $\mu = 7{,}2\cdot10^{-3}\left(\frac{кг}{моль}\right)$.

Задача 2. Визначити середні кінетичні енергії поступального і обертального руху молекул, що містяться в 4 кг кисню при температурі 200 К?

Дано:

$m = 4\ кг$

$T = 200\ K$

Знайти:

$\langle E_{пост} \rangle - ?$

$\langle E_{об} \rangle - ?$

Розв'язок

Вважаємо кисень ідеальним газом. Для двохатомного газу, число ступенів вільності молекули $i = 5$. В середньому на одну ступінь вільності припадає енергія :

$$\langle \varepsilon_i \rangle = kT\,,$$

де k – стала Больцмана, T – термодинамічна температура.

З п'яти ступенів вільності поступальному руху відповідає три ($i = 3$). Тоді енергія однієї молекули: $\langle \varepsilon_{пост} \rangle = \frac{3}{2}kT$, $\langle \varepsilon_{об} \rangle = kT$.

Число молекул, що містяться в масі газу:

$$N = \nu N_A = \frac{m}{\mu} N_A,$$

де m – маса кисню, μ – його молярна маса, ν – кількість молів, N_A – стала Авогадро.

Тоді середня кінетична енергія поступального руху молекул кисню рівна:

$$\langle E_{пост} \rangle = \frac{m}{\mu} N_A \cdot \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2}\frac{m}{\mu} RT\,, \tag{1}$$

де $R = kN_A$ – універсальна газова стала.

Середня кінетична енергія обертального руху молекул кисню:

$$\langle E_{об} \rangle = \frac{m}{\mu} RT \,. \tag{2}$$

Підставляючи числові значення у формули (1) і (2), отримаємо

$$\langle E_{пост} \rangle = \frac{3 \cdot 4 \cdot 8{,}31 \cdot 200}{2 \cdot 32 \cdot 10^{-3}} = 3{,}12 \cdot 10^{5} \ Дж \,.$$

$$\langle E_{об} \rangle = \frac{4 \cdot 8{,}31 \cdot 200}{32 \cdot 10^{-3}} = 2{,}08 \cdot 10^{5} \ Дж \,.$$

Відповідь: $\langle E_{пост} \rangle = 3{,}12 \cdot 10^{5}\ Дж$; $\langle E_{об} \rangle = 2{,}08 \cdot 10^{5}\ Дж$.

Задача 3. Визначити середню довжину вільного пробігу молекул і число зіткнень за 1 с, що відбуваються між всіма молекулами водню, який міститься в посудині ємністю 1 л при температурі 27°С і тиску 10^4 Па.

Дано:

$t = 1\ c$

$V = 1\ л = 10^{-3}\ м^3$

$T = 27\ {}^0C = 300\ K$

$p = 10^4\ Па$

Знайти:

$< \lambda > -?$

Розв'язок

Середня довжина вільного пробігу молекул:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} \,, \tag{1}$$

де d – ефективний діаметр молекули n – концентрація молекул в одиниці об'єму. Концентрацію молекул визначаємо з основного рівняння молекулярно–кінетичної теорії:

$$p = nkT \,.$$

Звідки:

$$n = \frac{p}{kT} \,, \tag{2}$$

де k – стала Больцмана. Підставляючи (2) в (1) маємо:

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}. \qquad (3)$$

Число зіткнень Z, що відбуваються між всіма молекулами за 1 с, знаходимо із співвідношення:

$$Z = \frac{\langle z \rangle N}{2}, \qquad (4)$$

де N – число молекул водню в посудині об'ємом $V = 10^{-3}\ м^3$, $\langle z \rangle$ – середнє число співударів однієї молекули за 1 с.

Число молекул в посудині:

$$N = nV. \qquad (5)$$

Середнє число зіткнень молекули за 1 с:

$$< z > = \frac{< \vartheta >}{\bar{\lambda}}, \qquad (6)$$

де $< \vartheta >$ – середня арифметична швидкість молекули:

$$< \vartheta > = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}. \qquad (7)$$

Підставляючи в (4) вирази (5), (6), (7), знаходимо:

$$Z = \frac{2\pi d^2 p^2 V}{(kT)^2}\sqrt{\frac{RT}{\pi M}}.$$

Підставимо дані:

$$Z = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot \left(2{,}3 \cdot 10^{-10}\right) \cdot \left(10^4\right) \cdot 10^{-3}}{\left(1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300\right)^2} \frac{8{,}31 \cdot 300}{3{,}14 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 1{,}21 \cdot 10^{30}\ \left(c^{-1}\right),$$

$$\bar{\lambda} = \frac{1{,}31 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{2 \cdot 3{,}14 \cdot \left(2{,}3 \cdot 10^{-10}\right)^2 \cdot 10^4} = 1{,}76 \cdot 10^{-6}\ м.$$

Відповідь: $Z = 1{,}21 \cdot 10^{30}\ \left(c^{-1}\right)$; $\bar{\lambda} = 1{,}76 \cdot 10^{-6}\ м$.

Задача 4. Газова суміш складається з азоту масою 3 кг і водяної пари масою 1 кг. Приймаючи ці гази за ідеальні, визначити питомі теплоємності c_p та c_V газової суміші.

Дано:

$m_1 = 3\ кг$

$m_2 = 1\,кг$

$M_{N_2} = 28 \cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль}$

$M_{H_2O} = 18 \cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль}$

Найти:

c_p – ?

c_V – ?

Розв'язок

Кількість теплоти, необхідна для нагрівання суміші газів при постійному тиску на деяку температуру ΔT визначається формулою:

$$Q = c_p \left(m_1 + m_2\right)\Delta T, \tag{1}$$

де c_p – питома теплоємність при постійному тиску газової суміші; m_1 і m_2 – відповідно маси першого та другого газу в суміші.

З іншого боку, цю кількість теплоти можемо записати так:

$$Q = \left(c_{p1} m_1 + c_{p2} m_2\right)\Delta T, \tag{2}$$

де c_{p1} – питома теплоємність при постійному тиску першого газу; c_{p2} – питома теплоємність при постійному тиску другого газу.

Із рівнянь (1) та (2) можемо записати:

$$\left(c_{p1} m_1 + c_{p2} m_2\right)\Delta T = c_p \left(m_1 + m_2\right)\Delta T.$$

Звідси:

$$c_p = \frac{c_{p1} m_1 + c_{p2} m_2}{m_1 + m_2}. \tag{3}$$

Питома теплоємність газу при постійному тиску визначається формулою:

$$c_p = \frac{i+2}{2}\frac{R}{M}, \tag{4}$$

де $R = 8{,}31\ \frac{Дж}{моль \cdot K}$ – універсальна газова стала; M – молярна маса газу; де i – число ступенів вільності.

Запишемо вираз (4) окремо для двох газів:

$$c_{p_1} = \frac{i_1 + 2}{2} \frac{R}{M_{N_2}}, \tag{5}$$

$$c_{p_2} = \frac{i_2 + 2}{2} \frac{R}{M_{H_2O}}, \tag{6}$$

де i_1 – число ступенів вільності азоту; i_2 – число ступенів вільності водяної пари.

Підставимо вирази (5) і (6) в (3):

$$c_p = \frac{\frac{i_1 + 2}{2} \frac{R}{M_{N_2}} m_1 + \frac{i_2 + 2}{2} \frac{R}{M_{H_2O}} m_2}{m_1 + m_2} = \frac{i_1 + 2}{2} \frac{R}{M_{N_2}} \frac{m_1}{m_1 + m_2} + \frac{i_2 + 2}{2} \frac{R}{M_{H_2O}} \frac{m_2}{m_1 + m_2},$$

$$c_p = \frac{i_1 + 2}{2} \frac{R}{M_{N_2}} \frac{m_1}{m_1 + m_2} + \frac{i_2 + 2}{2} \frac{R}{M_{H_2O}} \frac{m_2}{m_1 + m_2}. \tag{7}$$

Кількість теплоти, необхідна для нагрівання суміші газів при постійному об’ємі на деяку температуру ΔT визначається формулою:

$$Q = c_V (m_1 + m_2) \Delta T, \tag{8}$$

де c_V – питома теплоємність при постійному об’ємі газової суміші.

З іншого боку, цю кількість теплоти можемо записати так:

$$Q = (c_{V1} m_1 + c_{V2} m_2) \Delta T, \tag{9}$$

де c_{V1} – питома теплоємність при постійному об’ємі першого газу; c_{V2} – питома теплоємність при постійному об’ємі другого газу.

Із рівнянь (9) і (10) можемо записати:

$$(c_{V1} m_1 + c_{V2} m_2) \Delta T = c_{V2} (m_1 + m_2) \Delta T.$$

Звідси:

$$c_V = \frac{c_{V1} m_1 + c_{V2} m_2}{m_1 + m_2}. \tag{10}$$

Питома теплоємність газу за постійному об’ємі визначається формулою:

$$c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{M}. \qquad (11)$$

Запишемо вираз (11) окремо для двух газів:

$$c_{V_1} = \frac{i_1}{2}\frac{R}{M_{Ne}}, \qquad (12)$$

$$c_{V_2} = \frac{i_2}{2}\frac{R}{M_H}, \qquad (13)$$

де i_1 – число ступенів вільності азоту; i_2 – число ступенів вільності водяної пари.

Підставимо вирази (12) і (13) в (10):

$$c_V = \frac{\frac{i_1}{2}\frac{R}{M_{N_2}}m_1 + \frac{i_2}{2}\frac{R}{M_{H_2O}}m_2}{m_1+m_2} = \frac{i_1}{2}\frac{R}{M_{N_2}}\frac{m_1}{m_1+m_2} + \frac{i_2}{2}\frac{R}{M_{H_2O}}\frac{m_2}{m_1+m_2},$$

$$c_V = \frac{i_1}{2}\frac{R}{M_{N_2}}\frac{m_1}{m_1+m_2} + \frac{i_2}{2}\frac{R}{M_{H_2O}}\frac{m_2}{m_1+m_2}. \qquad (14)$$

Підставимо дані в (7) і (14), враховуючи, що для азоту $i_1 = 5$, а для водяної пари $i_2 = 6$:

$$c_p = \frac{5+2}{2}\cdot\frac{8{,}31}{28\cdot 10^{-3}}\cdot\frac{3}{3+1} + \frac{6+2}{2}\cdot\frac{8{,}31}{18\cdot 10^{-3}}\cdot\frac{1}{3+1} = 1241\,\frac{Дж}{кг\cdot К}$$

$$c_p = \frac{5}{2}\cdot\frac{8{,}31}{28\cdot 10^{-3}}\cdot\frac{3}{3+1} + \frac{6}{2}\cdot\frac{8{,}31}{18\cdot 10^{-3}}\cdot\frac{1}{3+1} = 903\,\frac{Дж}{кг\cdot К}$$

Відповідь: $c_p = 1241\,\frac{Дж}{кг\cdot К}$; $c_V = 903\,\frac{Дж}{кг\cdot К}$.

Задача 5. Теплова машина працює по циклу, що складається із двох ізотерм з температурами $T_1 = 546\,К$ і $T_2 = 273\,К$, і двох ізобар ($p_1 = 2p_2$). Знайти ККД циклу, якщо робочою речовиною є повітря.

Дано:

$T_1 = 546\,К$

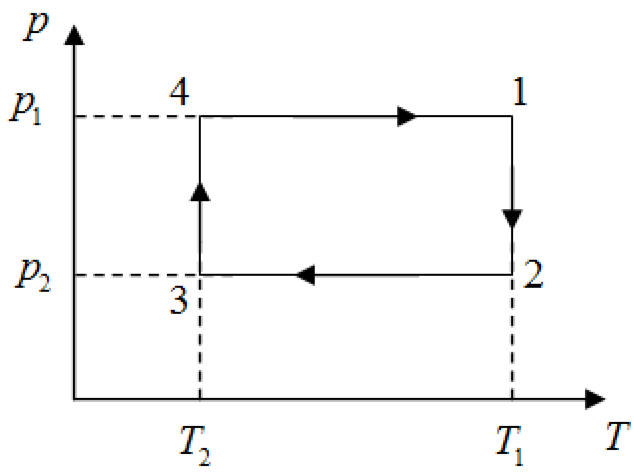
$T_2 = 273\,К$

$p_1 = 2p_2$

Знайти:

$\eta - ?$

Розв'язок



Згідно з першим законом термодинаміки, кількість теплоти Q, отримана газом, витрачається на зміну внутрішньої енергії ΔU та здійснення газом роботи A проти зовнішніх сил:

$$Q = \Delta U + A. \quad (1)$$

При ізотермічному переході 1-2 ($T_1 = const$) $\Delta U = 0$. Тому, виходячи з (1), можемо записати:

$$Q_{12} = A_{12} = \frac{m}{M} R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (2)$$

де M – молярна маса газу; m – маса газу; $R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К}$ – універсальна газова стала; V_1 – початковий об'єм газу; V_2 – кінцевий об'єм газу.

На ділянці 1-2 процес ізотермічний ($T = const$) та маса газу теж не змінювалася $m = const$. Тоді можемо скористатися законом Бойля-Маріотта:

Звідси:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}. \quad (3)$$

За умовою задачі $p_1 = 2p_2$. Тоді із (3) маємо:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{2p_2}{p_2} = 2. \quad (4)$$

Підставимо (4) в (2):

$$Q_{12} = A_{12} = \frac{m}{M} RT_1 \ln 2\,. \qquad (5)$$

Робота газу при ізобарному процесі дорівнює:

$$A = p(V_2 - V_1)\,, \qquad (6)$$

де p – тиск газу; V_1 – початковий об'єм газу; V_2 – кінцевий об'єм газу.

Запишемо рівняння Менделєєва – Клапейрона для двох станів газу:

$$pV_1 = \frac{m}{M} RT_1\,, \qquad (7)$$

$$pV_2 = \frac{m}{M} RT_2\,, \qquad (8)$$

де $M = 29 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль}$ – молярна маса повітря; m – маса газу; p – тиск газу; V – об'єм газу; T – температура газу.

Із рівнянь (2) і (3) можемо записати:

$$p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)\,. \qquad (9)$$

З рівнянь (6) та (9) бачимо, що роботу можна виразити формулою:

$$A = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)\,. \qquad (10)$$

Зміна внутрішньої енергії рівна:

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{M} R(T_2 - T_1)\,, \qquad (11)$$

де i – число ступенів вільності. Для повітря $i = 6$.

При ізобарному процесі 2-3 кількість теплоти дорівнює:

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23}\,. \qquad (12)$$

Згідно виразу (10) A_{23} рівна:

$$A_{23} = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)\,. \qquad (13)$$

Згідно виразу (11) ΔU_{23} рівна:

$$\Delta U_{23} = \frac{6}{2}\frac{m}{M} R(T_2 - T_1) = 3\frac{m}{M} R(T_2 - T_1)\,. \qquad (14)$$

Підставимо (13) і (14) в (12):

$$Q_{23} = 3\frac{m}{M}R(T_2 - T_1) + \frac{m}{M}R(T_2 - T_1) = 4\frac{m}{M}R(T_2 - T_1). \quad (15)$$

При ізотермічному переході 3-4 ($T_2 = const$) $\Delta U = 0$, тому, виходячи з (1), можемо записати:

$$Q_{34} = A_{34} = \frac{m}{M}RT_2 \ln\frac{V_4}{V_3}. \quad (16)$$

На ділянці 3-4 процес ізотермічний ($T = const$) і маса газу теж не змінювалася $m = const$. Тоді можемо скористатися законом Бойля-Маріотта:

$$p_2V_3 = p_1V_4.$$

Звідси:

$$\frac{V_4}{V_3} = \frac{p_2}{p_1}, \quad (17)$$

За умовою задачі $p_1 = 2p_2$. Тоді із (17) маємо:

$$\frac{V_4}{V_3} = \frac{p_2}{2p_2} = \frac{1}{2}. \quad (18)$$

Підставимо (18) в (16):

$$Q_{34} = A_{34} = \frac{m}{M}RT_2 \ln\frac{1}{2} \quad (19)$$

При ізобарному процесі 4-1 кількість теплоти дорівнює:

$$Q_{41} = \Delta U_{41} + A_{41}. \quad (20)$$

Згідно виразу (10) A_{41} рівна:

$$A_{41} = \frac{m}{M}R(T_1 - T_2). \quad (21)$$

Згідно виразу (11) ΔU_{41} рівна:

$$\Delta U_{23} = \frac{6}{2}\frac{m}{M}R(T_1 - T_2) = 3\frac{m}{M}R(T_1 - T_2). \quad (22)$$

Підставимо (21) і (22) в (20):

$$Q_{41} = 3\frac{m}{M}R(T_1 - T_2) + \frac{m}{M}R(T_1 - T_2) = 4\frac{m}{M}R(T_1 - T_2). \quad (23)$$

Одержана за цикл теплота рівна:

$$Q = Q_{12} + Q_{41} = \frac{m}{M}RT_1 \ln 2 + 4\frac{m}{M}R(T_1 - T_2),$$

$$Q=\frac{m}{M}RT_1\ln 2+4\frac{m}{M}R(T_1-T_2). \qquad (24)$$

Виконана за цикл робота дорівнює:

$$A=\frac{m}{M}RT_1\ln 2+\frac{m}{M}R(T_2-T_1)+\frac{m}{M}RT_2\ln\frac{1}{2}+\frac{m}{M}R(T_1-T_2)=$$

$$=\frac{m}{M}RT_1\ln 2+\frac{m}{M}R(T_2-T_1)+\frac{m}{M}RT_2\ln\frac{1}{2}-\frac{m}{M}R(T_2-T_1)=\frac{m}{M}RT_1\ln 2+\frac{m}{M}RT_2\ln\frac{1}{2},$$

$$A=\frac{m}{M}RT_1\ln 2+\frac{m}{M}RT_2\ln\frac{1}{2}. \qquad (25)$$

ККД циклу Карно рівний:

$$\eta=\frac{A}{Q}. \qquad (26)$$

Підставимо (24) і (25) в (26):

$$\eta=\frac{\frac{m}{M}RT_1\ln 2+\frac{m}{M}RT_2\ln\frac{1}{2}}{\frac{m}{M}RT_1\ln 2+4\frac{m}{M}R(T_1-T_2)}=\frac{T_1\ln 2+T_2\ln\frac{1}{2}}{T_1\ln 2+4(T_1-T_2)},$$

$$\eta=\frac{T_1\ln 2+T_2\ln\frac{1}{2}}{T_1\ln 2+4(T_1-T_2)}. \qquad (27)$$

Підставимо дані в (27):

$$\eta=\frac{546\cdot\ln 2+273\cdot\ln\frac{1}{2}}{546\cdot\ln 2+4\cdot(546-273)}=0{,}13=13\,\%.$$

Відповідь: $\eta=13\,\%$**.**

Задача 6. Об’єм аргону, що знаходиться під тиском 80 кПа, збільшився від 1 до 2 л. Як зміниться внутрішня енергія газу, якщо розширення проводилось: а) ізобарно; б) адіабатно.

Дано:

$p=80\,кПа=8\cdot 10^4\ Па$

$V_1=1\,л=10^{-3}\ м^3$

$V_2=2\,л=2\cdot 10^{-3}\ м^3$

Знайти:

$\Delta U - ?$

Розв'язок

Використаємо перший закон термодинаміки. Згідно цього закону кількість теплоти *Q*, передана системі, витрачається на збільшення внутрішньої енергії ΔU і на виконання зовнішньої механічної роботи *A*:

$$Q = \Delta U + A, \tag{1}$$

де

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T, \tag{2}$$

m – маса газу, C_V – молярна ізохорна теплоємність , рівна:

$$C_V = \frac{i}{2} R, \tag{3}$$

де i – число ступенів вільності. Тоді вираз (2) приймає вигляд:

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T. \tag{4}$$

Запишемо рівняння Клапейрона-Мендєлєєва для початкового і кінцевого станів газу при ізобаричному процесі

$$pV_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 \text{ і } pV_2 = \frac{m}{\mu} RT_2.$$

Звідси:

$$p(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1). \tag{5}$$

Підставивши (5) в (4), отримаємо

$$\Delta U = \frac{i}{2} p\left(V_2 - V_1\right). \tag{6}$$

При адіабатному розширенні газу теплообмін з зовнішнім середовищем відсутній, тому $Q = 0$. Рівняння (1) запишемо у вигляді

$$\Delta U + A = 0, \tag{7}$$

або

$$A = -\Delta U. \tag{8}$$

Знак «мінус» перед ΔU означає, що робота розширення газу може бути виконана лише за рахунок зменшення внутрішньої енергії газу.

Робота, що здійснюється газом при адіабатичному процесі:

$$A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}\right], \tag{9}$$

де $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$ – показник адіабати. Для аргону – одноатомного газу ($i = 3$) – маємо $\gamma = 1{,}67$.

Знайдемо зміну внутрішньої енергії при адіабатичному процесі для аргону, враховуючи формули (8) і (9):

$$\Delta U = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1}\left[\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1} - 1\right]. \tag{10}$$

Підставляючи числові значення в (6) і (10), отримаємо:

а) при ізотермічному розширенні:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \cdot 0{,}8 \cdot 10^5 \left(2 \cdot 10^{-3} - 10^{-3}\right) = 120\ (\textit{Дж}).$$

б) При адіабатному розширенні:

$$\Delta U = \frac{0{,}8 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3}}{1{,}67 - 1}\left[\left(\frac{10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}}\right)^{1{,}67-1} - 1\right] = -44{,}6\ (\textit{Дж}).$$

Відповідь: $\Delta U = 120\ (\textit{Дж})$; $\Delta U = -44{,}6\ (\textit{Дж})$.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

1. Який об'єм при нормальних умовах займає суміш 4 кг гелію і 4 кг азоту?

2. В балоні об'ємом 5 л знаходиться 2 кг водню і 1 кг кисню. Знайти тиск суміші, якщо температура навколишнього середовища 7 ^{0}C?

3. У скільки разів густина повітря, що заповнює приміщення зимою (7 ^{0}C), більша за його густину літом (37 ^{0}C)? Тиск однаковий.

4. Який об’єм займають 10 кг кисню при тиску 750 мм.рт.ст і температурі 20 ^{0}С?

5. Який може бути найменший об’єм балону, що містить 6,4 кг кисню, якщо його стінки при температурі 20 ^{0}С витримує тиск 15,7 МПа?

6. Густина деякого газу при температурі 10 ^{0}С і тиску 0,2 Мпа рівна 0,34 кг/м^3. Чому дорівнює молярна маса цього газу?

7. В балоні об’ємом 10 л знаходиться стиснуте повітря при 27 ^{0}С. Після того як частину повітря випустили, тиск понизився на $2 \cdot 10^5$ Па. Знайти масу випущеного повітря. Процес вважати ізотермічним.

8. В посудині, що має форму кулі, радіус якої 0,2 м, знаходиться 80 г азоту. До якої температури можна нагрівати посудину , якщо її стінки витримують тиск $7 \cdot 10^5$ Па?

9. При якій температурі знаходиться газ, якщо при нагріванні його на 20 ^{0}С при сталому тиску об’єм збільшився в 2 рази? Для яких газів це можливо?

10. В балонах об’ємом 10 л і 22 л міститься газ. Тиск в першому балоні 1,2 МПа, в другому –1,6 МПа. Визначити загальний тиск газу після з’єднання балонів, якщо температура газу лишилась незмінною.

11. Який об’єм при нормальних умовах займає суміш 2 кг кисню і 1 кг азоту?

12. При температурі 27 ^{0}С і тиску $12 \cdot 10^{23}$ кПа густина суміші водню і азоту 10 г/дм^3. Визначити молярну масу суміші.

13. Балон об’ємом 15 л містить суміш водню і азоту при температурі 300 К і тиску 1,23 МПа. Маса суміші 145 г. Визначити масу водню і масу азоту.

14. В порожню посудину об’ємом 5 дм^3 впустили 3 дм^3 азоту під тиском 250 кПа і 4 дм^3 водню під тиском 50 кПа. Який тиск утвореної суміші?

15. Тиск ідеального газу 2 МПа, концентрація молекул $2\cdot10^3$ см$^{-3}$. Визначити середню кінетичну енергію поступального руху однієї молекули і температуру газу.

16. Визначити середню кінетичну енергію однієї молекули неону, кисню і водяної пари при температурі 500 К.

17. Середня кінетична енергія поступального руху молекул газу рівна $5\cdot10^{-21}$ Дж. Концентрація молекул $3\cdot10^{19}$ см$^{-3}$. Визначити тиск газу.

18. Визначити середню кінетичну енергію обертального руху однієї молекули двохатомного газу, якщо сумарна кінетична енергія молекул 1 кмоля цього газу 6,02 МДж.

19. Скільки молекул водню знаходиться в посудині об'ємом 1 л, якщо середня квадратична швидкість руху молекул 500 м/с, а тиск на стінки посудини 1 КПа.

20. Знайти середню кінетичну енергію обертального руху всіх молекул, що містяться в 0,25 г водню при температурі 27^0С.

21. Визначити концентрацію молекул ідеального газу при температурі 350 К і тиску 10^3 кПа.

22. Визначити температуру ідеального газу, якщо середня кінетична енергія поступального руху його молекул $2{,}8\cdot10^{-19}$ Дж.

23. У посудині об'ємом 500 см^3 знаходиться газ при температурі 45 ^{0}С. Внаслідок витікання газу із посудини просочилось 10^{21} молекул. На скільки понизився тиск газу в посудині?

24. Скільки молекул газу знаходиться в посудині об'ємом 20 л при нормальних умовах?

25. Скільки зіткнень за секунду в середньому зазнає молекула водню, що знаходиться в нормальних умовах?

26. Посудина об'ємом 10 л містить водень масою 20 г. Визначити середнє число зіткнень молекул за секунду, якщо температура газу 300 К.

27. У посудині об'ємом 1 л знаходиться 8 г кисню. Знайти середню довжину вільного пробігу молекул.

28. Визначити середню довжину вільного пробігу молекул азоту, якщо густина розрідженого газу $0{,}9 \cdot 10^{-6}$ кг/м^3.

29. При якому тиску середню довжину вільного пробігу молекул кисню рівна 1,25 м, якщо температура газу 47 ^{0}С?

30. Обчислити середню довжину вільного пробігу молекул повітря при тиску 10^2 кПа і температурі 10 ^{0}С.

31. При якому процесі вигідніше проводити розширення вуглекислого газу – адіабатичному чи ізотермічному, якщо об'єм збільшується в 2 рази? Початкова температура в обох випадках однакова.

32. Знайти роботу і зміну внутрішньої енергії при адіабатичному розширенні 0,5 кг повітря, якщо його об'єм збільшився в 5 разів. Початкова температура 17 ^{0}С.

33. Визначити кількість теплоти, надану 14 г азоту, якщо він був ізобарично нагрітий від 37 до 187 ^{0}С. Яку роботу при цьому здійснить газ і як зміниться його внутрішня енергія?

34. У скільки разів збільшиться об'єм 2 молів водню при ізотермічному розширенні при температурі 27 ^{0}С, якщо при цьому була затрачена теплота 8 кДж?

35. Водень, що займає об'єм 4 л і знаходиться під тиском 10^5 Па, адіабатно стиснутий до об'єму 1 л. Знайти роботу стиску і зміну внутрішньої енергії водню.

36. Газ, що займає об'єм 10 л під тиском 0,5 МПа, ізобарно нагрівають від 323 до 473 К. Знайти роботу розширення газу.

37. При нагріванні 0,5 кмоль азоту було передано 1000 Дж теплоти. Знайти роботу розширення при сталому тиску.

38. Визначити яку кількість теплоти надати 440 г вуглекислого газу, щоб нагріти його на 10 К: а) ізохорно; б) ізобарно.

39. Яку кількість теплоти необхідно надати 1 моль кисню, щоб він здійснив роботу 10Дж: а) при ізотермічному процесі; б) при ізобарному.

40. Азот масою 1 кг при температурі 300 K стискають: а) ізотермічно; б) адіабатно, збільшуючи тиск в 10 разів. Визначити роботу затрачену на тиск в обох випадках.

41. Яка частина теплоти, отриманої від нагрівника, віддається холодильнику при прямому циклі Карно, якщо температура 500 K, температура холодильника 175 K?

42. Знайти ККД циклу, що складається з двох ізобар і двох адіабат, якщо температури характерних точок рівні: $T_1 = 370K$, $T_2 = 600K$, $T_3 = 500K$, $T_4 = 350K$. Розв'язок пояснити діаграмою $p - V$.

43. За рахунок 1 кДж теплоти, отриманого від нагрівника, машина що працює за циклом Карно здійснює роботу 0,5 кДж. Температура нагрівника 500 K. Визначити температуру холодильника.

44. При прямому циклі Карно теплова машина виконує роботу 200 Дж. Температура нагрівника 375 K, холодильника 300 K. Знайти кількість теплоти, що отримує машина від нагрівника.

45. Визначити, на скільки відсотків зміниться ККД прямого циклу Карно, якщо температура нагрівника 894 K, а температура холодильника зменшилась від 494 до 394 K.

46. Здійснюючи прямий цикл Карно, газ віддав холодильнику 25 % теплоти, отриманої від нагрівника. Визначити температуру холодильника, якщо температура нагрівника 500 K.

47. Теплова машина працює за циклом Карно, ККД якого 0,2. Яким буде ККД цієї машини, якщо вона здійснить цей же цикл в зворотному напрямі?

48. Холодильна машина працює по оборотному циклу Карно, ККД якого 300 %. Яким буде ККД теплової машини, що здійснює прямий цикл Карно?

49. Визначити роботу ідеальної теплової машини за один цикл, якщо вона протягом циклу отримує від нагрівника 2095 Дж теплоти. Температура 500 K, холодильника 300 K.

50. Температура нагрівника теплової машини, що працює за циклом Карно 480 К, температура холодильника 390 К. Яка повинна бути температура нагрівника при незмінній температурі холодильника, щоб ККД машини збільшився в два рази?

РОЗДІЛ 3. ЕЛЕКТРИКА І МАГНЕТИЗМ

3.1. Електричний заряд. Закон Кулона. Електричне поле. Напруженість та потенціал електричного поля.

Електростатика – це розділ фізики, який вивчає взаємодію заряджених тіл або частинок. *Електричний заряд (q)* – невід'ємна властивість деяких елементарних частинок (електронів, протонів та ін.), що визначає їх взаємодію із зовнішнім електромагнітним полем. Одиниця електричного заряду в СІ – Кулон [q] = Кл, 1 Кл=1А·с. Отже, електричний заряд – це не матерія, а лише властивість тіл, тобто заряд не може існувати окремо від тіла.

Існує два види електричних зарядів, які умовно називають *позитивними* і *негативними*. Заряди одного знака відштовхуються, різних знаків – притягуються. Властивості електричного заряду:

1. Заряд елементарних частинок є однаковий за величиною. Його називають елементарним зарядом $q_e = e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *Кл*.

2. Заряд тіла утворюється сукупністю елементарних зарядів, тому він є величиною, кратною *e*: $q = eN$, *N*=1,2,3… Ця властивість називається дискретністю електричного заряду.

3. Алгебрична сума зарядів електрично ізольованої системи заряджених тіл залишається величиною сталою: $q_1 + q_2 + ... + q_N = const$, або $\sum_{i=1}^{N} q_i = const$. Це твердження називається законом збереження електричного заряду.

4. Величина заряду не залежить від того, рухається заряд чи ні, тобто, заряд – величина інваріантна.

Точковий заряд – це заряджене тіло, розмірами якого можна знехтувати в порівнянні з відстанню від цього тіла до інших заряджених тіл. Закон, який дозволяє знайти силу взаємодії точкових зарядів, був встановлений експериментально у 1785 році Ш. Кулоном: *сила взаємодії двох нерухомих точкових зарядів пропорційна добутку цих зарядів, обернено пропорційна* *квадрату відстані між ними і залежить від середовища, в якому знаходяться ці заряди*:

$$F = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{\varepsilon r^2},$$

де $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot10^9\ \frac{Н\cdot м^2}{Кл^2}$ – коефіцієнт пропорційності в СІ; $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}\ Ф/м$ – електрична стала; r – відстань між точковими зарядами; ε – діелектрична проникність середовища. Діелектрична проникність середовища – величина, яка вказує у скільки разів сила взаємодії двох зарядів у даному середовищі менша сили взаємодії у вакуумі. Для вакууму ε=1. Сила взаємодії двох точкових зарядів спрямована вздовж прямої, що їх з'єднує (рис. 3.1.1):

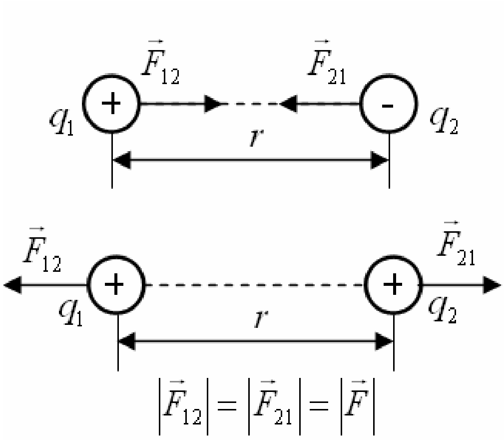


Рис. 3.1.1. Взаємодія різнойменних та однойменних точкових електричних зарядів

Будь-яке електрично заряджене тіло створює в оточуючому його просторі електричне поле, наявність якого довів на початку XIX століття англійський фізик Майкл Фарадей, провівши ряд експериментів. *Електричне поле* – це матеріальне середовище, що існує навколо заряджених тіл і проявляє себе силовою дією на заряди. Особливістю його є те, що це поле створюється електричними зарядами і зарядженими тілами, а також впливає на ці об'єкти незалежно від того, рухаються вони чи ні. Якщо електрично заряджені тіла або частинки нерухомі в даній системі відліку, то їх взаємодія здійснюється за допомогою електростатичного поля. *Електростатичне поле* – це електричне поле, що не змінюється у часі.

Силовою характеристикою електричного поля є його напруженість. *Напруженість електричного поля* ($\vec{E}$) – векторна фізична величина, силова характеристика електричного поля, що чисельно дорівнює силі, яка діє на одиничний позитивний заряд, що внесений в дану точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{пр}}.$$

Одиниця напруженості електричного поля в СІ – $\frac{В}{м}$: $[E] = \frac{В}{м}$.

Напруженість електричного поля зображають за допомогою ліній, які називаються силовими лініями або лініями напруженості електричного поля. Напрямок цих ліній показано на рис. 3.1.2: а) для точкового позитивного заряду; б) для точкового негативного заряду; в) для системи точкових зарядів; г) для двох довгих різнойменно заряджених площин:

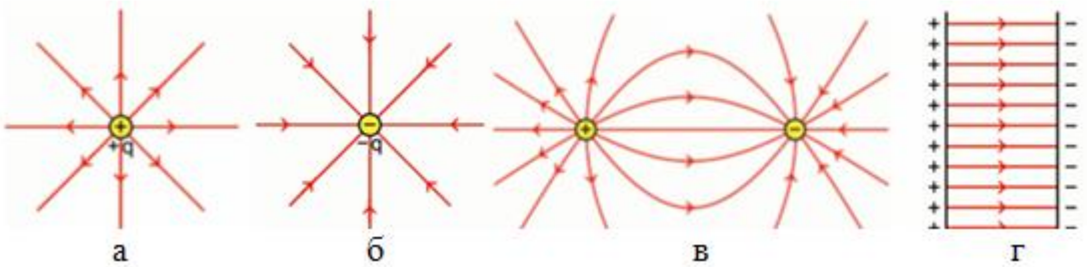


Рис. 3.1.2. Напрямок ліній напруженості електричного поля різних заряджених тіл

Лініями напруженості електричного поля називаються неперервні лінії, дотичні до яких в кожній точці співпадають з вектором напруженості поля в даній точці. Ці лінії мають початок і кінець: починаються вони на позитивних зарядах, а закінчуються на негативних.

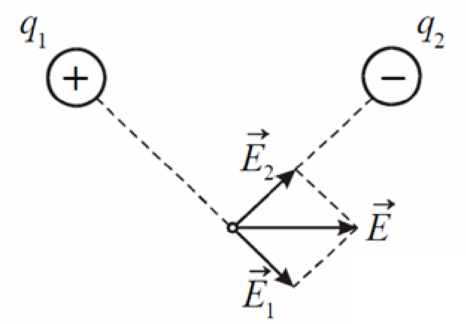
Якщо величина і напрям вектора напруженості поля в кожній точці однакові, таке поле називається однорідним.

Виходячи із закону Кулона, можна розрахувати напруженість електричного поля, що створюється точковим зарядом q:

$$E=\frac{F}{q_{np}}=k\frac{|q|}{\varepsilon r^2}.$$

Якщо поле створюється декількома зарядами, то результуюча напруженість електричного поля системи зарядів дорівнює векторній сумі напруженостей полів, які створював би кожний із зарядів системи окремо:

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+...+\vec{E}_N=\sum_{i=1}^{N}\vec{E}_i.$$



Це твердження носить назву *принципу суперпозиції полів*. Принцип суперпозиції дозволяє розрахувати напруженість поля будь-якої системи зарядів.

Потенціальною енергією заряду q_{np} в полі заряду q називається скалярна фізична величина, що обчислюється за формулою:

$$W_n=k\frac{qq_{np}}{\varepsilon r}.$$

Потенціал (φ) – скалярна фізична величина, енергетична характеристика електростатичного поля, що чисельно дорівнює потенціальній енергії, яку мав би в даній точці поля одиничний позитивний заряд:

$$\varphi=\frac{W_n}{q_{np}}.$$

В системі СІ потенціал вимірюється у вольтах: $[\varphi]=B$.

З двох останніх формул можемо записати:

$$\varphi=k\frac{q}{\varepsilon r}.$$

Якщо r прямує до нескінченності ($r\to\infty$), то потенціал φ наближається до нуля. Це означає, що потенціал поля точкового заряду дорівнює нулю в нескінченно віддаленій точці.

Робота A, що виконується силами електростатичного поля при переміщенні заряду q з точки 1, потенціал якої φ_1, в точку 2 з потенціалом φ_2 рівна:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Величину $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ називають *різницею потенціалів*. Електричні потенціали прийнято пов'язувати не з абсолютними значеннями потенціалів, а з їх різницею між різними точками простору. Таким чином:

$$A = q\Delta\varphi.$$

Потенціал нескінченно віддаленої точки простору приймають за нульовий потенціал. Якщо заряд q з точки, потенціал якої φ, віддаляється на нескінченність (там, де за умовою потенціал рівний нулю), то робота сил електричного поля дорівнює:

$$A_\infty = q\varphi.$$

Звідси випливає, що потенціал чисельно дорівнює роботі, яка виконується силами електростатичного поля під час переміщення одиничного позитивного заряду з цієї точки поля на нескінченність:

$$\varphi = \frac{A_\infty}{q}.$$

На практиці за нульовий потенціал звичайно приймають потенціал Землі.

Якщо поле створюється системою зарядів, то, відповідно до принципу суперпозиції, потенціал результуючого поля дорівнює алгебричній сумі потенціалів, що створюються кожним зарядом окремо:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_N = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i.$$

Еквіпотенціальна поверхня – це геометричне місце точок електростатичного поля, потенціали яких однакові. Робота, що виконується силами електростатичного поля під час переміщення електричного заряду вздовж однієї і тієї ж еквіпотенціальної поверхні, дорівнює нулю.

3.2. Основи електродинаміки. Електроємність. Конденсатори. Закони постійного струму.

Електрична ємність (електроємність або просто ємність) – це скалярна фізична величина, що характеризує здатність провідника накопичувати електричний заряд і чисельно дорівнює заряду, накопиченого на провіднику до потенціалу цього провідника:

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

В системі СІ електроємність вимірюється у фарадах: $[C] = \frac{Кл}{В} = Ф$.

Відокремлені провідники мають невелику ємність. На практиці необхідні пристрої, здатні накопичувати на собі («конденсувати») великі заряди. Їх називають конденсаторами. Конденсатор – це дві провідникові пластинки, які розташовані близько одна від одною і розділені діелектриком. Провідники, що утворюють конденсатор називають обкладками. Одна з обкладок заряджається позитивно, інша – негативно. Відповідно до форми обкладок конденсатори бувають: плоскі, циліндричні, сферичні.

Електроємність конденсатора дорівнює відношенню заряду на конденсаторі до різниці потенціалів між обкладками:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U},$$

де $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – різниця потенціалів між обкладками; q – заряд позитивної обкладки.

Величина електроємності конденсатора залежить від форми та розмірів обкладок, величини зазору між ними, а також діелектричними властивостями середовища, що заповнює простір між обкладками. Для плоского конденсатора електроємність визначається формулою:

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d},$$

де S – площа обкладок; d – відстань між обкладками; ε – діелектрична проникність середовища (діелектрика), яке знаходиться між обкладками; $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{Ф}{м}$ – електрична стала.

У разі послідовного з’єднання конденсаторів вони з’єднуються різнойменно зарядженими обкладками (рис. 3.2.1).

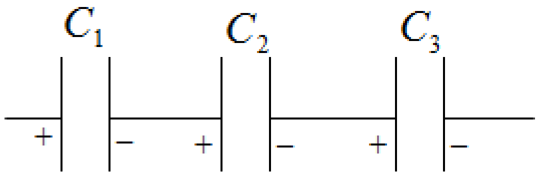


Рис. 3.2.1. Послідовне з’єднання конденсаторів

При цьому виконуються наступні співвідношення:

$$q_{заг} = q_1 = q_2 = ... = q_n;\ U = U_1 + U_2 + ... + U_n;\ \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}.$$

Результуюча ємність завжди менше мінімальної електроємності, що входить до батареї. При послідовному з’єднанні зменшується можливість пробою конденсаторів, тому що на кожному конденсаторі є лише частина загальної різниці потенціалів, що подана на всю батарею.

У разі паралельного з’єднання конденсаторів з’єднуються однойменні обкладки (рис. 3.2.2).

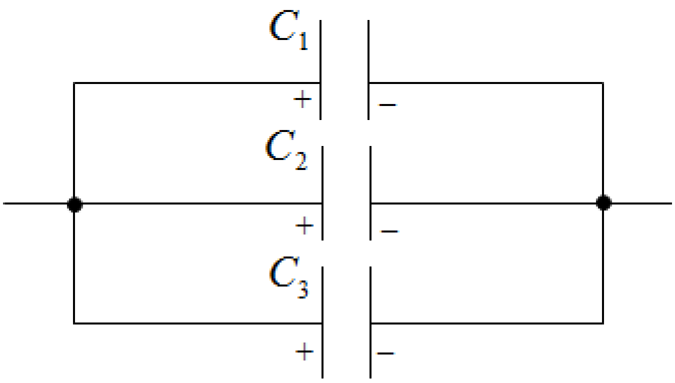


Рис. 3.2.2. Паралельне з’єднання конденсаторів

При цьому виконуються співвідношення:

$$q_{заг} = q_1 + q_2 + ... + q_n;\ U = U_1 = U_2 = ... = U_n;\ C = C_1 + C_2 + ... + C_n.$$

Паралельне з’єднання конденсаторів використовують для отримання великої електроємності.

Провідники, на яких накопичується заряд, створюють між собою електричне поле, а значить, конденсатор володіє деякою енергією. Енергія конденсатора, за законом збереження енергії, дорівнює роботі, виконаній по розділенню зарядів і визначається співвідношеннями:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2},$$

де q – заряд; U – різниця потенціалів (напруга) між пластинками конденсатора.

Напруга на обкладках конденсатора пов’язана з напруженістю E електричного поля співвідношенням:

$$U = Ed.$$

Електричним струмом називається напрямлений (впорядкований) рух електричних зарядів. Кількісною характеристикою електричного струму є сила струму. *Сила струму* (*I*) – скалярна фізична величина, що чисельно дорівнює заряду, який переноситься через поперечний переріз провідника за одиницю часу:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t},$$

$[I] = \frac{Кл}{c} = A$ (ампер (на честь французького фізика Андре-Марі Ампера)).

За напрям струму умовно беруть напрям руху позитивних зарядів. Якщо сила струму і його напрям не змінюються, то струм називається постійним. Для постійного струму маємо:

$$I = \frac{q}{t}.$$

Іншою характеристикою струму є густина струму. *Густина струму* ($\vec{j}$) – векторна фізична величина, яка чисельно дорівнює електричному заряду, що переноситься за одиницю часу через одиничну площадку, розташовану перпендикулярно до напряму руху носіїв заряду.

$$j = \frac{q}{tS} = \frac{I}{S},$$

де S – площа поперечного перерізу провідника ($j = \left[\frac{A}{м^2}\right]$).

У 1826 році Ом сформулював закон для ділянки кола: *сила струму на ділянці кола прямо пропорційна напрузі на цій ділянці і обернено пропорційний опору провідника*:

$$I = \frac{U}{R},$$

де R – електричний опір, $[R] = Ом$.

Для повного кола закон Ома записується у вигляді:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

де I – сила струму в колі; ε – електрорушійна сила джерела; R – опір зовнішньої частини кола; r – внутрішній опір джерела струму.

Опір провідника залежить від матеріалу провідника і його геометричних розмірів. Для однорідного циліндричного провідника він може бути розрахований за формулою:

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

де ρ – питомий опір, величина, що характеризує матеріал провідника, $[\rho] = Ом \cdot м$.

Опір металів залежить від температури. З великим ступенем точності можна вважати, що залежність опору металів від температури є лінійною:

$$R = R_0(1 + \alpha t),$$

де R – опір за температури t, ^{0}C; R_0 – опір за температури 0, ^{0}C; α – температурний коефіцієнт опору.

При розгляді фізичної природи питомого електричного опору використовують поняття питомої електричної провідності (електропровідності) σ:

$$\sigma = \frac{1}{\rho},$$

У разі послідовного з’єднання опорів (рис. 3.2.3) справджуються наступні співвідношення:

$$I = I_1 = I_2 = \ldots = I_n;\ U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n;\ R = R_1 + R_2 + \ldots + R_n.$$

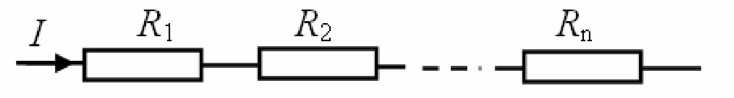


Рис. 3.2.3. Послідовне з’єднання опорів

У разі паралельного з’єднання опорів (рис. 3.2.4) справджуються наступні співвідношення:

$$I = I_1 + I_2 + \ldots + I_n;\ U = U_1 = U_2 = \ldots = U_n;\ \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}.$$

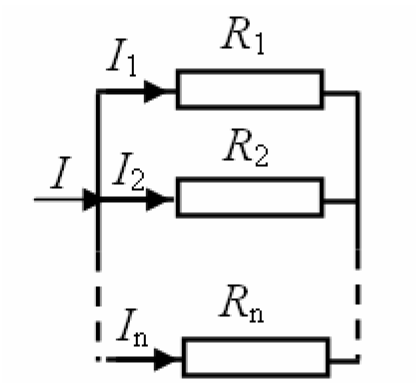


Рис. 3.2.4. Паралельне з’єднання опорів

При впорядкованому русі заряджених частинок в провіднику електричне поле виконує роботу. Її прийнято називати *роботою струму*. Розглянемо довільну ділянку кола постійного струму, до кінців якого прикладена напруга *U*. За час *t* через поперечний переріз провідника проходить заряд:

$$q = It.$$

При цьому сили електростатичного поля, які діють на даній ділянці, виконують роботу:

$$A = Uq = UIt.$$

Відомо, що:

$$P = \frac{A}{t}.$$

Із двох останніх співвідношень можемо записати:

$$P = IU.$$

Ця потужність може витрачатися на виконання роботи даною ділянкою кола над зовнішніми тілами, на протікання хімічних реакцій, на нагрівання даної ділянки кола і т.п.

Якщо провідник нерухомий і в ньому не відбувається хімічних перетворень, то робота поля по переміщенню зарядів йде на зміну внутрішньої енергії провідника, тобто провідник нагрівається. При цьому виділяється кількість теплоти:

$$Q = A = IUt.$$

За законом Ома $U = IR$. Зробивши заміну, одержуємо:

$$Q = I^2 Rt.$$

Цей вираз називається законом Джоуля-Ленца: *кількість теплоти* Q, *що виділяється в провіднику при проходженні через нього постійного струму, прямо пропорційна квадрату сили струму* I, *опору провідника* R *і часу* t *проходження струму.*

3.3. Електромагнітні явища.

Навколо будь-якого рухомого заряду, чи то електрон, іон, чи будь-яке заряджене тіло, існує електричне поле і магнітне поле.

Магнітне поле – це особлива форма матеріальної взаємодії. Воно виникає: 1) між рухомими зарядженими частинками, 2) між провідниками зі струмом, 3) між струмом і рухомим зарядом. Магнітне поле – одна з форм електромагнітного поля. Завжди, коли існує змінне електричне поле, виникає й магнітне поле. Магнітне поле, характеристики якого не змінюються з часом, називається стаціонарним. Силовою характеристикою магнітного поля є вектор індукції магнітного поля $\vec{B}$. За напрям вектора магнітної індукції в місці розташування вільної маленької рамки зі струмом беруть напрям перпендикуляра до рамки. Останній визначають напрямом руху свердлика (правого гвинта), який потрібно обертати в напрямі струму в рамці.

Магнітна індукція $(\vec{B})$ – це векторна фізична величина, яка є силовою характеристикою магнітного поля і чисельно дорівнює відношенню максимального обертаючого моменту M_{max}, що діє на контур зі струмом в однорідному магнітному полі, до добутку сили струму *I* в контурі на його площу *S*:

$$B = \frac{M_{max}}{IS}.$$

В системі СІ індукція магнітного поля обчислюється у теслах: $[B] = Тл$.

У 1820 році Андре-Марі Ампер (французький фізик) встановив, що на провідник із струмом, поміщеного у магнітному полі, діє сила, під дією якої він може рухатися. Ця сила *називається силою Ампера* і визначається за формулою:

$$F_A = BIl \sin\alpha,$$

де l – довжина активної частини провідника; I – сила струму в ньому; B – модуль вектора магнітної індукції; α – кут між напрямом струму і вектором магнітної індукції. Напрям сили Ампера визначається правилом лівої руки: *якщо долоню лівої руки розташувати так, щоб витягнуті пальці збігалися з напрямом струму, а силові лінії магнітного поля входили в долоню, то відставлений великий палець вкаже напрям сили, що діє на провідник* (рис. 3.3.1)

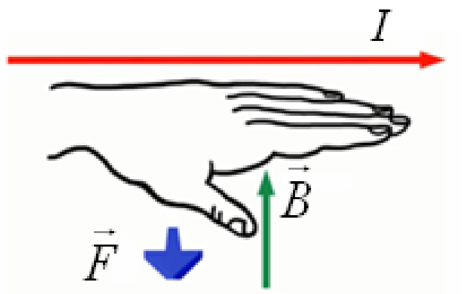


Рис. 3.3.1. Визначення напрямку сили Ампера

Оскільки електричний струм – впорядкований рух заряджених частинок, тому магнітне поле діє не тільки на провідники зі струмом, але і на окремі заряджені частинки. Сила $\vec{F}_л$, що діє на електричний заряд, який рухається у магнітному полі, називається *силою Лоренца* (нідерландський фізик). Сила Лоренца розраховується за формулою:

$$F_л = qB\vartheta \sin\alpha,$$

де q – заряд частинки; B – індукція магнітного поля, в якому рухається заряджена частинка; ϑ – швидкість частинки; α – кут між векторами $\vec{\vartheta}$ і $\vec{B}$.

Напрям сили Лоренца визначається за правилом лівої руки: *якщо долоню лівої руки розмістити так, щоб в неї входив вектор $\vec{B}$, а чотири витягнуті пальці спрямовувати вздовж вектора швидкості $\vec{\vartheta}$ руху позитивних зарядів, то відігнутий на 90^0 великий палець покаже напрямок сили, що діє на позитивний заряд*. На негативний заряд сила діє в протилежному напрямку.

На рис. 3.3.2 показані різні випадки використання правила лівої руки. Хрестики означають, що магнітне поле напрямлене від нас, а крапки – до нас.

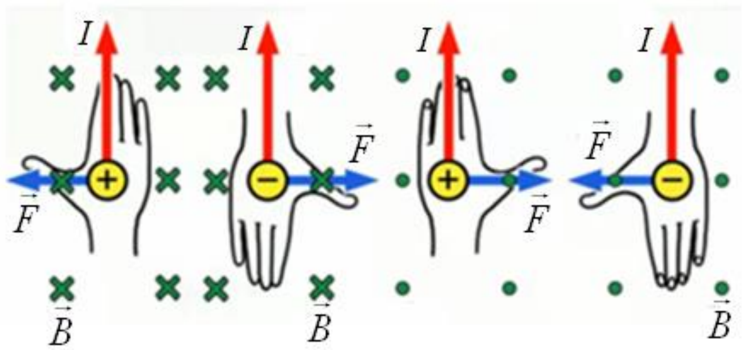


Рис. 3.3.2. Визначення напрямку сили Лоренца

Сила Лоренца спрямована завжди перпендикулярно до швидкості руху зарядженої частинки і надає їй доцентрового прискорення. Не змінюючи модуля швидкості зарядженої частинки, а лише змінюючи її напрям, сила Лоренца не виконує роботи.

Окрім вектора магнітної індукції для характеристики магнітного поля використовують допоміжну величину $\vec{H}$, яку називають напруженістю магнітного поля. Магнітна індукція і напруженість зв’язані між собою співвідношенням:

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H},$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала; μ – відносна магнітна проникність середовища; *H* – напруженість магнітного поля.

Магнітна проникність середовища μ – це фізична величина, яка показує, у скільки разів магнітна індукція поля у даному середовищі відрізняється від магнітної індукції поля у вакуумі. Для вакууму $\mu = 1$.

Напруженість магнітного поля $\vec{H}$ – це векторна величина, яка є кількісною характеристикою магнітного поля. Напруженість магнітного поля визначає той внесок в магнітну індукцію, який дають зовнішні джерела поля. $[H] = \frac{A}{м}$.

3.4. Електромагнітна індукція.

У свій час Майкл Фарадей встановив, якщо з’єднати котушку з великою кількістю витків до міліамперметра і вздовж її переміщати постійний магніт, то міліамперметр зафіксує проходження струму в колі. При цьому електричний струм буде протікати тільки тоді, коли магніт рухається. Варто тільки магніту зупинитися, стрілка повертається в нульове положення, тобто електричний струм в колі не протікає.

Напрям струму залежить від того, яким полюсом був спрямований магніт до котушки і від напряму його руху. Той же результат виходив, якщо магніт залишався нерухомим, а котушку надягали на магніт або знімали з нього. Відкрите Фарадеєм явище було названо явищем електромагнітної індукції.

Електромагнітною індукцією називається явище виникнення електрорушійної сили (ЕРС) у замкненому провідному контурі при будь-якій зміні магнітного потоку, що пронизує цей контур.

ЕРС, що виникає, називається електрорушійною силою електромагнітної індукції E_i. Якщо провідник замкнений, то виникає струм, який називається *індукційним.*

Подальші експерименти показали, що ЕРС електромагнітної індукції пропорційна швидкості зміни магнітного потоку, що пронизує контур:

$$E_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

При цьому неістотно, чим викликана зміна магнітного потоку. Це може бути деформація або переміщення контуру в зовнішньому полі, або зміна магнітного поля в часі. У системі СІ магнітний потік вимірюється у веберах $[\Phi] = Вб$.

Останній вираз називається законом Фарадея (або законом електромагнітної індукції) для електромагнітної індукції. Знак «−» введений у формулу відповідно до правила Ленца: *індукційний струм має такий напрям, що його магнітне поле протидіє зміні магнітного потоку, що викликав цей індукційний струм*.

Лінії індукції магнітного поля виходять з північного полюсу N і заходять в південний полюс S. При наближенні смугового магніту до замкненого контуру (рис. 3.4.1) в ньому наводиться індукційний струм, який своєю магнітною дією перешкоджає наближенню магніту і зростанню магнітного потоку, що пронизує контур. При віддаленні магніту від контуру в ньому наводиться індукційний струм протилежного напряму, який перешкоджає зменшенню магнітного потоку, що пронизує контур.

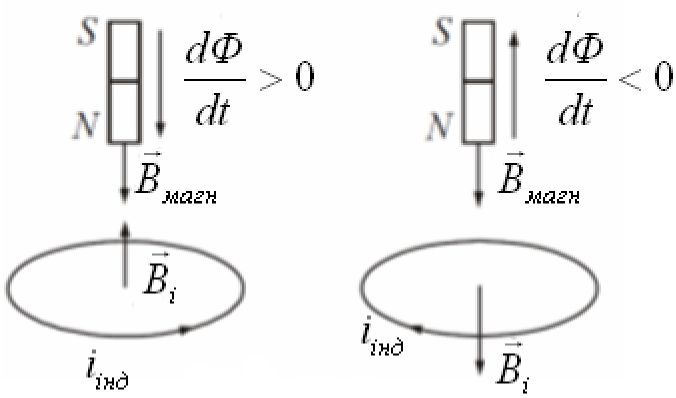


Рис. 3.4.1. Залежність напрямку індукційного струму в контурі від руху постійного магніту

Сила індукційного струму прямо пропорційна швидкості зміни магнітного поля:

$$I_i \sim \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Виходячи з цієї залежності, можна зробити висновок, що індукційний струм може бути створений і досить слабким магнітом, але при цьому його швидкість руху повинна бути дуже великою.

Якщо замкнений контур складається з N послідовно сполучених витків (наприклад, соленоїд), то закон електромагнітної індукції записується таким чином:

$$E_i = -N\frac{d\Phi}{dt}.$$

У загальному випадку Φ визначається за формулою:

$$\Phi = BS\cos\alpha.$$

Магнітний потік Φ через замкнутий контур – це скалярна фізична величина, що чисельно дорівнює добутку модуля магнітної індукції B на площу поверхні S та на косинус кута α між вектором магнітної індукції $\vec{B}$ і нормаллю до поверхні $\vec{n}$.

У таблиці 3.4.1 наведені основні формули, які використовуються при розв'язанні задач з розділу «Електрика і магнетизм».

Таблиця 3.4.1.

Основні формули з розділу «Електрика і магнетизм»

Формула	Назва формули	Позначення
$F = k\dfrac{\lvert q_1\rvert \cdot \lvert q_2\rvert}{\varepsilon r^2}$	Закон Кулона	F – сила взаємодії між двома точковими зарядами q_1 і q_2; r – відстань між зарядами; ε – відносна діелектрична проникність середовища; ε_0 – електрична стала ($\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\dfrac{Ф}{м}$)
$E = k\dfrac{\lvert q\rvert}{\varepsilon r^2}$	Напруженість електричного поля точкового заряду	
$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + ... + \vec{E}_n$	Принцип суперпозиції електричних полів	$\vec{E}$ – результуюча напруженість електричного поля; $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$, …, $\vec{E}_n$ – напруженості електричних полів, що створюються точковими зарядами q_1, q_2, …, q_n, відповідно
$\sigma = \dfrac{q}{S}$	Поверхнева густина заряду	q – електричний заряд, що охоплюється площею поверхні S
$E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$	Напруженість електричного поля зарядженої нескінченної площини	
$E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$	Напруженість електричного поля двох паралельних заряджених площин	
$E = 0, \quad r < R$ $E = k\dfrac{\lvert q\rvert}{\varepsilon r^2}, \ r > R$	Напруженість електричного поля зарядженої сфери	R – радіус сфери; r – відстань від точки до центра сфери
$\Phi_E = E \cdot S \cos\alpha$	Потік вектора	S – площа поверхні, що

Формула	Назва формули	Позначення
	напруженості електричного поля	знаходиться в електричному полі; α – кут між нормаллю до поверхні та напрямком вектора $\vec{E}$
$\varphi = \frac{W}{q}$, $\varphi = \frac{A_\infty}{q}$	Потенціал електростатичного поля	W – потенціальна енергія заряду q в полі; A_∞ – робота переміщення заряду силами поля з даної точки в нескінченність
$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$	Потенціал поля точкового заряду	r – відстань від заряду до точки
$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU$	Робота електричного поля по переміщенню заряду з точки з потенціалом φ_1 в точку з потенціалом φ_2	U – напруга
$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + ... + \varphi_n$	Потенціал електричного поля, створеного системою n точкових зарядів	
$E = -\frac{d\varphi}{dl}$; $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,\varphi$	Зв'язок потенціалу з напруженістю поля	$\overrightarrow{grad}\,\varphi$ – градієнт потенціалу
$C = \frac{q}{\varphi}$	Електроємність ізольованого провідника	q – заряд провідника; φ – потенціал провідника
$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q}{U}$	Електроємністю системи із двох провідників	q – заряд q одного із провідників; $\Delta\varphi$ – різниця потенціалів між провідниками
$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$	Електроємність плоского конденсатора	S – площа пластин конденсатора; d – відстань між пластинами конденсатора
$C = C_1 + C_2 + ... + C_n$	Електроємність батареї конденсаторів, з'єднаних паралельно	
$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}$	Електроємність батареї конденсаторів,	

Формула	Назва формули	Позначення
	з'єднаних послідовно	
$W = \frac{c\varphi^2}{2} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C}$	Енергія зарядженого провідника	C – електроємність; q заряд провідника; φ – потенціал провідника
$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C}$	Енергія зарядженого конденсатора	U – напруга між пластинами конденсатора
$I = \frac{dq}{dt}$	Миттєве значення сили струму	dq – заряд, що протікає через поперечний переріз провідника за час dt
$I = \frac{q}{t}$	Сила постійного струму	
$j = \frac{I}{S}$	Густина електричного струму	S – площадка, перпендикулярна напрямку руху зарядів
$I = \frac{U}{R}$	Закон Ома для ділянки кола	R – зовнішній опір
$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$	Закон Ома для замкненого (повного) кола	ε – е.р.с. джерела струму; R – опір зовнішньої ділянки кола; r – внутрішній опір
$R = \frac{\rho l}{S}$	Опір однорідного провідника	ρ – питомий опір; l; S – довжина і поперечний переріз провідника
$\rho = \rho_0(1 + \alpha t^0)$	Залежність питомого опору від температури	ρ і ρ_0 – питомий опір провідника відповідно при t^0 і $0^0 C$; α – температурний коефіцієнт опору
$A = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t$	Робота постійного струму	I – сила струму; U – напруга; R – опір кола
$P = IU = I^2R = \frac{U^2}{R}$	Потужність постійного струму	
$Q = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t$	Закон Джоуля–Ленца	Q – кількість теплоти, що виділилася за час t
$F = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2 l}{2\pi d}$	Сила взаємодії двох паралельних провідників із струмами	μ_0 – магнітна стала ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ $Гн/м$); μ – магнітна проникність середовища; d –

Формула	Назва формули	Позначення
		відстань між провідниками зі струмом; I_1, I_2 – сили струму у провідниках; l – довжина ділянки провідників
$F = IBl\sin\alpha$	Закон Ампера	I – сила струму, що протікає по провіднику; B – індукція магнітного поля; l – довжина провідника; α – кут, між напрямком вектора індукції магнітного поля та напрямком струму
$F = qB\vartheta\sin\alpha$	Сила Лоренца	q – електричний заряд; ϑ – швидкість руху заряду; α – кут між напрямком вектора індукції магнітного поля $\vec{B}$ та швидкості $\vec{\upsilon}$
$dB = \frac{\mu_0\mu I\sin\alpha}{4\pi r^2}dl$	Закон Біо–Савара–Лапласа	dB – магнітна індукція, яку створює елемент струму Idl; r – відстань від елемента струму до точки спостереження; α – кут між r і Idl
$B = \mu\mu_0 H$	Зв'язок індукції магнітного поля з напруженістю поля	
$B = \frac{\mu_0\mu IR^2}{2\left(R^2 + a^2\right)^{\frac{3}{2}}}$	Індукція магнітного поля на осі кругового струму	a – відстань від площини витка до точки спостереження; R – радіус витка
$B = \frac{\mu_0\mu I}{2R}$	Індукція магнітного поля в центрі кругового струму	R – радіус витка
$B = \frac{\mu_0\mu I}{2\pi a}$	Індукція магнітного поля нескінченно довгого прямолінійного	a – відстань від провідника до точки спостереження

Формула	Назва формули	Позначення
	провідника зі струмом	
$B=\frac{\mu_0\mu I}{4\pi a}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)$	Індукція магнітного поля прямолінійного провідника зі струмом кінцевої довжини	α_1 і α_2 – кути, утворені прямими, проведеними з даної точки до кінців провідника
$B=\mu\mu_0 In$	Індукція магнітного поля усередині нескінченно довгого соленоїда (тороїда)	n – число витків на одиницю довжини соленоїда, $n=\frac{N}{l}$
$B=\frac{\mu_0\mu In}{2}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)$	Індукція магнітного поля усередині соленоїда кінцевої довжини	α_1 і α_2 – кути між віссю соленоїда і радіус–вектором, проведеним із точки спостереження до кінців соленоїда
$p_м=IS$	Магнітний момент контуру зі струмом	S – площа контуру
$M=Bp_м\sin\alpha$	Механічний момент, що діє на контур зі струмом в однорідному магнітному полі	α – кут між вектором $\vec{B}$ і нормаллю до площини контуру
$\Phi=BScos\alpha$	Магнітний потік однорідного магнітного поля	S – площа контуру; α – кут між $\vec{B}$ та $\vec{n}$ (нормаль до S)
$\varepsilon_i=-\frac{d\Phi}{dt}$	ЕРС індукції (закон Фарадея)	ε_i – електрорушійна сила електромагнітної індукції
$\varepsilon_c=-L\frac{dI}{dt}$	ЕРС самоіндукції	L – індуктивність контуру
$L=\mu\mu_0 n^2 lS$	Індуктивність соленоїда	n – число витків на одиницю довжини соленоїда; l – довжина соленоїда; S – площа поперечного перерізу соленоїда
$\Phi=LI$	Зв’язок магнітного потоку із силою струму в контурі	L – індуктивність контуру
$W_м=\frac{LI^2}{2}$	Енергія магнітного поля	I – сила струму в контурі; L – індуктивність контуру
$\omega_м=\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu\mu_0}=\frac{1}{2}BH$	Об’ємна густина енергії магнітного поля	B – індукція магнітного поля; H – напруженість

Формула	Назва формули	Позначення
$A = I \cdot \Delta\Phi$	Робота по переміщенню контура зі струмом у магнітному полі	поля $\Delta\Phi$ – зміна магнітного потоку

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ З ЕЛЕКТРИКИ І МАГНЕТИЗМУ

Задача 1. Дві кульки масою 0,1 г кожна підвішені в одній точці на нитках завдовжки 20 см. Отримавши однаковий заряд, кульки розійшлися так, що нитки утворили кут між собою 60°. Знайти заряд кожної кульки.

Дано:

$m_1 = m_2 = m = 0{,}1\ г = 10^{-4}\ кг$

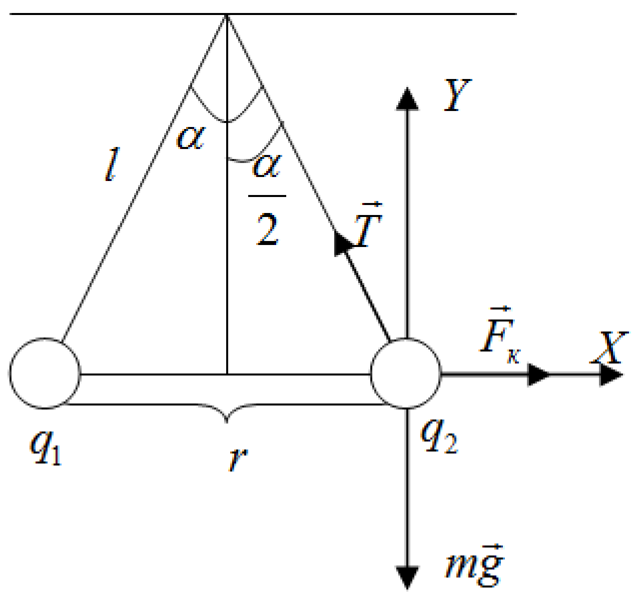
$l = 20\ см = 0{,}2\ м$

$\alpha = 60^0$

Найти:

$q - ?$

Розв'язок



Після того, як кульки набудуть однакового заряду q_0, кожна із них відхилиться від вертикалі на кут $\frac{\alpha}{2}$ і зупиниться, утримуючись кулонівськими силами відштовхування. Оскільки умови рівноваги для обох куль однакові, розглянемо одну із них.

На кульку діють три сили: сила Кулона $\vec{F}_к$, сила натягу нитки $\vec{T}$ і сила тяжіння $m\vec{g}$.

Згідно з другим законом Ньютона можемо записати умову рівноваги кульки:

$$\vec{F}_к + \vec{T} + m\vec{g} = 0.$$

Запишемо останнє рівняння в проекції на осі:

На вісь X:

$$F_к - T\sin\frac{\alpha}{2} = 0 \Rightarrow F_к = T\sin\frac{\alpha}{2}.$$

На вісь Y:

$$T\cos\frac{\alpha}{2} - mg = 0 \Rightarrow T\cos\frac{\alpha}{2} = mg.$$

Із двох останніх рівнянь можемо записати:

$$\frac{F_к}{mg} = \frac{T\sin\frac{\alpha}{2}}{T\cos\frac{\alpha}{2}},$$

або:

$$\frac{F_к}{mg} = tg\frac{\alpha}{2}. \qquad (1)$$

Відповідно до закону Кулона, сила взаємодії двох точкових зарядів q_1 і q_2 рівна:

$$F_к = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{\varepsilon r^2},$$

де $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\ \frac{Ф}{м}$ – електрична стала; ε – діелектрична проникність середовища, в якому знаходяться взаємодіючі заряди; r – відстань між зарядами.

Враховуючи, що в нашому випадку $q_1 = q_2 = q_0$, останній вираз запишемо так:

$$F_\kappa = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q_0^2}{r^2}. \qquad (2)$$

Підставимо (2) в (1):

$$\frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q_0^2}{r^2}}{mg} = tg\frac{\alpha}{2},$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q_0^2}{r^2} = mg \cdot tg\frac{\alpha}{2}.$$

Звідси:

$$q_0 = 2r\sqrt{\pi\varepsilon\varepsilon_0 mg \cdot tg\frac{\alpha}{2}}.$$

З рисунка знаходимо:

$$\frac{\frac{r}{2}}{l} = \sin\frac{\alpha}{2} \Rightarrow r = 2l\sin\frac{\alpha}{2}.$$

Тоді:

$$q_0 = 2\cdot 2l\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{\pi\varepsilon\varepsilon_0 mg \cdot tg\frac{\alpha}{2}} = 4l\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{\pi\varepsilon\varepsilon_0 mg \cdot tg\frac{\alpha}{2}}.$$

Підставимо дані в останній вираз, враховуючи, що в нашому випадку $\varepsilon = 1$:

$$q_0 = 4\cdot 0{,}2\cdot\sin\frac{60}{2}\sqrt{3{,}14\cdot 1\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 10^{-4}\cdot 9{,}8\cdot tg\frac{60}{2}} = 5\cdot 10^{-8}\ Кл.$$

Відповідь: $q_0 = 5\cdot 10^{-8}\ Кл$.

Задача 2. Два точкові заряди величиною +90 нКл і -10 нКл знаходяться на відстані 8 см один від одного. На якій відстані від першого заряду знаходиться точка, в якій напруженість поля дорівнює нулю.

Дано:

$q_1 = +90\ нКл = +9\cdot 10^{-8}\ Кл$

$q_2 = -10\ нКл = -10^{-8}\ Кл$

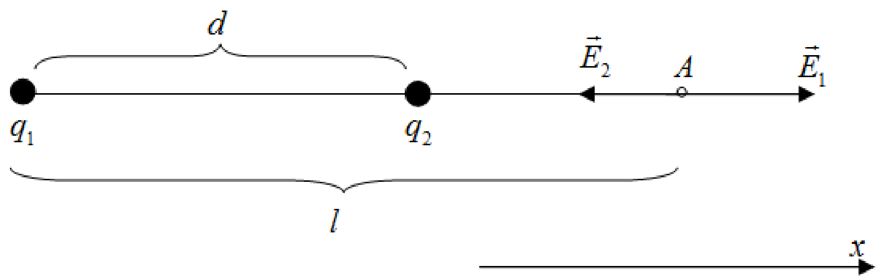
$d = 8\ см = 8\cdot 10^{-2}\ м$

$E = 0$

Знайти:

$l - ?$

Розв’язок



У точці A заряд q_1 створює електричне поле напруженістю $\vec{E}_1$, а заряд q_2 – електричне поле напруженістю $\vec{E}_2$. За принципом суперпозиції можемо записати:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Запишемо останнє рівняння в проекції на ось x:

$$E = E_1 - E_2. \qquad (1)$$

Запишемо вираз для напруженості електричного поля, створеного точковим зарядом q:

$$E = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}.$$

де $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{Ф}{м}$ – електрична стала; ε – діелектрична проникність середовища, в якому знаходиться заряд; r – відстань від заряду до даної точки.

Запишемо останній вираз для двох зарядів:

$$E_1 = \frac{|q_1|}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 l^2},$$

$$E_2 = \frac{|q_2|}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 (l-d)^2},$$

де $l-d$ – відстань від заряду q_2 до точки A.

Підставимо два останніх вирази в (1), враховуючи, що згідно умови задачі $E=0$:

$$\frac{|q_1|}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 l^2}-\frac{|q_2|}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 (l-d)^2}=0 .$$

Звідси:

$$\frac{|q_1|}{l^2}=\frac{|q_2|}{(l-d)^2},$$

$$\frac{(l-d)^2}{l^2}=\frac{|q_2|}{|q_1|},$$

$$\frac{l-d}{l}=\sqrt{\frac{|q_2|}{|q_1|}},$$

$$l\sqrt{|q_1|}-d\sqrt{|q_1|}=l\sqrt{|q_2|},$$

$$l\left(\sqrt{|q_1|}-\sqrt{|q_2|}\right)=d\sqrt{|q_1|},$$

$$l=\frac{d\sqrt{|q_1|}}{\sqrt{|q_1|}-\sqrt{|q_2|}} .$$

Підставимо дані:

$$l=\frac{8\cdot 10^{-2}\cdot\sqrt{9\cdot 10^{-8}}}{\sqrt{9\cdot 10^{-8}}-\sqrt{10^{-8}}}=0{,}12\ м$$

Відповідь: $l=0{,}12\ м$.

Задача 3. ЕРС елемента дорівнює 6 В. При зовнішньому опорі 1,1 Ом сила струму в колі дорівнює 3 А. Знайти падіння потенціалу всередині елемента та його внутрішній опір.

Дано:

$\varepsilon=6$ В

$R=1{,}1$ Ом

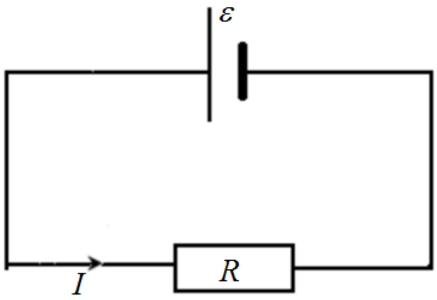
$I=3$ А

Знайти:

$U_r - ?$

$r - ?$

Розв'язок



Запишемо закон Ома для повного кола:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R},$$

де R – опір зовнішнього кола; r – внутрішній опір джерела ЕРС; I – сила струму; ε – ЕРС джерела струму.

Звідси можемо записати:

$$\varepsilon = Ir + IR.$$

Врахуємо, що

$$U_r = Ir,$$

де U_r – спад напруги всередині елемента. Тоді:

$$\varepsilon = U_r + IR.$$

Звідси:

$$U_r = \varepsilon - IR.$$

За законом Ома для ділянки кола можемо записати:

$$I = \frac{U_r}{r} = \frac{\varepsilon - IR}{r}.$$

Звідси:

$$r = \frac{\varepsilon - IR}{I}.$$

Підставимо дані:

$U_r = 6 - 3 \cdot 1{,}1 = 2{,}7\ B$;

$$I = \frac{6 - 3 \cdot 1{,}1}{3} = 0{,}9\ A.$$

Відповідь: $U_r = 2{,}7\ B$**;** $I = 0{,}9\ A$**.**

Задача 4. Два конденсатори ємністю $C_1 = 1\,мкФ$ і $C_2 = 2\,мкФ$ послідовно з’єднані, заряджені до різниці потенціалів $\Delta\varphi = 600\ B$ і відключені від джерела напруги. Конденсатори, не розряджаючи, роз’єднують та з’єднують паралельно. Визначити зміну енергії ΔW батареї.

Дано:

$C_1 = 1\,мкФ = 10^{-6}\ Ф$

$C_2 = 2\,мкФ = 2 \cdot 10^{-6}\ Ф$

$\Delta\varphi = 600\ B$

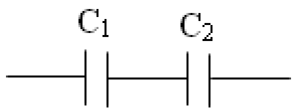
$q = const$

Зайти:

$\Delta W - ?$

Розв’язок

Спочатку конденсатори були з’єднані послідовно, ємності яких C_1 та C_2:



Тоді загальна ємність такої системи конденсаторів рвана:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

Звідси:

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Тоді початкова енергія цієї батареї конденсаторів рівна:

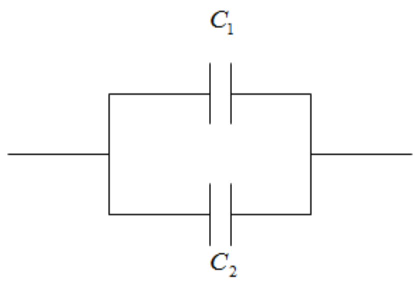
$$W_1 = \frac{C\Delta\varphi^2}{2} = \frac{C_1 C_2 \Delta\varphi^2}{2(C_1 + C_2)}.$$

$$W_1 = \frac{C\Delta\varphi^2}{2} = \frac{10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{-6}\cdot 600^2}{2\cdot\left(10^{-6}+2\cdot 10^{-6}\right)} = 0{,}12\ Дж.$$

Запишемо вираз для заряду q батареї конденсаторів:

$$q = C\Delta\varphi = \frac{C_1 C_2\Delta\varphi}{C_1 + C_2}.$$

$$q = \frac{10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{-6}\cdot 600}{10^{-6}+2\cdot 10^{-6}} = 4\cdot 10^{-4}\ Кл.$$



Коли паралельно з’єднали другий конденсатор, то загальна ємність дорівнює:

$$C^/ = C_1 + C_2.$$

$$C^/ = 10^{-6} + 2\cdot 10^{-6} = 3\cdot 10^{-6}\ Ф.$$

Оскільки конденсатор відключили від джерела напруги, то зберігається заряд. Тому кінцеву енергію двох конденсаторів можна визначити за такою формулою:

$$W_2 = \frac{q^2}{2C^/}.$$

$$W_2 = \frac{\left(4\cdot 10^{-4}\right)^2}{2\cdot 3\cdot 10^{-6}} = 0{,}0267\ Дж.$$

Тоді зміна енергії ΔW батареї конденсаторів рівна:

$$\Delta W = W_1 - W_2.$$

$$\Delta W = 0{,}12 - 0{,}0267 = 9{,}33\cdot 10^{-2}\ Дж.$$

Відповідь: $\Delta W = 9{,}33\cdot 10^{-2}\ Дж$.

Задача 5. По двох нескінченно довгих провідниках, схрещених під прямим кутом, течуть струми I_1 і $I_2=2I_1$ ($I_1=100$ А). Визначити магнітну індукцію В точці А, рівновіддаленої від проводів на відстань d=10 см.

Дано:

$I_2 = 2I_1$

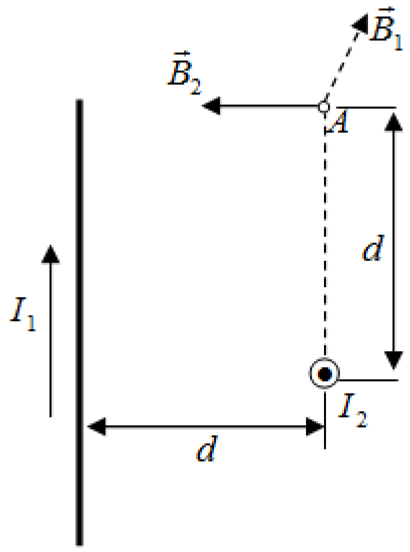
$I_1 = 100\ A$

$d = 10\ см = 0{,}1\ м$

Знайти:

$B - ?$

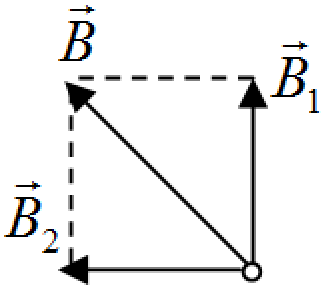
Розв'язок



Індукція магнітного поля $\vec{B}$ в точці A буде результатом суперпозиції магнітного поля $\vec{B}_1$, яке створюється струмом I_1 і магнітного поля $\vec{B}_2$, яке створюється струмом I_2:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 .$$

З рисунка бачимо, що струм I_2 протікає «від нас» перпендикулярно площині рисунка. Використовуючи правило буравчика, визначаємо, що індукція магнітного поля $\vec{B}_1$ спрямована «від нас» перпендикулярно до площини рисунка, а індукція магнітного поля $\vec{B}_2$ спрямована вліво від точки. Відповідно, $\vec{B}_1 \perp \vec{B}_2$.



Виходячи з теореми Піфагора, можемо записати:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}.$$

Запишемо вираз для поля нескінченно довгого прямолінійного провідника зі струмом:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi \cdot d},$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \cdot d},$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{Гн}{м}$ – магнітна стала.

Тоді:

$$B = \sqrt{\left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}\right)^2}.$$

Враховуючи, що $I_2 = 2I_1$, останній вираз набуде вигляду:

$$B = \sqrt{\left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 2I_1}{2\pi d}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 I_1}{\pi d}\right)^2} = \sqrt{\frac{\mu_0^2 I_1^2}{4\pi^2 d^2} + \frac{\mu_0^2 I_1^2}{\pi^2 d^2}} = \sqrt{\frac{5\mu_0^2 I_1^2}{4\pi^2 d^2}} = \frac{\mu_0 I_1 \sqrt{5}}{2\pi d}$$

$$B = \frac{\mu_0 I_1 \sqrt{5}}{2\pi d}.$$

Підставимо дані:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100 \cdot \sqrt{5}}{2\pi \cdot 0{,}1} = 4{,}47 \cdot 10^{-4}\ \text{Тл}.$$

Відповідь: $B = 4{,}47 \cdot 10^{-4}$ Тл.

Задача 6. Круговий провідний контур радіусом $r = 5\,см$ і струмом $I = 1\,A$ знаходиться в магнітному полі, причому площина контуру перпендикулярна до напрямку поля. Напруженість поля дорівнює $H = 10\,\frac{кА}{м}$. Визначити роботу, яку необхідно здійснити, щоб повернути контур на кут $\alpha = 90^0$ навколо осі, що збігається з діаметром контуру.

Дано:

$r = 5\,см = 5 \cdot 10^{-2}\,м$

$I = 1\,A$

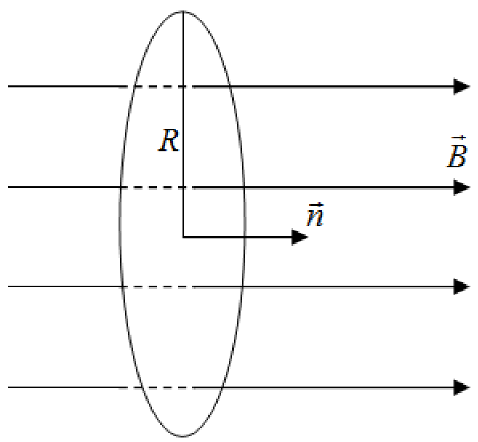
$H = 10\,\frac{кА}{м} = 10^4\,\frac{A}{м}$

$\alpha = 90^0$

Знайти:

$A - ?$

Розв'язок



При повороті витка змінюється кут, тому змінюється магнітний потік, що призводить до виникнення ЕРС (ε) індукції. Роботу яка була здійснена при перевертанні витка можна визначити за формулою

$$A = q\varepsilon, \qquad (1)$$

де q – заряд, який пройде витком за час Δt.

Запишемо вираз для ЕРС індукції, згідно із законом електромагнітної індукції Фарадея:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}, \tag{2}$$

де

$$\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1, \tag{3}$$

зміна магнітного потоку через площу витка.

Магнітний потік через контур визначається виразом:

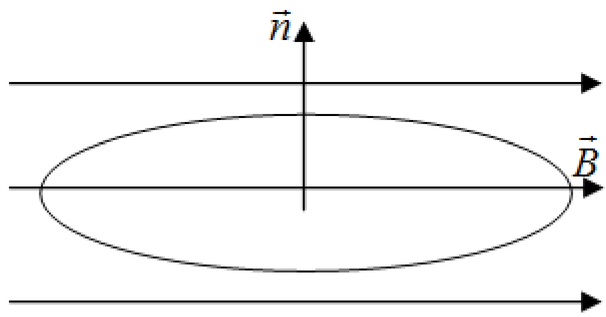
$$\Phi = BS\cos\alpha,$$

де B – модуль вектор індукції магнітного поля; S – площа контуру; α – кут між нормаллю до площі поверхні та лініями магнітної індукції.

Запишемо останній вираз для початкового Φ_1 і кінцевого Φ_2 магнітного потоку через площу обмежену витком:

$$\Phi_1 = BS\cos 0^0 = BS.$$

Тут врахували, що площина контуру була перпендикулярна до напрямку поля, відповідно $\alpha_1 = 0^0$.



$$\Phi_2 = BS\cos\alpha.$$

Підставимо два останніх вирази в (3):

$$\Delta \Phi = BS(\cos\alpha - 1).$$

Підставимо останній вираз в (2):

$$\varepsilon = -\frac{BS(\cos\alpha - 1)}{\Delta t}.$$

Запишемо вираз для заряду, який пройде через виток за час Δt:

$$q = I\Delta t.$$

Підставимо два останніх вирази в (1):

$$A=-I\Delta t\frac{BS(\cos\alpha-1)}{\Delta t}=-IBS(\cos\alpha-1).$$

Магнітна індукція B пов'язана з напруженістю магнітного поля H в однорідному середовищі співвідношенням:

$$B=\mu\mu_0 H,$$

де μ – магнітна проникність середовища (для вакууму $\mu=1$); $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}\ \frac{Гн}{м}$ – магнітна стала.

Із двох останніх виразів маємо:

$$A=-\mu\mu_0 IHS(\cos\alpha-1)$$

Площа контуру рівна:

$$S=\pi R^2,$$

де R – радіус контуру.

Тоді:

$$A=-\mu\mu_0\pi IHR^2(\cos\alpha-1).$$

Підставимо дані:

$$A=-4\cdot3{,}14\cdot10^{-7}\cdot3{,}14\cdot1\cdot10^4\cdot\left(5\cdot10^{-2}\right)^2\left(\cos90^0-1\right)=9{,}86\cdot10^{-5}\ Дж.$$

Відповідь: $A=9{,}86\cdot10^{-5}\ Дж$.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

1. Два заряди перебуваючи на відстані 5 см, взаємодіють з силою 120 мкН. Ті ж заряди в рідині на відстані 10 см взаємодіють з силою 15 мкН. Визначте діелектричну проникність рідини.

2. Знайти відстань між двома однаковими електричними зарядами, розміщеними в маслі з діелектричною проникністю 4, якщо сила взаємодії між ними така ж, як і у вакуумі на відстані 40 см.

3. Два точкові заряди, знаходячись в повітрі, на відстані 20 см один від одного, взаємодіють з деякою силою. На якій відстані потрібно розмістити ці заряди в маслі, щоб отримати ту ж силу взаємодії?

4. Два позитивних точкових заряди q і $4q$ закріплені на відстані 60 см один від одного. Визначити, в якій точці на прямій, яка проходить через заряди, слід розмістити третій заряд q_1, так, щоб він знаходився в рівновазі. Вказати, який знак повинен мати цей заряд для того, щоб рівновага була стійкою.

5. У центрі квадрату, у вершинах якого знаходяться заряди по $2{,}33 \cdot 10^{-9}$ Кл, поміщений негативний заряд. Знайти величину цього заряду, якщо результуюча сила, діюча на кожний заряд, рівна нулю.

6. Якщо в центр квадрату, у вершинах якого знаходяться заряди по +1 нКл, помістити від'ємний заряд, то результуюча сила, яка діє на кожний заряд, буде рівна нулю. Обчислити числове значення від'ємного заряду.

7. Знайти напруженість електричного поля в точці, що лежить посередині між точковими зарядами $8 \cdot 10^{-9}$ Кл і $-6 \cdot 10^{-9}$ Кл. Відстань між зарядами рівна 10 см; $\varepsilon = 1$.

8. Відстань між двома точковими зарядами $+8$ нКл і $-5{,}3$ нКл рівна 40см. Обчислити напруженість поля в точці, що лежить посередині між зарядами. Чому рівна напруженість, якщо другий заряд буде позитивним?

9. Електричне поле створене двома точковими зарядами 10 нКл і – 20 нКл, що знаходяться на відстані 20 см один від одного. Визначити напруженість поля в точці, яка віддалена від першого заряду на 30 см і від другого на 50 см.

10. Заряди по 2 нКл розмішені у вершинах рівностороннього трикутника зі стороною 20 см. Рівнодійна сил, діючих на четвертий заряд, що розміщений на середині однієї із сторін трикутника, рівна 0,6 мкН. Визначити цей заряд, напруженість і потенціал поля в точці його розміщення.

11. На відстані 16 м один від одного в повітрі знаходяться два заряди по 4 нКл. Визначити напруженість і потенціал поля в точці, яка знаходиться на відстані 10 см від обох зарядів.

12. У вершинах квадрату зі стороною 1 м розміщені заряди по 1 нКл. Визначити напруженість і потенціал поля в центрі квадрату, якщо один із зарядів відрізняється знаком від інших.

13. Відстань між двома точковими зарядами $7,5\cdot10^{-9}$ Кл і $-14,67\cdot10^{-9}$ Кл рівна 5с м. Знайти напруженість електричного поля в точці, що знаходиться на відстані 3 см від позитивного заряду і 4 см від негативного заряду.

13. Два однакових позитивних заряди 10^{-7} Кл розміщені в повітрі на відстані 8 см один від одного. Визначити напруженість поля в точці, що лежить на середині відрізка, який сполучає заряди, і в точці, розміщеній на відстані 5 см від зарядів.

14. У вертикально направленому електричному полі помістили порошинку масою 10^{-9} г із зарядом $2\cdot10^{-12}$ Кл. Яка напруженість поля, якщо силу тяжіння, що діє на порошинку, зрівноважує сила з боку електричного поля.

15. Яку прискорюючу різницю потенціалів пролетів електрон, якщо він отримав швидкість $4\cdot10^{6}$ м/с?

16. У вершинах квадрату зі стороною 1 м розміщені рівні однойменні заряди. Потенціал створеного ними поля в центрі квадрату рівний 50 В. Визначити величину заряду.

17. В електричному полі потенціали точок А і В рівні φ_A=0,3 кВ і φ_B=1,2 кВ. Яку роботу необхідно здійснити для того, щоб додатній заряд 30 нКл перемістити з точки А в точку В?

18. Кулька масою 40 мг, заряджена позитивним зарядом 1 нКл, рухається з швидкістю 10 см/с. На яку відстань може наблизитися кулька до позитивного точкового заряду 1,33 нКл?

19. На яку відстань можуть наблизитися два електрони, якщо вони рухаються назустріч один одному з відносною швидкістю, рівною 108 см/с?

20. Дві кульки з зарядами 6,67 нКл і 13,33 нКл знаходяться на відстані 40 см. Яку роботу слід виконати, щоб наблизити їх до відстані 25 см?

21. Яку роботу здійснюють сили поля, якщо однойменні заряди 3 і 5 нКл, які знаходились на відстані 5 см, розійшлись на відстань 10 см?

22. Яку роботу потрібно здійснити, щоб заряди 5 і 2 нКл, які знаходились на відстані 1 м, зблизити до 0,1 м?

23. Пилинка масою $4 \cdot 10^{-15}$ кг знаходиться в рівновазі між горизонтально розміщеними обкладками плоского конденсатора. Різниця потенціалів між обкладками 245 В, а відстань між ними 1 см. Визначити, в скільки разів заряд пилинки більший за елементарний заряд.

24. У плоскому горизонтально розташованому конденсаторі заряджена крапелька ртуті знаходиться у рівновазі при напруженості електричного поля E=600 В/см. Заряд краплі рівний $8 \cdot 10^{-19}$ Кл. Знайти радіус краплі.

25. Сила взаємодії між двома паралельними нескінченно довгими провідниками, по яких проходять струми силою 1 *А*, рівна 0,1 на 1 м їх довжини. Яка відстань між провідниками?

26. Прямолінійний провідник довжиною 10 см, по якому тече струм 10 А, перебуває в магнітному полі з індукцією В=1 Тл перпендикулярно до ліній індукції. Яка сила діє на провідник?

27. Прямолінійний провідник зі струмом поміщений в однорідне магнітне поле з індукцією B=0,2 Тл. Визначте силу, яка діє на провідник, якщо довжина провідника l=10 см, сила струму I=3 А, а напрям струму складає з напрямом поля кут α=30°.

28. Прямий провідник, яким протікає струм силою 1000 А, розміщений між полюсами електромагніту перпендикулярно до силових ліній. З якою силою діє поле на одиницю довжини провідника? Індукція магнітного поля рівна 1 Тл.

29. Прямий провідник довжиною 10 см, яким тече струм 20 А, перебуває в однорідному магнітному полі з індукцією 0,01 Тл. Який кут між напрямком поля і напрямком струму, якщо на провідник діє сила 10^{-2} Н?

30. Провідник масою 1 г і довжиною 7,8 см знаходиться в рівновазі в горизонтальному магнітному полі напруженістю 10^5 А/м. Визначити силу

струму в провіднику, якщо він перпендикулярний до ліній індукції поля і знаходиться у вільному стані.

31. Однорідне магнітне поле напруженістю 225 А/м діє на вміщений в нього провідник довжиною 50 см з силою 10^{-4} Н. Яка сила струму в провіднику, якщо кут між напрямком струму та вектором індукції магнітного поля 45°?

32. Електрон рухається по колу в однорідному магнітному полі напруженістю 10^5 А/м. Обчислити період обертання електрона.

33. Двічі іонізований атом гелію (α-частинка) рухається в однорідному магнітному полі $H=10^5$ А/м по колу радіусом 10 см. Знайти швидкість α–частинки.

34. Визначити силу Лоренца, що діє на електрон, який влетів в магнітне поле під кутом 30°. Індукція поля рівна 0,2 Тл, швидкість електрона $4\cdot10^6$ м/с.

35. Електрон рухається в однорідному магнітному полі з індукцією 0,02 Тл по колу радіусом 1 см. Визначити кінетичну енергію електрона в джоулях і електрон-вольтах.

36. Електрон, енергія якого 300 еВ, рухається перпендикулярно до ліній індукції однорідного магнітного поля напруженістю 465 А/м. Визначити силу Лоренца, швидкість і радіус траєкторії електрона.

37. Момент імпульсу протона в однорідному магнітному полі напруженістю 20 кА/м рівний $6{,}6\cdot10^{-23}$ кг·м²/с. Визначити кінетичну енергію протона, якщо він рухається перпендикулярно до ліній індукції поля.

38. Протон рухається в магнітному полі напруженістю 10^5 А/м по колу радіусом 2 см. Визначити кінетичну енергію протона.

39. Протон, що пройшов прискорюючу різницю потенціалів 600 В, влетів в однорідне магнітне поле з індукцією 0,3 Тл і почав рухатись по колу. Обчислити радіус траєкторії протона.

40. Заряджена частинка зі швидкістю $2\cdot10^6$ м/с влетіла в однорідне магнітне поле (B=0,52 Тл). Знайти відношення заряду частинки до її маси, якщо частинка описала дугу радіусом 4 см.

41. Електрон і протон, при скорені однаковою різницею потенціалів, потрапляють в однорідне магнітне поле. Порівняти радіуси кривизни траєкторій протона R_1 та електрона R_2. Маса протона в 1840 разів більша маси електрона.

42. На відстані 3 мм паралельно до прямолінійного довгого провідника рухається електрон з кінетичною енергією 500 еВ. Яка сила буде діяти на електрон, якщо по провіднику пропустити струм 10 А?

43. Електрон рухається в однорідному магнітному полі з індукцією 0,1 Тл перпендикулярно до силових ліній. Визначити силу, яка діє на електрон з боку поля, якщо радіус кривизни траєкторії 0,5 м.

44. Визначити радіус дуги кола, якою рухається протон в магнітному полі з індукцією $1{,}5 \cdot 10^{-2}$ Тл. Швидкість протона $2 \cdot 10^{6}$ м/с.

45. Частинка, що несе один елементарний заряд, влетіла в однорідне магнітне поле з індукцією 0,5 Тл. Визначити момент імпульсу частинки в магнітному полі, якщо її траєкторія є дугою з радіусом 0,2 м.

46. Заряджена частинка, рухаючись в магнітному полі по дузі радіусом 2 см, пройшла через свинцеву пластинку. Внаслідок втрати енергії частинкою, радіус траєкторії частинки став 1 см. Визначити відносну зміну енергії частинки.

47. По двох нескінченно довгих прямолінійних паралельних провідниках, відстань між якими 50 см, в одному напрямку течуть струми 5 і 10 *А*. Визначити відстань від провідника з меншим струмом до геометричного місця точок, в якому індукція магнітного поля рівна нулю.

48. Розв’язати попередню задачу для випадку, якщо струми течуть в протилежних напрямках.

49. По двох нескінченно довгих прямолінійних паралельних провідниках течуть струми 5 і 10 А в одному напрямку. Геометричне місце точок, в якому індукція магнітного поля рівна нулю, знаходиться на відстані 10 см від провідника з меншим струмом. Визначити відстань між провідниками.

50. Струм у 20 А йде по довгому провіднику, зігнутому під прямим кутом. Знайти індукцію магнітного поля в точці, що лежить на бісектрисі цього кута і віддалена від вершини кута на відстань 10 см.

РОЗДІЛ 4. ОПТИКА

4.1. Геометрична оптика. Закони геометричної оптики.

Геометрична оптика – це розділ оптики, в якому розглядають питання поширення світла в різних оптичних системах (лінзах, призмах і т.д.) без розгляду питання про природу світла.

Під променем розуміють лінію, уздовж якої поширюється енергія електромагнітної хвилі. Варто розуміти, що світловий промінь – це пучок світла, товщина якого набагато менша за відстань, на яку він поширюється.

Основу геометричної оптики утворюють чотири закони: 1) *закон прямолінійного поширення світла*; 2) *закон незалежності світлових променів*; 3) *закон відбивання світла*; 4) *закон заломлення світла*.

Закон прямолінійного поширення світла: *в однорідному прозорому середовищі світло поширюється прямолінійно.* Цей закон є наближеним: при проходженні світла через дуже малі отвори спостерігаються відхилення від прямолінійності. За теоремою Ферма: *світло поширюється по такому напрямку, час поширення по якому буде мінімальним*.

Закон незалежності світлових променів: *світлові промені, поширюючись у просторі, при перетині не впливають один на одного.* Перетини променів не заважають кожному з них поширюватися незалежно один від одного. Цей закон справедливий при не дуже великій інтенсивності світла. При інтенсивності, що досягається за допомогою лазерів, незалежність світлових променів перестає дотримуватися.

При падінні променів світла на межу розділу двох середовищ відбуваються явища відбивання і заломлення світлових променів.

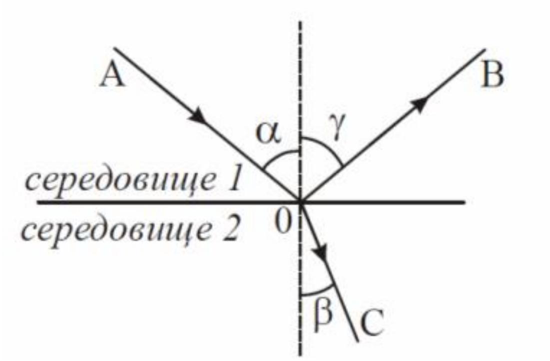


Рис. 4.1.1. Поширення світла на межі розділу двох середовищ.

Кутом падіння називають кут α між падаючим променем А світла і перпендикуляром до межі розділу двох середовищ, проведеним у точку падіння 0 (рис. 4.1.1).

Кутом відбивання називають кут γ між відбитим променем В світла і перпендикуляром до відбивної поверхні, проведеним у точку падіння 0.

Кутом заломлення називають кут β між променем С, що пройшов через межу розділу двох середовищ, і перпендикуляром до межі, проведеним у точку заломлення 0.

Закон відбивання світла: *1) падаючий промінь А, відбитий промінь В і перпендикуляр до відбивної поверхні, проведений у точку падіння 0 лежать в одній площині ; 2) кут падіння α дорівнює куту відбивання γ.*

Закон заломлення світла (закон Снелліуса, нідерланд. фізик): 1) *заломлений промінь* С*, падаючий промінь* А *і перпендикуляр до поверхні розділу середовищ, проведений у точку падіння* 0*, лежать в одній площині*;

2) *відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення є величиною сталою для двох даних середовищ:*

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{21}.$$

Величина n_{21} називається *відносним показником заломлення* середовища 2 відносно середовища 1. Показник заломлення називається відносним, оскільки вимірювання проводяться відносно двох середовищ.

Відносний показник заломлення n_{21} дорівнює відношенню абсолютних показників заломлення n_2 і n_1 цих середовищ:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1},$$

Абсолютним показником заломлення середовища називається показник заломлення середовища відносно вакууму. Він дорівнює відношенню швидкості світла у вакуумі до швидкості світла в даному середовищі:

$$n = \frac{c}{\vartheta},$$

де $c = 3 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$ – швидкість світла у вакуумі, ϑ – швидкість світла у даному середовищі.

Якщо $n_2 > n_1$, то середовище 2 називається оптично густішим в порівнянні з середовищем 1. Якщо $n_2 < n_1$, то середовище 2 називається оптично менш густішим в порівнянні з середовищем 1.

Наслідки з закону Снелліуса:

1. Під час переходу променя світла з середовища оптично менш густішого в оптично більш густіше ($n_2 > n_1$) кут заломлення β менше кута падіння α. Заломлений промінь С в точці падіння променя відхиляється у бік перпендикуляра до межі розділу двох середовищ (рис. 4.1.1).

2. Під час переходу променя світла з середовища оптично більш густішого в оптично менш густіше середовище ($n_2 < n_1$) кут заломлення β більше кута падіння α. Заломлений промінь С в точці падіння променя відхиляється від перпендикуляра до межі розділу двох середовищ.

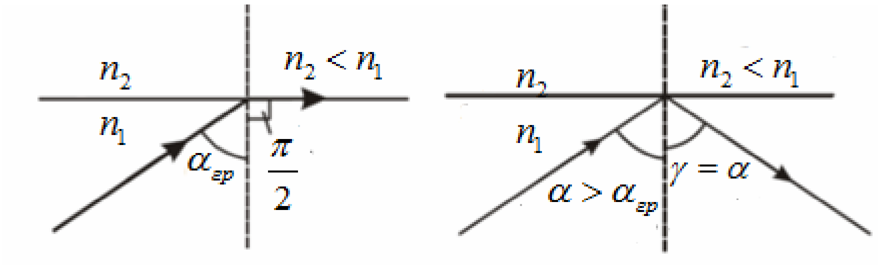


Рис. 4.1.2. Перехід променя світла з більш оптично густішого в менш оптично густіше

Під час збільшення кута падіння α кут заломлення β зростає, залишаючись весь час більше кута α. Нарешті, при деякому куті падіння значення кута заломлення наблизиться до 90° і заломлений промінь піде майже по межі розділу середовищ (рис. 4.1.2). Кут падіння $\alpha_{гр}$, відповідає куту заломлення $\beta = 90^0$ і називається *граничним кутом повного відбивання*. Він визначається з умови:

$$\sin\alpha_{гр} = n_{21}.$$

Якщо $\alpha > \alpha_{гр}$, то відбувається *повне внутрішнє відбивання.*

Таким чином під час переходу променя світла з середовища оптично більш густішого в оптично менш густіше середовище завжди існує граничний кут падіння при якому заломлений промінь буде поширюватись вздовж межі розділу двох середовищ. При кутах падіння більших граничного відбувається повне внутрішнє відбивання (рис. 4.1.2).

4.2. Лінзи. Побудова зображень, що дає тонка лінза.

Лінзою називають оптично прозоре тіло, що обмежене двома гладкими випуклими або вгнутими поверхнями (одна з них може бути плоскою).

Найчастіше поверхні лінз роблять сферичними, а саму лінзу виготовляють із спеціальних сортів скла, наприклад, флінтгласу, або інших речовин з відповідними показниками заломлення.

Якщо відстань між обмежуючими поверхнями в центрі лінзи значно менша за радіуси їх кривизни*, то така лінза називається тонкою*. Лінза називається *збиральною*, якщо вона є товстіша до середини, і *розсіювальною* – коли тонша до середини. Збиральна лінза на схемах позначається так, як показано на рис. 4.2.1, а, а розсіювальна – 4.2.1, б.

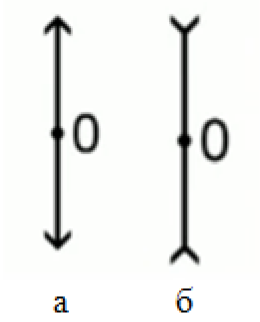


Рис. 4.2.1. Позначення лінз: а) збиральна лінза; б) розсіювальна лінза

Головна оптична вісь – це лінія, яка проходить через лінзу перпендикулярно до її площини. Оптичний центр лінзи – точка перетину головної оптичної осі з лінзою. Вісь, яка проходить через оптичний центр лінзи, але не перпендикулярно до її площини називається *побічною оптичною віссю.*

Головний фокус лінзи (F) – точка, розташована на головній оптичній осі, в якій перетинаються або промені, або їх продовження.

Якщо на збиральну лінзу направити пучок променів, паралельних до її головної оптичної осі, то після заломлення в лінзі вони зберуться в головному фокусі з другого боку лінзи (рис. 4.2.2, а). Якщо промені падають на розсіюють лінзу, то їх продовження перетинаються в уявному фокусі F (рис. 4.2.2, б).

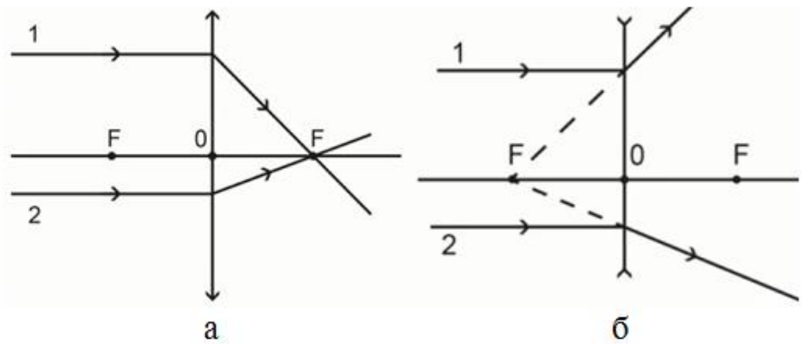


Рис. 4.2.2. Хід променів через збиральну та розсіювальну лінзи

Кожна лінза має два головні фокуси, які розташовані симетрично відносно її оптичного центра О. Відстань між головним фокусом лінзи та її оптичним центром називають *фокусною відстанню* F лінзи. Величина, яка обернена до фокусної відстані F лінзи *називається оптичною силою* D *лінзи*. Одиницею вимірювання оптичної сили в системі СІ є *діоптрія (дптр)*:

$$D = \frac{1}{F}.$$

Для тонких лінз фокусна відстань F, оптична сила D, відстані від лінзи до предмета d і до зображення f пов'язані співвідношенням, яке називають формулою тонкої лінзи:

$$\frac{1}{d} \pm \frac{1}{f} = \pm\frac{1}{F} = \pm D.$$

Правила розстановки знаків:

Якщо лінза збиральна, то її фокус дійсний і перед $\frac{1}{F}$ ставиться знак „+", якщо лінза розсіювальна, то ставиться знак „–". Перед відношенням $\frac{1}{f}$ ставиться знак „–", якщо зображення уявне, і „+", якщо дійсне.

Перед відношенням $\frac{1}{d}$ ставиться знак „–" у випадку точки, що світиться і є уявною (тобто на лінзу падає розсіяний пучок світла) і „+" у випадку точки, що світиться і є дійсною.

Дві площини, паралельні головній площині з обох боків лінзи, які проходять через фокуси, називають *фокальними площинами*. Точки перетину побічних осей з ними називають *побічними фокусами*.

Якщо h – висота предмета, а H – висота зображення, то можна знайти збільшення лінзи:

$$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{f}{d}.$$

Хід променів для побудови зображень.

1. Промінь, який упав на лінзу паралельно головній оптичній осі, заломившись пройде через фокус

2. Промінь, який упав на лінзу через фокус, заломившись пройде паралельно головній оптичній осі.

3. Промінь, який пройшов через оптичний центр, не заломлюється.

4. Промінь, який падає на лінзу паралельно побічній осі, після заломлення перетнеться з нею в фокальній площині.

4.3. Основи фотометрії. Фотометричні величини.

Розділ оптики, в якому розглядаються питання вимірювання енергії, що переноситься електромагнітними хвилями оптичного діапазону, називається *фотометрією*.

Наше око сприймає з усього діапазону електромагнітних хвиль лише вузьку ділянку, звану видимим світлом. Цій ділянці відповідають довжини хвиль від 380 нм до 760 нм. Чутливість ока до світла з різними довжинами хвиль не однакова. Вона має максимум при λ=555 нм (зелена частина спектру) і швидко спадає до нуля при віддаленні від цього максимуму (рис. 4.3.1).

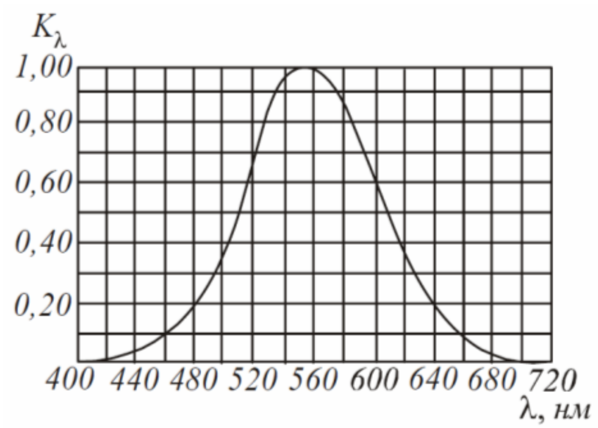


Рис. 4.3.1. Залежність спектральної чутливості ока від довжини хвилі

На цьому графіку по горизонтальній осі відкладена довжина хвилі λ, по вертикальній – відносна спектральна чутливість ока K_λ.

Відносна спектральна чутливість K_λ – це відношення чутливості при даній довжині хвилі до чутливості при $\lambda = 555\,нм$. Для довжини хвилі $\lambda = 555\,нм$ K_λ дорівнює одиниці. При тому ж потоці енергії оцінювана зорова інтенсивність світла для інших хвиль виявляється меншою. Відповідно, K_λ для цих довжин хвиль менше одиниці.

Тілесний кут – це кут, який утворений конічною поверхнею і чисельно дорівнює відношенню площини S, що вирізується цим конусом на поверхні сфери радіусом r, до квадрата радіусу цієї сфери:

$$\Omega = \frac{S}{r^2}.$$

Тілесний кут вимірюється в стерадіанах (ср).

Якщо тілесний кут спирається на деяку площину S_1, нормаль до якої складає кут α з радіусом, то:

$$\Omega = \frac{S_1 \cos\alpha}{r^2}.$$

Повний тілесний кут навколо точки дорівнює 4π стерадіан.

Для характеристики дії на око електромагнітних хвиль оптичного діапазону вводяться наступні фізичні величини, що характеризують світло з точки зору енергії, яку воно переносить: *світловий потік*, *сила світла*, *освітленість*.

Світловий потік (Φ) – це фізична величина, яка дорівнює потужності видимої частини випромінювання, що поширюється усередині даного тілесного кута і оцінюється за дією цього випромінювання на нормальне око.

Для інтервалу $d\lambda$ світловий потік визначається як добуток потоку енергії на відповідне значення функції K_λ:

$$d\Phi = K_\lambda d\Phi_e.$$

Повний світловий потік дорівнює:

$$\Phi = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} K_\lambda d\Phi_e,$$

де $d\Phi_e$ – потік енергії, що випромінюється в інтервалі довжин хвиль від λ до $\lambda + d\lambda$.

Джерело світла, розмірами якого можна знехтувати порівняно з відстанню від місця спостереження до джерела, називається *точковим*. Точкові джерела характеризують силою світла.

Сила світла (I) точкового джерела в даному напрямі – це фізична величина, яка дорівнює світловому потоку, що припадає на одиницю тілесного кута:

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}.$$

Сила світла вимірюється в канделах. Кандела (кд) є однією з основних одиниць Міжнародної системи (СІ).

Якщо точкове джерело випромінює рівномірно по всіх напрямах, то воно називається *ізотропним*. Для ізотропного джерела виконується наступне співвідношення:

$$I = \frac{\Phi}{4\pi},$$

де Φ – повний світловий потік, що випромінюється джерелом. На підставі цього співвідношення вводиться одиниця вимірювання світлового потоку – *люмен*.

Люмен (лм) дорівнює світловому потоку, що випромінюється ізотропним джерелом з силою світла в 1 кд в межах тілесного кута в 1 стерадіан.

Освітленість (E) – фізична величина, яка дорівнює відношенню світлового потоку до площі освітлюваної поверхні:

$$E = \frac{\Phi}{S}.$$

Освітленість вимірюється в люксах.

Люкс (лк) – це освітленість, що створюється світловим потоком 1 лм, рівномірно розподіленим на площі 1 м^2.

Якщо поверхня освітлюється точковим джерелом, то освітленість в кожній точці поверхні може бути різною. Її можна виразити через силу світла I, відстань r від поверхні і кут α між нормаллю до поверхні $\vec{n}$ і напрямом на джерело:

$$E = \frac{I\cos\alpha}{r^2}.$$

4.4. Інтерференція світла. Когерентність.

Інтерференцією світла називається явище накладання когерентних світлових хвиль, в результаті чого відбувається перерозподіл енергії світлового поля, тобто утворюються світлі ділянки (максимуми) і темні ділянки (мінімуми) інтерференційної картини.

Когерентні хвилі – хвилі, що мають однакову частоту і приходять в дану точку простору з різницею фаз, яка не змінюється з часом.

Розглянемо накладення двох світлових хвиль, збуджених когерентними джерелами S_1 і S_2, в точці M (рис. 4.4.1).

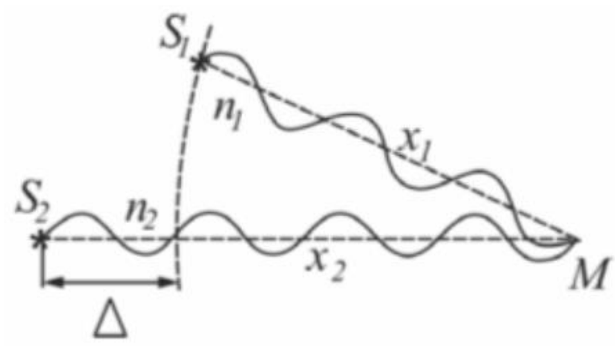


Рис. 4.4.1. Накладання двох світлових хвиль

Для кожної хвилі запишемо рівняння напруженості електричного поля:

$$E_1(t,\, x_1) = A_1 \cos(\omega t - kx_1),$$

$$E_2(t,\, x_2) = A_2 \cos(\omega t - kx_2),$$

де $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число, показує, скільки довжин хвиль укладається на відстані 6,28 м.

Амплітуда результуючого коливання буде рівною:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos\Delta\varphi.$$

Як відомо, інтенсивність хвилі пропорційна квадрату амплітуди $I{\sim}A^2$. З урахуванням цього в останньому співвідношенні замінимо амплітуди через інтенсивності і отримаємо:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi. \qquad (4.4.1)$$

Якщо хвилі некогерентні, то $\Delta\varphi$ безперервно змінюватиметься, а $\cos\Delta\varphi$ прийматиме з рівною імовірністю будь-які значення від -1 до $+1$. Середнє значення за часом дорівнює нулю. Звідси можна зробити висновок, що при накладенні некогерентних хвиль результуюча інтенсивність світлової хвилі дорівнює сумі інтенсивності, що створює кожна з хвиль окремо:

$$I = I_1 + I_2.$$

Якщо хвилі когерентні, то $\cos\Delta\varphi$ має стале в часі (але своє для кожної точки простору) значення. Якщо, $\cos\Delta\varphi > 0$, то $I > I_1 + I_2$, якщо $\cos\Delta\varphi < 0$, то $I < I_1 + I_2$. Таким чином, при накладенні когерентних хвиль відбувається перерозподіл енергії, в результаті якого в одних областях хвильового поля інтенсивність хвилі посилюється (виникають максимуми), а в інших – інтенсивність зменшується (виникають мінімуми).

Встановимо, які умови спостереження максимумів і мінімумів.

1. Інтенсивність максимальна, якщо у виразі (4.4.1) $\cos\Delta\varphi = 1$, або:

$$\Delta\varphi = 2\pi m.$$

де m=0, 1, 2, 3, … ціле число. Число m називається порядком максимуму. Останній вираз є умовою максимумів інтерференції.

2. Інтенсивність мінімальна, якщо у виразі (4.4.1) $\cos\Delta\varphi = -1$, або:

$$\Delta\varphi = \pi(2m+1),$$

де m=0, 1, 2, 3, … Останній вираз є умовою мінімумів інтерференції.

Знайдемо різницю фаз двох хвиль:

$$\Delta\varphi = \omega t - kx_1 - \omega t + kx_2 = k(x_2 - x_1).$$

Величину $x_2 - x_1 = \Delta x$ називають *геометричною різницею ходу.*

Якщо інтерферуючі промені проходять через два однорідні середовища з різними показниками заломлення n_1 і n_2, то замість геометричної різниці ходу Δx вводять поняття *оптичної різниці ходу* Δ:

$$\Delta = n_2 x_2 - n_1 x_1,$$

де $L = nx$ – оптичний шлях в однорідному середовищі. *Оптичний шлях* – це скалярна величина, яка чисельно дорівнює добутку показника заломлення середовища на геометричний шлях, пройдений хвилею.

Умовам максимумів і мінімумів можна надати іншого вигляду, а саме:

$$\Delta = 2m\frac{\lambda}{2}, \tag{4.4.2}$$

$$\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}. \tag{4.4.3}$$

Співвідношення (4.4.2) визначає *умову максимумів інтерференції*: *максимум інтерференції спостерігається, якщо оптична різниця ходу двох хвиль дорівнює парному числу півхвиль*.

Співвідношення (4.4.3) визначає *умову мінімумів інтерференції*: *мінімум інтерференції спостерігається, якщо оптична різниця ходу двох хвиль дорівнює непарному числу півхвиль*.

Отримані співвідношення можна представити у вигляді таблиці.

Таблиця 4.4.1. Умови максимумів і мінімумів інтерференції

Умова максимумів	$\Delta\varphi = 2\pi m$	$\Delta = 2m\frac{\lambda}{2}$
Умова мінімумів	$\Delta\varphi = (2m+1)\pi$	$\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$

При відбиванні хвилі від оптично густішого середовища фаза коливань вектора $\vec{E}$ змінюється на протилежну, тобто на π. Оптичний шлях при цьому змінюється на половину довжини хвилі:

$$L = nx - \frac{\lambda}{2} \text{ або } L = nx + \frac{\lambda}{2}.$$

4.5. Дифракція світла.

Дифракція – це сукупність явищ, які зумовлені хвильовою природою світла і спостерігаються при його поширенні в середовищі з різко вираженими неоднорідностями. У вузькому сенсі *дифракція* – це здатність світлової хвилі огинати перешкоди. При цьому необхідно відзначити наступне:

1. Якщо перешкода співрозмірна з довжиною хвилі, то хвиля її огинає;

2. Якщо перешкода більша довжини хвилі, то хвиля гаситься цією перешкодою.

Довгий час було неможливо експериментально довести дифракцію світла. Це пояснюється тим, що довжина світлової хвилі є малою, і тому перешкода має бути співрозмірна з довжиною світлової хвилі. Проте у 1802 році Томас Юнг (англійський фізик), який відкрив інтерференцію світла, поставив свій класичний дослід по дифракції. Він взяв ширму і проколов шпилькою в ній два отвори (b і c, рис. 4.4.1). Промінь світла, який виходив з отвору (a) першої ширми, розкладався на два світлових пучки. При цьому на екрані виникало чергування світлих і темних смуг – інтерференційна картина.

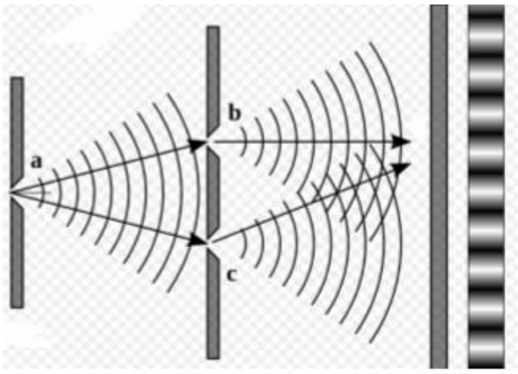


Рис. 4.4.1. Дифракція світла на двох щілинах

Найголовнішим у цьому досліді було здогадатися зробити два когерентних джерела (b і c), у яких різниця фаз постійна.

Закони поширення хвиль легко зрозуміти скориставшись принципом Гюйгенса (Християн Гюйгенс нідерландський вчений-фізик). *Кожна точка поверхні, яку досягнула в даний момент хвиля є точковим джерелом вторинних хвиль. Поверхня, дотична до всіх вторинних хвиль, є хвильовою поверхнею в наступний момент часу.*

Принцип Гюйгенса є чисто геометричним принципом, і він є справедливим для всіх видів хвиль: механічних, електричних та електромагнітних. Проте даний принцип не вказує на способи розрахунку амплітуди хвилі, що є огинаючою вторинних хвиль. Огюст Френель (французький фізик) доповнив принцип Гюйгенса. Запозичивши з нього уявлення про вторинні хвилі, Френель застосував до них закон інтерференції. За Френелем правило побудови огинаючої повинно бути замінено розрахунком взаємної інтерференції вторинних хвиль.

Принцип Гюйгенса-Френеля: *всі вторинні джерела, розміщені на поверхні фронту – когерентні між собою. Амплітуда і фаза хвилі в будь-який точці M простору – це результат інтерференції хвиль, які випромінюються вторинними джерелами* (рис. 4.4.2):

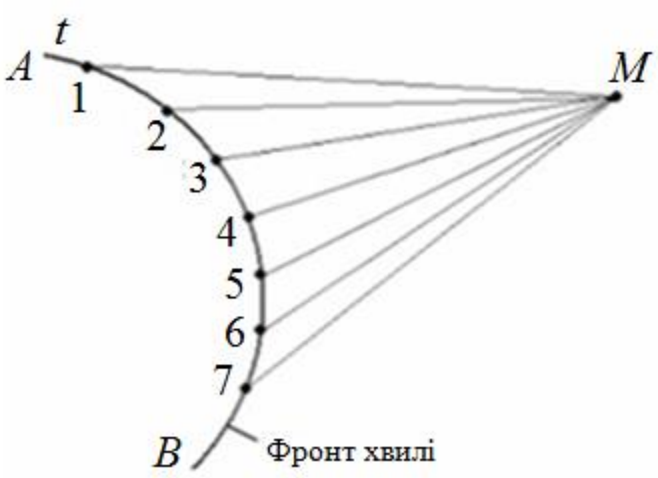


Рис. 4.4.2. Випромінювання хвиль вторинними джерелами хвильового фронту

На рис. 4.4.2 AB – фронт хвилі в момент часу t; 1, 2,... – когерентні джерела вторинних хвиль.

На явищі дифракції побудований такий прилад, як дифракційна *ґратка*. *Дифракційна ґратка* – це спектральний оптичний прилад, призначений для розкладання світла в спектр і вимірювання довжин хвиль (рис. 4.4.3). Вона є плоскою скляною пластинкою, на яку за допомогою ділильної машини через строго однакові інтервали наносять паралельні штрихи. Проміжки між штрихами прозорі для світлових променів і грають роль щілин. Штрихи розсіюють промені і, тому, є непрозорими.

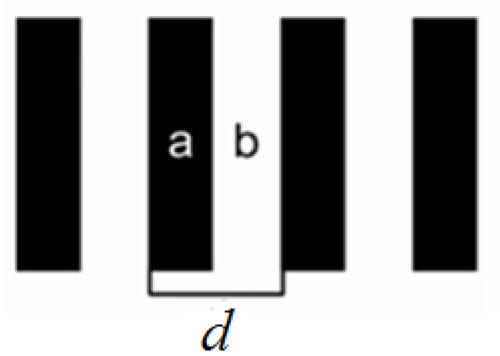


Рис. 4.4.3. Схематичне зображення дифракційної гратки

Основним параметром ґратки є відстань між серединами сусідніх штрихів, яке називають *періодом d* (*сталою*) *дифракційних ґратки*:

$$d = a + b,$$

де b – ширина щілини; a – розмір перешкоди.

Нехай дифракційна гратка освітлюється монохроматичним світлом. Тоді кути, по яких будуть спостерігатися головні максимуми, будуть знаходитись по формулі:

$$d\sin\varphi = k\lambda,$$

де d – період гратки; α – кут, під яким спостерігається максимум; λ – довжина хвилі; k =0, 1, 2, 3 … – порядок (номер) дифракційного максимуму (ціле число). Максимуми для різних довжин хвиль будуть спостерігатися під різними кутами, тобто білий світ буде розкладений в спектр.

На 1 мм дифракційної гратки може бути нанесене $10^3 \div 10^5$ штрихів, а період ґратки може мати значення (1÷10) мкм.

Будь кристал також є дифракційною граткою. На цьому побудований такий метод кристалографії, як рентгеноструктурний аналіз. Кристал опромінюється рентгенівськими променями, і по їх дифракційній картині можна визначити тип кристалічної решітки та розрахувати її період.

4.6. Квантова гіпотеза Планка.

З 1896 року Макс Планк (німецький фізик-теоретик) зацікавився проблемами теплового випромінювання тіл. Адже електродинаміка

Максвелла приводила до безглуздого висновку: нагріте тіло в результаті постійного випромінювання електромагнітних хвиль повинно було охолонути до нуля. Намагаючись подолати труднощі класичної фізики щодо пояснення випромінювання нагрітого твердого тіла Макс Планк у 1900 році висловив таку гіпотезу: *нагріте тіло випускає світло не безперервно, а певними скінченними порціями енергії – квантами (квант (від лат. quantut) – кількість).* Ця енергія пропорційна частоті коливань електромагнітного випромінювання:

$$E = h\nu ,$$

де ν – частота коливань електромагнітного випромінювання; $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}\ Дж \cdot c$ – стала Планка. Її ще називають квантом дії.

Ейнштейн в свою чергу висловив гіпотезу, згідно якої світло поглинається речовиною окремими квантами і поширюється у вигляді окремих частинок – фотонів. Інтенсивність світла визначається кількістю фотонів, що падають за одиницю часу на одиницю площі поверхні.

Фотон – це елементарна частинка, квант електромагнітного випромінювання, що не має маси спокою і рухається із швидкістю світла.

Релятивіську масу фотона знайдемо з формули взаємозв'язку маси і енергії. За формулою Ейнштейна $E = mc^2$. З іншого боку енергія фотона $E = h\nu$. Прирівнявши ці співвідношення, знайдемо масу фотона:

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} .$$

Імпульс фотона

$$p = mc = \frac{h\nu}{c} .$$

Використовуючи співвідношення, що зв'язує швидкість довжину хвилі і частоту $c = \lambda\nu$, імпульс фотона можна виразити формулою:

$$p = \frac{h}{\lambda} ,$$

де λ – довжина хвилі у вакуумі.

За сучасними уявленнями світло випромінюється і поглинається порціями, а тому і поширюється порціями. Фотон зберігає свою індивідуальність протягом всього свого існування. Водночас світлу властиві явища інтерференції, дифракції, поляризації та інші хвильові властивості. Ці факти дозволили зробити припущення, що світлу властивий дуалізм (подвійність). Під час поширення світло виявляє електромагнітні властивості, а під час поглинання – корпускулярні.

4.7. Зовнішній фотоелектричний ефект. Закони фотоефекту.

Зовнішнім фотоефектом називається явище виривання електронів з поверхневого шару речовини під дією світла. Електрони, що вилітають з речовини, називаються фотоелектронами, а електричний струм, що утворюється ними при русі у зовнішньому електричному полі, називається фотострумом. Відкрито явище Герцем у 1887 році, основні закономірності встановлені у 1888-1889 роках Столєтовим.

На підставі експериментів були встановлені закони фотоефекту.

1. *Кількість фотоелектронів прямо пропорційна інтенсивності світла.*

2. *Максимальна кінетична енергія фотоелектронів лінійно залежить від частоти падаючого світла і не залежить від його інтенсивності.*

3. *Для кожної речовини існують порогові значення частоти (ν_0) та довжини хвилі (λ_0) світла, які відповідають межі існування фотоефекту. Світло з меншою частотою ($\nu < \nu_0$) та більшою довжиною ($\lambda > \lambda_0$) хвилі фотоефекту не викликає. Довжину хвилі λ_0 називають червоною межею фотоефекту.*

У разі поглинання світла речовиною кожен поглинений фотон передає всю свою енергію електрону. Частину цієї енергії електрон витрачає на здійснення роботи виходу $A_{вих}$ з речовини. Роботою виходу називається мінімальна енергія, яку необхідно передати електрону для того, щоб видалити його з твердого тіла у вакуум. Залишок енергії утворює кінетичну енергію електрона, що покинув речовину. В цьому випадку за законом збереження енергії повинно виконуватися співвідношення:

$$h\nu = A_{вих} + \frac{m\vartheta^2}{2},$$

яке називається рівнянням Ейнштейна для фотоефекту. З рівняння Ейнштейна безпосередньо випливає другий закон фотоефекту:

$$\frac{m\vartheta^2}{2} = h\nu - A_{вих},$$

тобто максимальна кінетична енергія фотоелектронів лінійно залежить від частоти, оскільки робота виходу для даної речовини величина стала.

При $\nu = \nu_0$ кінетична енергія дорівнює нулю. При цьому

$$h\nu_0 = A_{вих},$$

тобто червона межа фотоефекту визначатиметься природою речовини.

У таблиці 4.7.1 наведені основні формули, які використовуються при розв'язанні задач з розділу «Оптика».

Таблиця 4.7.1.

Основні формули з розділу «Оптика»

Формула	Назва формули	Позначення
$n = \frac{c}{\vartheta} = \sqrt{\varepsilon\mu}$	Абсолютний показник заломлення середовища	c – швидкість світла у вакуумі; ϑ – фазова швидкість електромагнітної хвилі у середовищі; ε і μ – діелектрична та магнітна проникності речовини
$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}$	Відносний показник заломлення двох середовищ – (показник заломлення другого середовища відносно першого)	n_2 та n_1 – абсолютні показники заломлення другого та першого середовища

Формула	Назва формули	Позначення
$\sin\alpha_{гр} = n_{21}$	Граничний кут повного внутрішнього відбиття (кут, при якому заломлений промінь ковзає по границі двох середовищ)	n_{21} – відносний показник заломлення двох середовищ
$L = nl$	Оптична довжина шляху світлової хвилі	де l – геометрична довжина шляху світлової хвилі у середовищі з показником заломлення n
$\Delta = L_2 - L_1 = n_2 l_2 - n_1 l_1$	Оптична різниця ходу двох світлових хвиль	n_2 та n_1 – абсолютні показники заломлення середовищ, в яких поширюються хвилі
$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda}$	Зв'язок різниці фаз із оптичною різницею ходу світлових хвиль	λ – довжина світлової хвилі
$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{21}$	Закон Снелліуса для заломлення світла	n_{21} – відносний показник заломлення
$\Delta = \pm k\lambda,\ (k = 1, 2, ...)$	Умова спостереження інтерференційних максимумів	k – порядок інтерференції
$\Delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2},\ (k = 1, 2, ...)$	Умова спостереження інтерференційних мінімумів	
$\Delta X = \frac{L}{d}\lambda$	Ширина інтерференційної смуги у дослідах Юнга	де L – відстань від щілини до екрану, на якому спостерігається інтерференція; d – відстань між щілинами
$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} \pm \frac{\lambda}{2}$ або $\Delta = 2dn\cos\gamma \pm \frac{\lambda}{2}$	Оптична різниця ходу світлових хвиль, що виникає при відбиванні монохроматичного світла від тонкої плівки (береться знак „+" при відбитті від менш оптично густого	де d – товщина плівки; n – показник заломлення плівки; α – кут падіння; γ – кут заломлення світла в плівці

Формула	Назва формули	Позначення
	середовища, а знак „–”– при відбитті від більш оптично густого середовища)	
$r_k = \sqrt{(2k-1)R\frac{\lambda}{2}}$, $(k = 1, 2, ...)$	Радіуси світлих кілець Ньютона у відбитому світлі та темних кілець у прохідному світлі	де k – номер кільця; R – радіус кривизни лінзи
$r_k = \sqrt{kR\lambda}$, $(k = 1, 2, ...)$	Радіуси темних кілець Ньютона у відбитому світлі та світлих кілець у прохідному світлі	де k – номер кільця; R – радіус кривизни лінзи
$b\sin\varphi = \pm k\lambda$, $(k = 1, 2, ...)$	Умова спостереження дифракційних мінімумів при дифракції на одній щілині	k – номер мінімуму; φ – кут дифракції; b – ширина щілини
$b\sin\varphi = \pm\left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$, $(k = 0, 1, 2, ...)$	Умова спостереження дифракційних максимумів при дифракції на одній щілині	k – номер максимуму; φ – кут дифракції; b – ширина щілини
$d\sin\varphi = \pm k\lambda$, $(k = 0, 1, 2, ...)$	Умова спостереження головних дифракційних мінімумів при дифракції на решітці	де d – період дифракційної решітки; k – порядок максимуму
$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$	Роздільна здатність дифракційної решітки	$\Delta\lambda$ – найменша різниця довжин хвиль двох сусідніх спектральних ліній, при якій ці лінії у спектрі можуть спостерігатися роздільно; λ – довжина хвилі, поблизу якої проводяться вимірювання; N – загальна кількість щілин решітки
$I_p = I_A\cos^2\varphi$	Закон Малюса	I_p – інтенсивність світла, що пройшло

Формула	Назва формули	Позначення
		через поляризатор, I_A – інтенсивність світла, що пройшло через аналізатор, φ – кут між площинами головних перерізів поляризатора P та аналізатора A
$tgi_Б = n_{21}$	Закон Брюстера	$i_Б$ – кут падіння, за якого промінь, котрий відбився від діелектрика, є повністю поляризованим; n_{21} – відносний показник заломлення
$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$	Формула тонкої лінзи	d – відстань від предмета до лінзи, f – відстань від лінзи до зображення, F – фокусна відстань
$D = \frac{1}{F}$	Оптична сила лінзи	F – фокусна відстань
$Г = \frac{H}{h} = \frac{f}{d}$	Лінійне збільшення лінзи	H – висота зображення, h – висота предмета, d – відстань від предмета до лінзи, f – відстань від лінзи до зображення
$I = \frac{\Phi}{\Omega}$	Сила світла	Φ – світловий потік; Ω – тілесний кут
$E = \frac{\Phi}{S}$	Освітленість поверхні	Φ – світловий потік; S – площа поверхні, яка освітлюється
$E = \frac{I}{r^2}\cos\alpha$	Освітленість поверхні точковим джерелом світла	I – сила світла; r – відстань від джерела світла до місця падіння променя; α – кут падіння променя
$h\nu = A_{вих} + \frac{m\vartheta^2}{2}$	Рівняння Ейнштейна для фотоефекту	ν – частота світла; h – стала Планка; m – маса електрона; υ –

Формула	Назва формули	Позначення
		швидкість електрона; A – робота виходу

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ З ОПТИКИ

Задача 1. Лінза дає пряме збільшене в 4 рази зображення предмета. Відстань від предмета до зображення 25 см. Якою є оптична сила лінзи?

Дано:

$\varGamma = 4$

$l = 25\,см = 0{,}25\,м$

Знайти:

$D - ?$

Розв'язок

Оскільки зображення предмета збільшене, то така лінза є збиральною. Разом з тим, збільшене зображення збиральної лінзи може бути як дійсним, так і уявним. Тому розглянемо ці два випадки.

Випадок 1: зображення предмета *дійсне*, обернене і збільшене. Тоді відстань від предмета до його зображення:

$$l = d + f\,,$$

де d – відстань від лінзи до предмета, f – відстань від лінзи до зображення.

Враховуючи, що збільшення лінзи:

$$\varGamma = \frac{f}{d}\,,$$

знайдемо

$$f = \varGamma \cdot d\,.$$

Отже,

$$l = d + \varGamma \cdot d = (1 + \varGamma) \cdot d\,,$$

звідки

$$d = \frac{l}{1 + \varGamma}\,.$$

За формулою тонкої лінзи для випадку збиральної лінзи і дійсного зображення:

$$D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{\Gamma \cdot d} = \frac{\Gamma + 1}{\Gamma \cdot d} = \frac{(\Gamma + 1)^2}{\Gamma \cdot l} = 25 \text{ дптр.}$$

Випадок 2: зображення предмета *уявне*, пряме і збільшене. Тоді:

$$l = f - d = \Gamma \cdot d - d = (\Gamma - 1) \cdot d .$$

Звідси

$$d = \frac{l}{\Gamma - 1} .$$

За формулою тонкої лінзи для випадку збиральної лінзи і уявного зображення:

$$D = \frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{d} - \frac{1}{\Gamma \cdot d} = \frac{\Gamma - 1}{\Gamma \cdot d} = \frac{(\Gamma - 1)^2}{\Gamma \cdot l} = 9 \text{ дптр.}$$

Відповідь: $D_1 = 25$ *дптр;* $D_2 = 9$ *дптр.*

Задача 2. Плоско випукла лінза з фокусною відстанню 0,76 м із скла лежить на скляній пластинці, показник заломлення якої 1,5. Радіус m-го темного кільця Ньютона у відбитому світлі рівний 0,9 мм. Знайдіть довжину падаючої хвилі.

Дано:

$F = 0{,}76 \text{ м}$

$n = 1{,}5$

$m = 5$

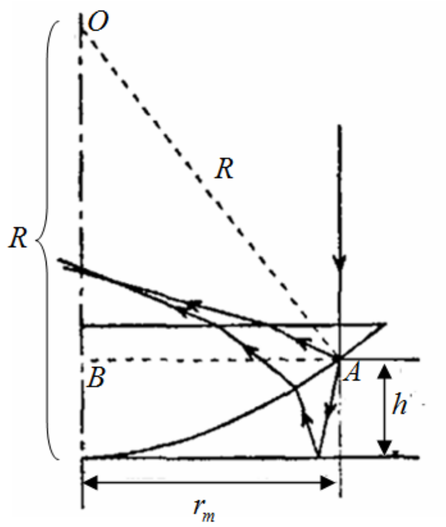
$r_m = 0{,}9 \text{ мм} = 9 \cdot 10^{-4} \text{ м}$

Знайти:

$\lambda - ?$

Розв'язок

Поява кілець Ньютона зумовлено інтерференцією світлових променів, відбитих від двох поверхонь тонкого повітряного прошарку між лінзою і пластинкою.



Оптична різниця ходу променів рівна:

$$\Delta d = 2h \cdot n_n + \frac{\lambda}{2},$$

де n_n – абсолютний показник заломлення повітря. Доданок $\frac{\lambda}{2}$ враховує, що при відбиті променя від оптично більш густого середовища фаза коливань змінюється на протилежну. Враховуючи, що для повітря $n_n = 1$, останній вираз прийме вигляд:

$$\Delta d = 2h + \frac{\lambda}{2}. \quad (1)$$

Із прямокутного трикутника ABO можемо записати:

$$R - h = \sqrt{R^2 - r_m^2},$$

де R – радіус лінзи; r – радіус кільця Ньютона.

Оскільки $r << R$, то:

$$\sqrt{R^2 - r_m^2} = R - \frac{r_m^2}{2R}.$$

Тоді із двох останніх виразів маємо:

$$R - h = R - \frac{r_m^2}{2R}.$$

Звідси:

$$h = \frac{r_m^2}{2R}. \quad (2)$$

Запишемо умову інтерференційного мінімуму:

$$\Delta d = (2m+1)\frac{\lambda}{2}, \tag{3}$$

де m – порядок інтерференційного мінімуму.

Із виразів (1) і (3) можемо записати:

$$2h + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2},$$

$$2h + \frac{\lambda}{2} = 2k\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2}.$$

Звідси:

$$h = \frac{m\lambda}{2}. \tag{4}$$

Із виразів (2) і (4) маємо:

$$\frac{r_m^2}{2R} = \frac{m\lambda}{2}.$$

Звідси:

$$\lambda = \frac{r_m^2}{mR}. \tag{5}$$

Запишемо вираз для оптичної сили D плосковипуклої лінзи:

$$D = \frac{1}{F} = \frac{n-1}{R},$$

де F – фокусна відстань лінзи.

Звідси:

$$R = f(n-1), \tag{6}$$

де n – показник заломлення лінзи.

Підставимо (6) у (5):

$$\lambda = \frac{r_m^2}{mf(n-1)}.$$

$$\lambda = \frac{\left(9\cdot 10^{-4}\right)^2}{5\cdot 0{,}76\cdot(1{,}5-1)} = 4{,}26\cdot 10^{-7}\ м = 0{,}426\ мкм$$

Відповідь: $\lambda = 0{,}426\ мкм$.

Задача 3. Плоска світлова хвиля довжиною λ_0 у вакуумі падає перпендикулярно на прозору пластинку з показником заломлення n. При яких товщина пластинки відбита хвиля буде мати:

а) максимальну інтенсивність;

б) мінімальну інтенсивність?

Дано:

λ_0

n

Найти:

$d_1 - ?$

$d_2 - ?$

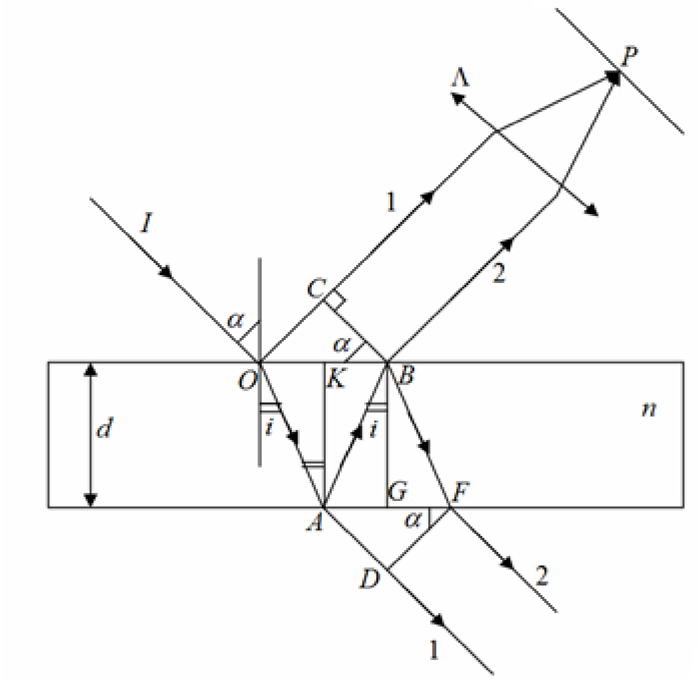
Розв’язок

На рисунку показана тонка плівка товщиною d на яку під кутом α до нормалі падає паралельний пучок променів. Промінь *I*, попадаючи у точку O, частково відбивається (промінь 1), частково заломлюється (промінь *OA*). Промені 1 та 2, що утворилися із променя *I*, когерентні, тому у точці сходження можуть інтерферувати. Для цього на шляху променів 1 та 2 ставлять збиральну лінзу, за лінзою у фокальній площині розміщують екран. В залежності від оптичної різниці ходу, на екрані, в точці *P*, спостерігають інтерференційні максимуми та мінімуми у вигляді смуг, що відповідають даному куту падіння α.

Проведемо фронт хвилі *BC* і виразимо різницю ходу між променями 1 та 2 в точках *B* і *C*. Оптична різниця ходу рівна:

$$\Delta = 2AO \cdot n - CO - \frac{\lambda}{2}. \qquad (1)$$

Тут величина $\frac{\lambda}{2}$ обумовлена втратою півхвилі в точці *O* при відбитті променя 1 від оптично більш густого середовища.



З прямокутних трикутників OAK і OCB знаходимо AO і CO і підставимо в (1):

$$AO = \frac{d}{\cos i}; \quad OK = AO\sin i = \frac{d}{\cos i}\cdot\sin i;$$

$$OB = 2OK = \frac{2d}{\cos i}\cdot\sin i; \quad CO = OB\sin\alpha = \frac{2d}{\cos i}\cdot\sin i\sin\alpha;$$

$$\Delta = \frac{2dn}{\cos i} - \frac{2d}{\cos i}\cdot\sin i\sin\alpha - \frac{\lambda}{2} = \frac{2d}{\cos i}\left(n - \sin i\sin\alpha\right) - \frac{\lambda}{2} = \frac{2d}{\cos i}\left(n - n\sin^2 i\right) - \frac{\lambda}{2} =$$
$$= \frac{2dn}{\cos i}\left(1-\sin^2 i\right) - \frac{\lambda}{2} = \frac{2dn\cos^2 i}{\cos i} - \frac{\lambda}{2} = 2dn\cos i - \frac{\lambda}{2} \qquad (2)$$

Згідно закону заломлення світла маємо:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin i} = n.$$

Звідси:

$$\sin i = \frac{\sin\alpha}{n}.$$

Виразимо косинус через синус:

$$\cos i = \sqrt{1-\sin^2 i} = \sqrt{1-\frac{\sin^2\alpha}{n^2}}.$$

Підставимо останній вираз в (2):

$$\Delta = 2dn\sqrt{1-\frac{\sin^2\alpha}{n^2}} - \frac{\lambda}{2} = 2d\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} - \frac{\lambda}{2}. \qquad (3)$$

Інтерференційний максимум спостерігається, якщо:

$$\Delta = k\lambda,$$

де k – порядок максимуму ($k = 0, 1, 2, \ldots$).

Із двох останніх виразів можемо записати:

$$2d\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} - \frac{\lambda}{2} = k\lambda.$$

У нашому випадку $\alpha = 90^0$, $\sin 90^0 = 1$, тоді:

$$2dn - \frac{\lambda}{2} = k\lambda.$$

Звідси:

$$2dn = k\lambda + \frac{\lambda}{2} = \lambda\left(\frac{1}{2}+k\right) = \lambda(0{,}5+k),$$

$$d = d_1 = \frac{\lambda}{2n}(0{,}5+k).$$

Інтерференційний мінімум спостерігається, якщо:

$$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \qquad (4)$$

де k – порядок мінімуму ($k = 0, 1, 2, \ldots$).

Із виразів (3) та (4) можемо записати:

$$2dn - \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

$$2dn - \frac{\lambda}{2} = k\lambda + \frac{\lambda}{2},$$

$$2dn = k\lambda + \lambda = \lambda(k+1),$$

$$d = d_2 = \frac{\lambda}{2n}(k+1).$$

Відповідь: $d_1 = \frac{\lambda}{2n}(0{,}5+k)$; $d_2 = \frac{\lambda}{2n}(k+1)$.

Задача 4. На дифракційну гратку, стала якої 4 мкм, нормально падає пучок білого світла. Визначити протяжність видимої ділянки спектру першого порядку, спроектованого на екран лінзою з фокусною відстанню 50 см. Довжини хвиль границь видимого спектру вважати рівними 380 нм і 760 нм.

Дано:

$d = 4\text{ мкм} = 4 \cdot 10^{-6}\ м$

$F = 50\text{ см} = 0{,}5\text{ м}$

$\lambda_ч = 760\ нм = 76 \cdot 10^{-8}\ м$

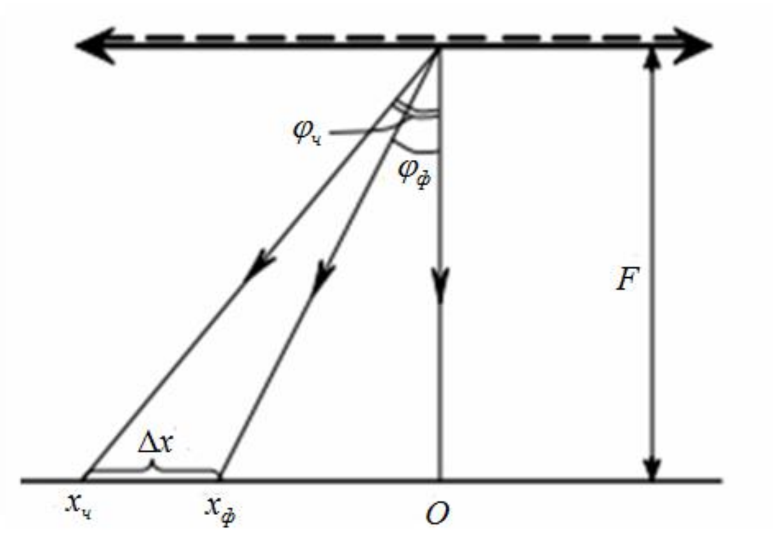
$\lambda_ф = 380\ нм = 38 \cdot 10^{-8}\ м$

$k = 1$

Найти:

$\Delta x - ?$

Розв’язок



На рисунку показано $\varphi_ф$ – кут дифракції, що відповідає куту відхилення від початкового напрямку фіолетових променів; $\varphi_ч$ – червоних променів; $x_ф$ – відстань від центрального максимуму до фіолетової лінії першого порядку; $x_ч$ – до червоної лінії; Δx – ширина спектру першого порядку.

Запишемо формулу дифракційної гратки:

$$d \cdot \sin\varphi = k\lambda,$$

де d – період дифракційної гратки; φ – кут між напрямком на дифракційний максимум і нормаллю до гратки; $k = 0, 1, 2,...$ – порядок максимуму; λ – довжина хвилі.

Звідси:

$$\sin\varphi = \frac{k\lambda}{d}.$$

Вважаючи кути дифракції першого порядку малими, можна записати $\sin\varphi \approx tg\varphi$. Тоді:

$$tg\varphi = \frac{k\lambda}{d}. \qquad (1)$$

Із рисунка можемо записати:

$$x_ч = Ftg\varphi_ч,$$

$$x_ф = Ftg\varphi_ф,$$

де F – фокусна відстань лінзи.

Тоді протяжність видимої ділянки спектра Δx рівна:

$$\Delta x = x_{кр} - x_ф = Ftg\varphi_ч - Ftg\varphi_ф = F\left(tg\varphi_ч - tg\varphi_ф\right).$$

Враховуючи (1), останній вираз запишемо так:

$$\Delta x = F\left(\frac{k\lambda_ч}{d} - \frac{k\lambda_ф}{d}\right) = \frac{kF}{d}\left(\lambda_ч - \lambda_ф\right).$$

$$\Delta x = \frac{1 \cdot 0,5}{4 \cdot 10^{-6}} \cdot \left(76 \cdot 10^{-8} - 38 \cdot 10^{-8}\right) = 4,75 \cdot 10^{-2}\ м$$

Відповідь: $\Delta x = 4,75 \cdot 10^{-2}\ м$.

Задача 5. Відстань від щілин до екрану у досліді Юнга рівна 1 м. Визначте відстань між щілинами, якщо на відрізку довжиною 1 см вкладається 10 темних інтерференційних смуг. Довжина хвилі 0,7 мкм.

Дано:

$L = 1\ м$

$S = 1\,см = 10^{-2}\ м$

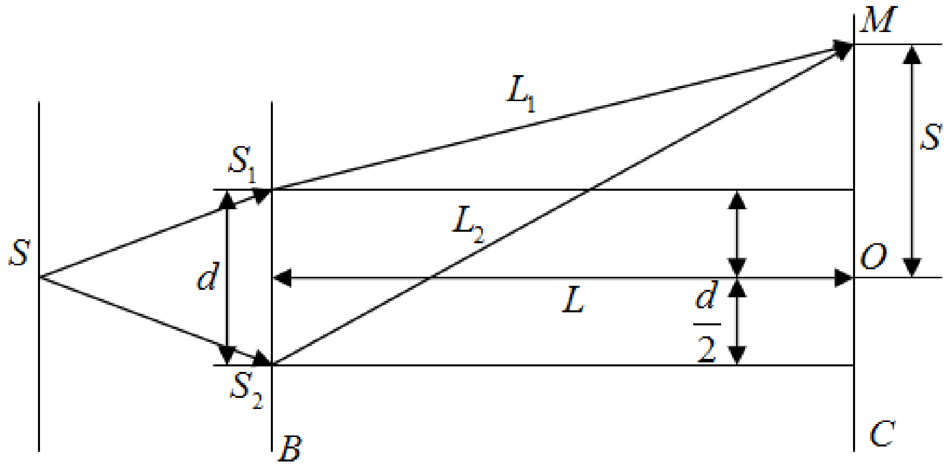
$N = 10$

$\lambda = 0{,}7\ мкм = 7 \cdot 10^{-7}\ м$

Знайти:

$d - ?$

Розв'язок



У деякій точці M екрану C буде спостерігатися інтерференційний максимум при виконанні умови:

$$\Delta = k\lambda, \tag{1}$$

де Δ – оптична різниця ходу; $k = 0, 1, 2, \ldots$ – порядок інтерференційного максимуму; λ – довжина хвилі.

Оскільки показник заломлення повітря $n = 1$, то оптична різниця ходу рівна:

$$\Delta = L_2 - L_1, \tag{2}$$

де L_2 – відстань від другої щілини до точки M; L_1 – відстань від першої щілини до точки M.

Позначимо через x_k відстань від точки M до точки O, симетричної відносно щілин. Із рисунка бачимо, що:

$$L_1^2 = L^2 + \left(x_k - \frac{d}{2}\right)^2 = L^2 + x_k^2 - x_k d + \frac{d^2}{4},$$

$$L_2^2 = L^2 + \left(x_k + \frac{d}{2}\right)^2 = L^2 + x_k^2 + x_k d + \frac{d^2}{4}.$$

З останніх двох виразів можемо записати:

$$L_2^2 - L_1^2 = 2x_k d,$$

або

$$(L_2 - L_1)(L_2 + L_1) = 2x_k d.$$

З умови $L >> d$ випливає, що $L_2 + L_1 = 2L$, тому останню рівність запишемо так:

$$(L_2 - L_1) \cdot 2L = 2x_k d.$$

Підставимо (2) в останній вираз:

$$\Delta \cdot 2L = 2x_k d.$$

Звідси:

$$x_k = \frac{\Delta \cdot L}{d}.$$

Підставимо (1) в останній вираз:

$$x_k = \frac{k\lambda \cdot L}{d}.$$

За останнім виразом можна знайти координату k-го максимуму. При $k = 1$ знайдемо ширину інтерференційної смуги Δx. Тоді останній вираз запишемо так:

$$\Delta x = x_1 = \frac{\lambda L}{d}.$$

Згідно умови задачі, на відстані $S = 1\,\text{см}$ вкладається 24 темні смуги, і, відповідно, стільки ж світлих смуг. Тому можемо записати:

$$S = 2N\Delta x.$$

Звідси:

$$\Delta x = \frac{S}{2N}.$$

Тут врахували, що коефіцієнт 2, оскільки є як світлі, так і темні смуги.

З останніх двох виразів можемо записати:

$$\frac{\lambda L}{d} = \frac{S}{2N}.$$

Звідси:

$$d = \frac{2N\lambda L}{S}.$$

Підставимо дані:

$$d = \frac{2 \cdot 10 \cdot 7 \cdot 10^{-7} \cdot 1}{10^{-2}} = 1{,}4 \cdot 10^{-3}\ м$$

Відповідь: $d = 1{,}4 \cdot 10^{-3}\ м$**.**

Задача 6. На дифракційну гратку падає нормально паралельний пучок білого світла. Спектри третього і четвертого порядку частково накладаються один на одного. На яку довжину у спектрі четвертого порядку накладається межа (780 нм) спектру третього порядку?

Дано:

$k_3 = 3$

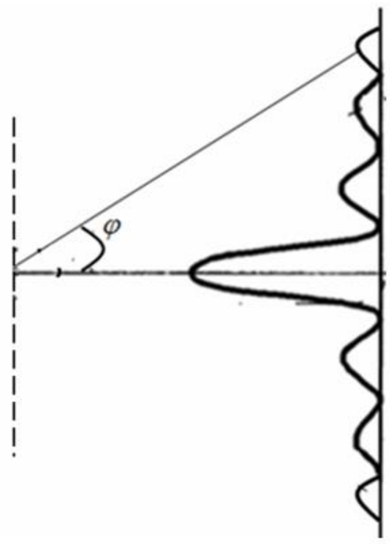
$k_4 = 4$

$\lambda_3 = 780\ нм = 78 \cdot 10^{-8}\ м$

Знайти:

$\lambda_4 - ?$

Розв'язок



Спектри різних порядків будуть частково накладатися один на одного, якщо у них є лінії, яким відповідає однаковий кут дифракції. Запишемо формулу дифракційної гратки:

$$d\sin\varphi = k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, ...),$$

де d – стала (період) дифракційної гратки; φ – кут максимуму даного кольору; k – порядок максимуму; λ – довжина хвилі.

Запишемо умову утворення лінії, що відповідає світловій хвилі з довжиною λ_3 у спектрі порядку k_3:

$$d\sin\varphi = k_3\lambda_3.$$

Запишемо умову утворення лінії, що відповідає світловій хвилі з довжиною λ_4 у спектрі порядку k_4:

$$d\sin\varphi = k_4\lambda_4.$$

Із двох останніх виразів можемо записати:

$$k_3\lambda_3 = k_4\lambda_4.$$

Звідси:

$$\lambda_4 = \frac{k_3\lambda_3}{k_4}.$$

Підставимо дані:

$$\lambda_4 = \frac{3 \cdot 78 \cdot 10^{-8}}{4} = 5{,}85 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

Відповідь: $\lambda_4 = 5{,}85 \cdot 10^{-7}$ м.

Задача 7. На металічну пластинку падає монохроматичний пучок світла з частотою 7,3·10^{14} Гц. Червона межа фотоефекту для даного матеріалу рівна 560 нм. Визначте максимальну швидкість фотоелектронів.

Дано:

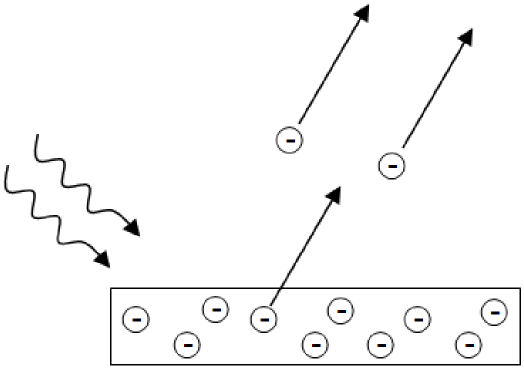
$\nu = 7{,}3 \cdot 10^{14}$ *Гц*

$\lambda_0 = 560$ *нм* $= 56 \cdot 10^{-8}$ *м*

Знайти:

$\vartheta_{\max}$ – ?

Розв'язок



Запишемо рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту:

$$h\nu = A + \frac{m\vartheta_{max}^2}{2},$$

де $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ $Дж \cdot с$ – стала Планка; ν – частота світла; A – робота виходу електрона з металу; $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ $кг$ – маса електрона; ϑ_{max} – максимальна швидкість електронів, що вилітають із металу.

Для граничної довжини хвилі λ_0 (для червоної межі фотоефекту) можемо записати:

$$A = h\frac{c}{\lambda_0},$$

де $c = 3 \cdot 10^8 \ \frac{м}{с}$ – швидкість світла у вакуумі.

Із двох останніх виразів можемо записати:

$$h\nu = h\frac{c}{\lambda_0} + \frac{m\vartheta_{max}^2}{2}.$$

Звідси:

$$\frac{m\vartheta_{max}^2}{2} = h\nu - h\frac{c}{\lambda_0},$$

$$\vartheta_{max}^2 = \frac{2h}{m}\left(\nu - \frac{c}{\lambda_0}\right),$$

$$\vartheta_{max} = \sqrt{\frac{2h}{m}\left(\nu - \frac{c}{\lambda_0}\right)}.$$

Перевіримо розмірність останнього виразу:

$$[\vartheta_{max}] = \left[\sqrt{\frac{Дж \cdot с}{кг} \cdot \left(\frac{1}{с} - \frac{\frac{м}{с}}{м} \right)} = \sqrt{\frac{Дж \cdot с}{кг} \cdot \left(\frac{1}{с} - \frac{1}{с} \right)} = \sqrt{\frac{кг \cdot \frac{м}{с^2} \cdot м}{кг}} = \frac{м}{с} \right].$$

Підставимо дані:

$$\vartheta_{max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} \cdot \left(7{,}3 \cdot 10^{14} - \frac{3 \cdot 10^{8}}{56 \cdot 10^{-8}} \right)} \approx 5{,}3 \cdot 10^{5} \ \frac{м}{с}.$$

Відповідь: $\vartheta_{max} = 5{,}3 \cdot 10^{5} \ \frac{м}{с}$.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

1. Промінь світла падає у воді на скляну пластинку. Показник заломлення води n_1=1,33; показник заломлення скла n_2=1,5. Яким повинен бути кут падіння променя, щоб відбитий від межі розділу промінь був перпендикулярним до заломленого?

2. Визначити, наскільки плоскопаралельна скляна пластинка товщиною d=10 см зміщує промінь світла, який падає з повітря на неї під кутом α_1=70^0. Показник заломлення скла n=1,5.

3. Промінь світла потрапляє з повітря під кутом падіння 30° на плоскопаралельну пластинку і виходить з неї паралельно до початкового променя. Показник заломлення скла 1,5. Яка товщина d пластинки, якщо бокове зміщення променя складає 1,94 см?

4. Вертикально розміщений в озері стовп виступає з вода на 1,2 м. Визначити довжину тіні на дні озера, якщо промені Сонця падають на поверхню води під кутом 45°, а глибина озера – 1 м. Показник заломлення води дорівнює 1,33.

5. Показник заломлення товстої прозорої пластинки змінюється від n_1=1,4 на верхній грані, до n_2=1,5 на нижній. Верхня грань пластинки межує із середовищем з показником заломлення n_0=1,33, а нижня – із середовищем з показником заломлення n_3=1,7. Промінь світла потрапляє на верхню грань

пластинки під кутом падіння α_1=30^0. Під яким кутом промінь вийде з пластинки?

6. Людина, яка стоїть на березі озера, дивиться на камінь, що лежить на його дні. Глибина озера h=1 м. На якій віддалі від поверхні води буде зображення каменя, якщо кут зору складає з нормаллю до поверхні води кут 60°? Показник заломлення води n=1,33.

7. Водолаз, ростом 1,7 м, стоїть на дні озера. Яка глибина озера, якщо водолаз бачить відбиті від поверхні води ділянки горизонтального дна, що знаходяться на відстані більше 15 м від нього? Показник заломлення води дорівнює 1,33.

8. Визначити показник заломлення скипидару і швидкість розповсюдження світла в ньому, якщо відомо що кут падіння променя на поверхню скипидару 45°, а кут заломлення 30°.

9. Хлопчик бажає попасти палицею в предмет, що знаходиться на дні водоймища глибиною 40 см. На якій відстані від предмета палиця попаде в дно водоймища, якщо хлопчик точно націлившись, кинув палицю під кутом 45° до поверхні води.

10. Промінь світла падає на прозору плоскопаралельну пластинку, товщиною 5,6 см, під кутом 45° і виходить із пластинки, зазнавши бокового зміщення стосовно початкового напрямку поширення у 2 см. Яким є показник заломлення матеріалу пластинки?

11. Пучок паралельних променів шириною 4 мм падає у повітрі на скло під кутом, що дорівнює граничному куту повного внутрішнього відбивання для скла відносно повітря. Якою є ширина світлового пучка в склі? Абсолютний показник заломлення скла дорівнює 1,5.

12. Пучок паралельних променів шириною 3 мм падає у воді на скло під кутом, що дорівнює граничному куту повного внутрішнього відбивання для скла відносно повітря. Ширина світлового пучка в склі рівна 2,5 мм. Абсолютний показник заломлення скла дорівнює 1,6. Визначити абсолютний показник заломлення рідини.

13. Переріз скляної призми має форму рівностороннього трикутника. Промінь світла падає перпендикулярно на одну із його граней. Знайти кут φ між падаючим променем і променем, який вийшов з призми. Показник заломлення скла n=1,5.

14. Промінь, що падає на одну із граней призми, виходить після заломлення через суміжну грань. Яким є максимально допустиме значення заломлюючого кута θ призми, якщо вона зроблена із скла з показником заломлення n=1,5 ?

15. Знайти фокусну віддаль лінзи, що занурена у воду, якщо відомо, що її фокусна віддаль в повітрі дорівнює 20 см. Показник заломлення матеріалу лінзи $n_л$=1,6. Показник заломлення води $n_в$=1,33.

16. На віддалі 15 см від опуклої лінзи з оптичною силою 10 діоптрій, знаходиться предмет висотою 2 см. Знайти положення і висоту зображення предмета. Зробити рисунок.

17. Лінза з фокусною віддаллю 16 см дає чітке зображення предмета при двох положеннях, віддаль між якими 60 см. Знайти віддаль від предмета до екрана.

18. Збиральна лінза дає на екрані чітке зображення предмета, яке в K=2 рази більше цього предмета. Відстань від предмета до лінзи на l=6 см перевищує її фокусну відстань. Знайти відстань f від лінзи до екрана.

19. Визначити оптичну силу об'єктива фотоапарата, яким фотографують місцевість з літака на висоті 5 км в масштабі 1:20000. В якому масштабі одержимо знімок, якщо цим фотоапаратом виконати фотографування поверхні Землі, з штучного супутника, що знаходиться на висоті 250 км?

20. Предмет знаходиться на відстані a=0,1 м від переднього фокуса збиральної лінзи, а екран, на якому виникає чітке зображення предмета, розташований на відстані $в$=0,4м від заднього фокуса лінзи. Знайти фокусну відстань лінзи. З яким збільшенням одержимо зображення предмета?

21. Далекозора людина може читати книгу, тримаючи її на відстані не менше 80 см від ока. Яка повинна бути оптична сила окулярів, якими має користуватись ця людина, щоб читати книгу на відстані 25 см?

22. Людина, зріст якої 1,7 м, рухається зі швидкістю 1 м/с в напрямку до вуличного ліхтаря. В деякий момент часу довжина тіні людини була 1,8 м, а через 2 с довжина тіні стала 1,3 м. На якій висоті знаходиться ліхтар?

23. Висота полум’я свічки 5 см. Лінза дає на екрані зображення цього полум’я висотою 15 см. Не рухаючи лінзу, свічку відсунули на L=1,5 см від лінзи і, пересунувши екран, знову отримали чітке зображення полум’я висотою 10 см. Визначити фокусну відстань лінзи.

24. У пристрої для спостереження кілець Ньютона простір між лінзою і скляною пластинкою заповнений рідиною. Визначити показник заломлення рідини, якщо радіус третього світлого кільця виявився рівним 3,65 мм. Спостереження відбуваються у прохідному світлі. Радіус кривизни лінзи 10 м, довжина хвилі світла $5{,}89\cdot10^{-5}$ см.

25. На скляну пластину з показником заломлення n_1=1,5 нанесений тонкий шар речовини з показником заломлення $n_2=1{,}4$. Пластина освітлюється пучком паралельних променів з довжиною хвилі 0,54 мкм, що падають на пластину нормально. Яку мінімальну товщину повинен мати шар, щоб відбиті промені мали найменшу яскравість?

26. Симетрична двоопукла тонка скляна лінза з радіусами кривини поверхонь 10 см дає збільшене в 5 разів зображення предмета. Якою є відстань від предмета до його зображення? Показник заломлення скла складає 1,5.

27. Тонка лінза дає пряме, уявне і збільшене у 5 разів зображення предмета, що знаходиться на відстані 20 *см* від лінзи. На якій відстані від даної лінзи слід помістити предмет, щоб його зображення було такого ж збільшення, але дійсним і оберненим? Якою є оптична сила лінзи?

28. На дифракційну решітку нормально падає монохроматичне світло з довжиною хвилі λ=0,6 мкм. Кут дифракції для п’ятого максимуму дорівнює

α=30°, а мінімальна різниця довжин хвиль, яка розділяється решіткою, становить Δ=0,2 нм. Визначити постійну дифракційної решітки d та довжину дифракційної решітки l.

29. Відстань від предмета до зображення f=1 м. Радіуси кривизни опуклої лінзи дорівнюють R=10 см. Знайти абсолютний показник заломлення скла n (лінза розміщена в повітрі).

30. Відстань від предмета до лінзи f=0,4 м, а від зображення до лінзи d=0,3 м. У скільки разів збільшиться зображення, якщо предмет розмістити на відстані f_1=0,2 м від лінзи?

31. З якою метою у досліді Юнга світло пропускають через малий отвір b у непрозорому екрані А? Оцінити розмір отвору b, якщо відстань між щілинами d=1 мм, а відстань між екранами А і В L=0,3 м.

32. Знайти довжину світлової хвилі λ_0, якщо у досліді Юнга відстань від третього інтерференційного максимуму до центральної смуги $x_{\max}$=1,65 мм, відстань між щілинами d=1 мм, екран розміщений на відстані l=1 м від щілин.

33. Яка найменша товщина $b_{\min}$ мильної плівки (n = 1,33), якщо при спостереженні її у відбитому світлі вона здається зеленою (λ=500 нм)? Світло падає на плівку під кутом Θ=35° до нормалі.

34. На щілину завширшки b=40 мкм, за якою на відстані l=0,8 м розміщено екран, нормально падає плоска світлова хвиля, довжина якої λ=0,5 мкм. Який вид дифракції спостерігається у цьому випадку? Визначити ширину Δx центрального максимуму.

35. На дифракційну решітку з періодом d=4 мкм падає нормально до її поверхні випромінювання від водневої трубки. За граткою розміщено лінзу з фокусною віддаллю f=0,4 м, у фокальній площині якої міститься екран. На якій відстані Δx одна від одної вийдуть спектральні лінії з довжинами хвиль λ_1=656 нм і λ_2=486 нм у спектрі третього порядку?

36. На скляний клин нормально до його грані падає паралельний пучок променів монохроматичного світла з довжиною хвилі 0,6 мкм. Число m

інтерференційних смуг, що приходяться на 1 см, дорівнює 10. Визначити кут клина α.

37. Дифракційну решітку падає нормально випромінення від розрядної трубки з криптоном. П’ятий дифракційний максимум для зеленої лінії з довжиною хвилі λ_1=566 нм міститься під кутом φ_1=34°30$'$. Знайти кутову відстань $\Delta\varphi$ між зеленою лінією з λ_1=566 нм та фіолетовою лінією λ_2=404 нм у спектрі третього порядку.

38. Зорова труба гоніометра з дифракційною решіткою поставлена під кутом 20^0 до осі колліматора. При цьому в полі зору труби видно червону лінію спектра гелію $\lambda_1 = 6680\ A^0$.Чому дорівнює стала дифракційної решітки, якщо відомо, що під тим же кутом видно й синю лінію? Найбільший порядок спектра, який можна спостерігати для даної решітки дорівнює 5. Світло падає на решітки нормально.

39. Який найбільший порядок спектра можна спостерігати за допомогою дифракційної решітки, що має 500 штрихів на 1 мм при світлі, яке нормально падає на решітки з довжиною хвилі $\lambda = 0{,}59\ мкм$.

40. Довжина робочої частини дифракційної решітки l=2 см, період решітки d=2,5 мкм. Визначити роздільну силу R решітки у спектрі третього порядку. Яка найменша різниця довжин хвиль $\delta\lambda$ двох ліній, які розділяються, у зеленій ділянці спектра (λ=550 нм)?

41. Чому повинна дорівнювати мінімальна кількість штрихів N у дифракційній решітці, щоб розділити у спектрі другого порядку дві лінії калію з довжинами хвиль λ_1=691,2 нм і λ_2=693,9 нм? Яка при цьому найменша довжина робочої частини решітки?

42. Пучок природного світла падає зі скла ($n_1 = 1{,}5$) на воду ($n_2 = 1{,}33$) під кутом Брюстера. Знайти кут між падаючим променем і заломленим.

43. Лампу, сила світла якої 200 кд, закріплено на стіні. Визначити сумарний світловий потік, який падає на всі стіни і підлогу кімнати.

44. На висоті 2 м над серединою круглого стола діаметром 3 м висить лампа силою світла 100 кд. Її замінили лампою з силою світла 25 кд,

змінивши відстань до стола так, що освітленість середини стола не змінилась. Як зміниться освітленість краю стола?

45. Площадка освітлюється двома різними лампами, що висять на стовпі одна над одною на висоті 8 м і висоті 27 м. На якій відстані від основи стовпа лежать точки площадки, освітленість яких не зміниться, коли поміняти лампи місцями?

46. Дві лампи силою світла 75 кд і 48 кд розміщені одна від одної на відстані 1,8 м. Де треба розмістити між ними фотометричний екран, щоб його освітленість була однаковою з обох боків.

47. У кімнаті є дві лампи, прикріплені до стелі на відстані 4 м одна від одної. Знайти відношення освітленостей центра стола в двох його положеннях: 1) під однією з ламп; 2) посередині між лампами. Висота лампи від поверхні стола по вертикалі дорівнює 2 м. Випромінювання ламп вважати однаковим у всіх напрямах.

48. „Червона” межа фотоефекту для деякого металу дорівнює 0,5 мкм. За якої частоти світла електрони, що відірвалися з його поверхні, повністю затримуються зворотним потенціалом в 3,0 В?

49. Визначити червону межу фотоефекту для натрію, якщо при опромінюванні його поверхні фіолетовим світлом з довжиною хвилі λ=400 нм максимальна швидкість ϑ_{max} фотоелектронів дорівнює $0,65 \cdot 10^6$ м/с.

50. Визначити максимальну швидкість ϑ_{max} фотоелектронів, що вилітають з поверхні срібла під дією: 1) ультрафіолетового випромінювання, довжина хвилі якого λ_1=155 нм; 2) γ – випромінювання з довжиною хвилі λ_2=2,47 нм.

РОЗДІЛ 5. АТОМНА І ЯДЕРНА ФІЗИКА

5.1. Склад атомного ядра. Масове число. Зарядове число. Ядерні сили.

Атомна фізика – розділ фізики, що вивчає будову атомів і елементарні процеси на атомному рівні.

Атом – це найменша частинка хімічного елемента, яка є носієм його властивостей. Він складається з позитивно зарядженого ядра і електронної оболонки – сукупності електронів.

Ядерна фізика − це розділ фізики, в якому вивчають структуру і властивості атомних ядер і їх перетворення: процеси радіоактивного розпаду та ядерні реакції.

Найважливішими характеристиками атомного ядра є його електричний заряд $q_я$ та маса $m_я$. Заряд ядра визначає кількість електронів у атомі, тобто порядковий номер хімічного елемента:

$$q_я = Ze.$$

Ціле число Z називають *зарядовим числом*. Зарядове число збігається з порядковим номером хімічного елемента в періодичній системі елементів Д.І. Менделєєва.

Для позначення різних ізотопів хімічних елементів використовують запис: ${}_Z^AX$, де X – символьне позначення хімічного елемента, A – масове число, тобто ціле число, найближче до атомної маси елемента, вираженої в а.о.м., Z – порядковий номер хімічного елемента.

Маси атомів зручно вимірювати в атомних одиницях маси (а.о.м.). За 1 а.о.м. прийнято 1/12 частину маси вуглецю (1 а.о.м.=1,6605655(86)·10^{-27} кг). Виявилося, що існують речовини з однаковим зарядовим числом Z, проте з різною масою ядра $m_я$. Такі різновиди хімічних елементів називають *ізотопами* (гр. isos – однаковий + topos – місце). Наприклад, у водню таких ізотопів три: протій (${}_1^1H$), дейтерій (${}_1^2H$) та тритій (${}_1^3H$). Ізотопи займають одну і ту ж клітинку в періодичній системі елементів. На даний час відомо більше 1500 ізотопів різних хімічних елементів. Атомну масу ізотопу називають *ізотопною масою*.

Існують також ядра, що мають однакове масове число A, проте різні зарядові числа Z . Такі хімічні елементи називають *ізобарами* (гр. isos – однаковий + baros – вага). Відкрив ізобари англійський фізик Ф.В. Астон.

У 1932 році російські фізики Д. Д. Іваненко та Є. М. Гапон і незалежно від них німецький фізик Гейзенберг запропонували протонно-нейтронну будову атома. Згідно з цією теорією атомне ядро складається з протонів і нейтронів. Ці частинки мають спільну назву – *нуклони*. Протони, нейтрони, так само як і електрони, належать до елементарних частинок. *Протон р* – це частинка з відносною масою приблизно рівною одиниці і відносним зарядом +1. *Нейтрон n* – це електронейтральна частинка з відносною масою приблизно рівною одиниці.

Рівняння, що пов'язує масове число A, порядковий номер Z елемента та число нейтронів у ядрі N називається рівнянням Іваненко-Гейзенберга і записується у вигляді:

$$A=Z+N.$$

Протони і нейтрони утримуються в середині ядра атома за допомогою сил, які називаються ядерними силами. *Ядерні сили* – це сили притягання, що діють між нуклонами. Можна сказати, що у цих сил існують свої особливі властивості.

1) Ядерні сили повинні бути більшими за сили електростатичного відштовхування.

2) Ядерні сили діють на малій відстані. Наприклад, 10^{-15} м – це є діаметр ядра і разом з тим та відстань, на якій ці сили діють. Але варто тільки збільшитися розміром ядра до 10^{-14} м, то це призводить до того, що ядро обов'язково розпадеться. На цій відстані вже ядерні сили не діють. А сили електростатичного відштовхування продовжують діяти і саме вони відповідають за те, що ядро розпадається.

3) Ядерні сили не центральні, тобто вони не діють вздовж прямої, що з'єднує ці частинки.

4) Ядерні сили не залежать від того, має частинка заряд чи ні, оскільки в ядрові знаходяться і протони, і нейтрони. Отже нуклони утримуються в ядрі за рахунок ядерних сил і ці сили діють тільки в ядрі.

5) Ядерні сили мають важливе значення в плані стабільності ядра. Вони відповідають за довготривалість існування того чи іншого елемента.

5.2. Енергія зв'язку. Дефект мас.

Як відомо, до складу ядра атома входять протони і нейтрони, між якими діють ядерні сили. Після того, як була висунута протонно-нейтронна модель ядра атома, багато вчених стали намагатися змінити хімічний елемент, тобто за рахунок яких-небудь ядерних реакцій перетворювати одні елементи в інші.

Щоб провести таку ядерну реакцію, потрібно поміняти число протонів. У цьому випадку зміниться і порядковий номер елемента, а значить, і сам хімічний елемент. Щоб розбити ядро на складові частини, потрібна певна енергія, яку називають енергією зв'язку. Енергія, яку необхідно затратити, щоб розщепити ядро на окремі нуклони *називається енергією зв'язку* ($E_{зв}$).

На початку XX століття А. Ейнштейн показав, що існує пряма залежність між енергією і масою тіла:

$$E = mc^2,$$

де E – енергія, m – маса тіла, c – швидкість світла (c=3·10^8 м/с).

Виявляється, що маса ядра завжди виходить менше сумарної маси окремо взятих нуклонів:

$$Zm_p + Nm_n > M_я,$$

де Z – число протонів в ядрі; m_p – маса протона; N – число нейтронів; m_n – маса нейтрона.

Цю «втрачену» частину назвали дефектом маси. *Дефект маси* – різниця між сумою мас нуклонів (масовим числом) і масою спокою атомного ядра даного ізотопу, вираженої в атомних одиницях маси:

$$\Delta m = \left(Zm_p + Nm_n\right) - M_я = \left(Zm_p + \left(A - Z\right)m_n\right) - M_я .$$

Дефект маси мають практично всі хімічні елементи таблиці Менделєєва. Виняток становить тільки один елемент – це протій, водень, у якого ядро складається з одного протона. Там немає нейтронів. Чим масивніше ядро, чим більше нуклонів входить до його складу, тим і дефект маси буде більшим. Отже, дефект маси дає можливість визначити енергію зв'язку, тобто ту саму енергію, яка захована в ядрі.

Енергія зв'язку, з використанням рівняння Ейнштейна визначається за формулою:

$$E_{зв} = \Delta mc^2 = \left(Zm_p + \left(A - Z\right)m_n - M_я\right) \cdot c^2 .$$

Якщо масу виразити в а.о.м., то енергія зв'язку обчислюється за формулою:

$$E_{зв} = 931{,}5\Delta m ,$$

оскільки одній атомній одиниці маси відповідає атомна одиниця енергії:

$$1\, а.о.м. = 1{,}491 \cdot 10^{-10}\ Дж = 931{,}5\ МеВ .$$

Питома енергія зв'язку $E_{пит}$ – енергія зв'язку, що припадає на один нуклон. Вона характеризує стійкість (міцність) атомних ядер:

$$E_{пит} = \frac{E_{зв}}{A} .$$

Чим більше питома енергія зв'язку, тим стійкіше ядро.

5.3. Ядерні перетворення. Ядерні реакції. Виділення та поглинання енергії при ядерних реакціях.

Існують два типи ядерних перетворень:

– ядерні реакції;

– радіоактивність.

Ядерні реакції – це перетворення атомних ядер при їх взаємодії з елементарними частинками (у тому числі і з γ-квантами) або одного з одним. Символічно ядерні реакції записуються в наступному вигляді:

$$X + \alpha \rightarrow Y + \beta \text{ або } X(\alpha, \beta)Y,$$

де X і Y – вихідне і кінцеве ядро; α і β – частинка, яка бомбардує і частинка що випускається в ядерній реакції.

У будь-якій ядерній реакції виконуються закони збереження електричних зарядів і масових чисел:

сума зарядів ядер і частинок, які вступають в ядерну реакцію, дорівнює сумі зарядів продуктів реакції (ядер і частинок);

сума масових чисел ядер і частинок, які вступають в ядерну реакцію, дорівнює сумі масових чисел продуктів реакції (ядер і частинок).

Ядерна реакція характеризується енергією ядерної реакції Q, що дорівнює різниці енергій кінцевої і вихідної пар в реакції:

$$Q = \left(\sum m_i - \sum m_k\right) \cdot c^2,$$

де $\sum m_i$ – сума мас частинок до реакції; $\sum m_k$ – сума мас частинок після реакції.

Ядерні реакції можуть бути:

а) *екзотермічними* (з виділенням тепла), при цьому $\sum m_i > \sum m_k$ (Q>0);

б) *ендотермічними* (з поглинанням тепла), при цьому $\sum m_i < \sum m_k$ (Q<0).

Якщо маси виразити в а.о.м., то енергія ядерної реакції обчислюється в МеВ (мегаелектрон-вольтах) за формулою:

$$Q = 931{,}5\left(\sum m_i - \sum m_k\right).$$

Ядерні реакції відбуваються, коли частинки впритул наближуються до ядра і потрапляють у сферу дії ядерних сил. Це можливо, якщо частинкам надати велику кінетичну енергію. Для цього використовують прискорювачі елементарних частинок.

Радіоактивність – явище спонтанного (мимовільного) розпаду ядер, при якому утворюється нове ядро і випускаються частинки. Ядро, яке розпадається, називається *материнським*, ядро, що утворюється, називається *дочірнім*.

5.4. Закон радіоактивного розпаду. Правила зміщення при радіоактивному розпаді.

При радіоактивному розпаді зменшується з часом число ядер, що не розпалися. Самовільний розпад ядер описується законом радіоактивного розпаду:

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

де N_0 – число ядер в даному об’ємі речовини у момент часу $t = 0$; N – число ядер в тому ж об’ємі в момент часу t; λ – стала розпаду.

Стала розпаду λ – це фізична величина, яка чисельно дорівнює частці ядер, які розпадаються за одиницю часу. Вона визначає швидкість радіоактивного розпаду.

Величина $\tau = \dfrac{1}{\lambda}$ називається *середньою тривалістю життя* (середній час життя) радіоактивного ізотопу. Для оцінки стійкості ядер зазвичай використовують не сталу розпаду, а величину, яка називається періодом піврозпаду.

Період піврозпаду ($T_{1/2}$) – час, протягом якого первинна кількість ядер даної радіоактивної речовини розпадається наполовину (рис. 18.4.1). Період піврозпаду може мінятися в дуже широких межах (від долів секунд до тисячі років). Період піврозпаду і стала розпаду пов’язані між собою наступним співвідношенням:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}.$$

Закон радіоактивного розпаду є статистичним законом. Статистичні закони можна застосовувати тільки до великої кількості ядер. Цей закон не відповідає на питання, яке саме ядро розпадеться, оскільки всі ядра нерозрізні і розпад даного ядра є випадковою подією, що має ту або іншу вірогідність.

До 1903 були відкриті кілька радіоактивних препаратів, які випромінюють α-, β- і γ- частинки: уран, торій, актиній, радій, полоній. Також було встановлено, що α- частинка – це ядро гелію ($^{4}_{2}He$), що має заряд ядра 2 та масу 4 а.о.м, β- частинка – електрон ($^{0}_{-1}e$) має заряд ядра -1 та масу приблизно 0 а.о.м.

Резерфорд разом із Фредеріком Содді (англійський радіохімік) відкрили правила зміщення при радіоактивному розпаді. За допомогою даного правила можна знайти ядро, яке утвориться внаслідок того чи іншого розпаду.

1) Правило зміщення Резерфорда-Содді для α розпаду:

$$^{A}_{Z}X \rightarrow ^{A-4}_{Z-2}Y + ^{4}_{2}He,$$

α- розпад зменшує масове число на 4, а зарядове на 2, тобто дочірній елемент зміщується на дві клітки вліво в таблиці Д. І. Менделєєва. Тут виконується закон збереження електричного заряду і закон збереження маси. Наприклад, якщо радій має заряд 88 і масу 226, і випромінює α- частинку, то вийде елемент з зарядовим числом 86 і з масою 222 – радон (інертний газ):

$$^{226}_{88}Ra \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{222}_{86}Rn.$$

2) Правило зміщення Резерфорда-Содді для β розпаду:

$$^{A}_{Z}X \rightarrow ^{A}_{Z+1}Y + ^{0}_{-1}e,$$

β- розпад не змінює масового числа, зарядове число збільшує на одиницю, тобто дочірній елемент зміщується на 1 клітку вправо. Наприклад:

$$^{3}_{1}H \rightarrow ^{3}_{2}He + ^{0}_{-1}e + \tilde{\nu}.$$

5.5. Характеристики іонізуючих випромінювань.

Під *дозиметрією* розуміють вимірювання, дослідження і теоретичні розрахунки тих характеристик іонізуючих випромінювань, від яких залежать радіаційні ефекти в опромінюваних об’єктах живої і неживої природи.

Показником можливої радіаційної небезпеки гірських порід, ґрунтів, води, будівельних матеріалів, відходів, харчових продуктів є їхня *активність*, що визначається числом радіоактивних розпадів за одиницю часу (секунду). Одиницею виміру активності в системі СІ є *бекерель*, а позасистемній – *кюрі*.

Число розпадів за секунду, віднесене до одиниці чи маси об’єму речовини, характеризує його *питому активність*, що виражається в Бк/кг, Бк/м^3 чи Бк/л.

Основним терміном, що відображає вплив джерела іонізуючого випромінювання, є *доза*.

Поглинена доза D – енергія іонізуючого випромінювання, поглинена опромінюваною речовиною і розрахована на одиницю її маси:

$$D = \frac{W}{m}.$$

Поглинена енергія витрачається на нагрівання речовини, на її хімічні і фізичні перетворення. Величина дози залежить від виду випромінювання, енергії його частинок, густини їх потоку, від складу опромінюваної речовини. За інших рівних умов доза тим більша, чим більший час опромінювання, тобто доза накопичується з часом.

Одиниця поглиненої дози в СІ – грей (англійський фізик) (Гр). $[D] = \frac{Дж}{кг} = Гр$. Широко поширена позасистемна одиниця дози – рад. 1рад=0,01 Гр.

Потужність поглиненої дози N – доза, віднесена до одиниці часу:

$$N = \frac{D}{t}.$$

Потужність дози вимірюється в Гр/с. [N]=Гр/с.

Експозиційна доза випромінювання D_E – доза рентгенівського і γ-випромінювання, яка визначається за іонізацією повітря. Вона рівна відношенню сумарного заряду всіх іонів одного знаку ΣQ, створених в одиниці об'єму повітря, до маси повітря Δm у цьому об'ємі:

$$D_E = \frac{\sum Q}{\Delta m}.$$

Одиниця експозиційної дози в СІ – Кл/кг. Експозиційна доза в 1 Кл/кг означає, що сумарний заряд всіх іонів одного знаку, утворених в 1 кг повітря, дорівнює 1 Кл. Позасистемною одиницею експозиційної дози є рентген (німецький фізик) (Р). 1 Р=$2{,}57976 \cdot 10^{-4}$ Кл/кг, що відповідає створенню $2{,}08 \cdot 10^{9}$ пар іонів в 1 см^3 повітря (при 0°С і 760 мм рт. ст.).

Кількість іонів, що утворилися в одиниці об'єму повітря за одиницю часу, визначає *потужність експозиційної дози*. Одиницею вимірювання даної фізичної величини є ампери на кілограм (А/кг) або рентгени за секунду (Р/с).

Еквівалентна доза H – оцінюється за біологічною дією іонізуючого випромінювання. При опромінюванні живих організмів, зокрема людини, виникають біологічні ефекти, величина яких при однаковій поглиненій дозі різна для різних видів випромінювання. Таким чином, знання поглиненої дози недостатньо для оцінки радіаційної небезпеки. Прийнято порівнювати біологічні ефекти, що викликаються будь-яким іонізуючим випромінюванням, з ефектами від рентгенівського і γ- випромінювання. Коефіцієнт, що показує, у скільки разів радіаційна небезпека у разі хронічного опромінювання людини (у порівняно малих дозах) для даного виду випромінювання вище, ніж рентгенівського випромінювання при однаковій поглиненій дозі, називається коефіцієнтом якості випромінювання (*K*). Для рентгенівського і γ- випромінювання *K*=1. Для всіх інших іонізуючих випромінювань *K* встановлюється на підставі радіобіологічних даних. Всі ці величини використовуються при встановленні норм радіаційної безпеки.

Еквівалентна доза H визначається як добуток поглиненої дози на коефіцієнт якості випромінювання *H=DK* і може вимірюватися в тих же одиницях, що і поглинена доза. Проте існує спеціальна одиниця еквівалентної дози – бер (біологічний еквівалент рентгена). Еквівалентна доза в 1 бер відповідає поглиненій дозі в 1 рад при *K=1.* Одиниця еквівалентної дози СІ − зіверт (шведський фізик) (Зв). 1 Зв = 100 бер.

У таблиці 5.5.1 наведені основні формули, які використовуються при розв’язанні задач з розділу «Атомна і ядерна фізика».

Таблиця 5.5.1.

Основні формули з розділу «Атомна і ядерна фізика»

Формула	Назва формули	Позначення
$E = h\nu$	Формула Планка	E – енергія кванта електромагнітного випромінювання; h – стала Планка; ν – частота випромінювання
$E_0 = m_0 c^2$	Енергія спокою частинки	m_0 – маса спокою частинки; c – швидкість світла
$m\vartheta_n r_n = \hbar n$	Момент імпульсу електрона на орбіті	m – маса електрона; ϑ_n – швидкість на n-й орбіті; r_n – радіус n-ї орбіти; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – стала Планка; n – головне квантове число
$\varepsilon = \hbar\omega = E_k - E_n$	Енергія фотона, що випромінюється атомом водню при переході з одного стаціонарного стану в інший	ω – циклічна (колова) частота випромінювання; k і n – головні квантові числа стаціонарних станів, між якими відбувається перехід $(k > n)$
	Радіуси стаціонарних	ε_0 – електрична стала;

Формула	Назва формули	Позначення
$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{e^2 m}\cdot n^2,\ n = 1,\ 2, \ldots,$	орбіт електрона в атомі водню	e – величина заряду електрона
$E_n = -\frac{e^4 m}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2} = -\frac{e^4 m}{8\varepsilon_0^2 h^2}\cdot\frac{1}{n^2}.$	Енергія атома водню в n–ому стаціонарному стані	m – маса електрона
$\nu = \frac{c}{\lambda} = Rc\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right)$	Частоти хвиль, що відповідають лініям водневого спектра	c – швидкість поширення світла у вакуумі; R – стала Рідберга
$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\vartheta}$	Довжина хвилі де Бройля для мікрочастинки з імпульсом $p = m\vartheta$	h – стала Планка
$N = N_0 e^{-\lambda t}$	Основний закон радіоактивного розпаду	N_0 – кількість ядер в початковий момент часу; N – кількість атомів, які не розпалися на момент часу t; λ – стала радіоактивного розпаду
$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t})$	Кількість атомів, що розпалися за час t	
$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}$	Період піврозпаду	λ – стала радіоактивного розпаду
$\tau = \frac{1}{\lambda}$	Середній час життя радіоактивного ядра	λ – стала радіоактивного розпаду
$N = \frac{m}{M} N_A$	Кількість атомів, що містяться в радіоактивному ізотопі	N_A – стала Авогадро
$A = \frac{dN}{dt} = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$	Активність радіоактивного ізотопу	N_0 – кількість ядер в початковий момент часу; N – кількість атомів, які не розпалися на момент часу t; λ – стала радіоактивного розпаду
$A_0 = \lambda N_0$	Активність ізотопу в початковий момент	λ – стала радіоактивного

Формула	Назва формули	Позначення
	часу $(t=0)$	розпаду; N_0 – кількість ядер в початковий момент часу
$A = A_0 e^{-\lambda t}$	Закон зміни активності ізотопу з часом	A_0 – активність ізотопу в початковий момент часу $(t=0)$; λ – стала радіоактивного розпаду
$\Delta m = \left(Zm_p + Nm_n\right) - m_я =$ $= Zm_{{}_1H^1} + \left(A - Z\right)m_n - m_a$	Дефект маси атомного ядра	Z – зарядове число; m_p, m_n – маси протона і нейтрона, $m_я$ і m_a – маси ядра і атома ізотопу
$E_{зв} = c^2 \Delta m$	Енергія зв'язку ядра. Якщо енергія виражена в мегаелектрон-вольтах $(МеВ)$, а маса – в атомних одиницях маси $(а.о.м.)$, то $c^2 = 931 \dfrac{МеВ}{а.о.м.}$	c – швидкість світла у вакуумі; Δm – дефект маси ядра
$E_{пит} = \dfrac{E_{зв}}{A}$	Питома енергія зв'язку	A – масове число
${}_{Z_1}^{A_1}X + a \rightarrow {}_{Z_2}^{A_2}Y + b$, або ${}_{Z_1}^{A_1}X\left(a, b\right){}_{Z_2}^{A_2}Y$	Символічний запис ядерної реакції	${}_{Z_1}^{A_1}X$ і ${}_{Z_2}^{A_2}Y$ – вихідне і кінцеве ядра відповідно з зарядовими числами Z_1 і Z_2 і масовими числами A_1 і A_2; a і b – частинки, які бомбардують і випускаються в ядерній реакції
$Q = 931{,}5\left[\left(m_x + m_a\right) - \left(m_y + m_b\right)\right] =$ $\left[E_k\left(y\right) + E_k\left(b\right) - E_k\left(x\right) + E_k\left(a\right)\right]$	Енергія ядерної реакції	m_x, m_a – маси спокою ядра мішені і бомбардувальної частинки; m_y, m_b – маси спокою продуктів реакції;

Формула	Назва формули	Позначення
		$E_k(x)$, $E_k(a)$ – кінетичні енергії відповідно ядра–мішені і бомбардувальної частинки; $E_k(y)$, $E_k(b)$ – кінетичні енергії ядра-продукту розкладу і частинки, яка вилітає

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ З АТОМНОЇ ТА ЯДЕРНОЇ ФІЗИКИ

Задача 1. Ядро ізотопу ${}^{14}_{7}N$ захватило α- частинку і випустило протон. Визначити масове число A і зарядове число Z ядра ізотопу, що утворилося при цьому. Вказати, якому елементу це ядро відповідає.

Дано:

${}^{14}_{7}N$

Знайти:

$A-?$

$Z-?$

Розв'язок

Запишемо рівняння ядерної реакції:

$$ {}^{14}_{7}N+{}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{A}_{Z}X+{}^{1}_{1}p, $$

де ${}^{4}_{2}He$ – α- частинка; ${}^{1}_{1}p$ – протон.

Застосуємо закон збереження масових чисел:

$$ \sum_{i=1}^{n} A = const, $$

$14+4=A+1$

Звідси:

$A=17$.

Застосуємо закон збереження зарядових чисел:

$$\sum_{i=1}^{n} Z = const,$$

$7 + 2 = Z + 1$

Звідси:

$Z = 8$.

Отже, у результаті реакції одержали ізотопу оксигену ${}^{17}_{8}O$.

Відповідь: ${}^{17}_{8}O$.

Задача 2. Знайти дефект мас (в а.о.м.) і енергію зв'язку (в МеВ) ядра атома дейтерію ${}^{2}_{1}H$.

Дано:

${}^{2}_{1}H$

Знайти:

$E_{зв} - ?$

$\Delta m - ?$

Розв'язок

Дефект мас рівний:

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я.$$

Тоді можемо записати:

$$E_{зв} = (Zm_p + (A - Z)m_n - m_я)\cdot 931{,}5,$$

де Z – порядковий номер елемента (кількість протонів у ядрі атома). Для атома ${}^{2}_{1}H$ $Z = 1$; $A - Z$ – кількість нейтронів в ядрі (для атома ${}^{2}_{1}H$ $A = 2$); $m_я$ – маса ядра. Маса ядра ${}^{2}_{1}H$ рівна: $m_я$ =2,013553 а.о.м.

Підставимо дані, враховуючи, що маса протона та нейтрона рівні m_p = 1,00728 а.о.м; m_n =1,00867 а.о.м.

$\Delta m = (1\cdot 1{,}00728 + (2-1)\cdot 1{,}00867 - 2{,}013553) = 0{,}002394\ а.о.м.$;

$E_{зв} = (1\cdot 1{,}00728 + (2-1)\cdot 1{,}00867 - 2{,}013553)\cdot 931{,}5 = 2{,}23\ МеВ.$

Відповідь: $\Delta m = 0{,}002394\ а.о.м.$; $E_{зв} = 2{,}23\ МеВ.$

Задача 3. Яку будову має ядро ізотопу золота $^{197}_{79}Au$? Знайти енергію зв'язку і питому енергію зв'язку цього ядра.

Дано:

$^{197}_{79}Au$

Знайти:

$Z-?$

$N-?$

$E_{зв}-?$

$E_{пит}-?$

Розв'язок

Запишемо вираз для визначення енергії зв'язку:

$$E_{зв} = \Delta m \cdot 931{,}5,$$

де Δm – дефект мас.

Дефект мас рівний:

$$\Delta m = Zm_p + (A-Z)m_n - m_я.$$

Маса ядра $^{197}_{79}Au$ рівна $m_я = 3{,}01605\ а.о.м.$

Тоді:

$$E_{зв} = \left(Z \cdot m_p + (A-Z) \cdot m_n - m_я\right) \cdot 931{,}5.$$

Підставимо дані:

$$E_{зв} = (1 \cdot 1{,}00783 + (3-1) \cdot 1{,}00867 - 3{,}01605) \cdot 931{,}5 = 8{,}5\ МеВ.$$

Питому енергію зв'язку, тобто енергію зв'язку, що припадає на один нуклон, знайдемо, поділивши $E_{зв}$ на загальну кількість нуклонів A:

$$E_{пит} = \frac{E_{зв}}{A},$$

$$E_{пит} = \frac{8{,}5}{197} = 0{,}043\ \frac{МеВ}{нукл.}$$

$$E_{пит} = \frac{8{,}5}{197} = 0{,}043\ \frac{МэВ}{нукл.}$$

Відповідь: ядро ізотопу золота $Z={}^{197}_{79}Au$ має 79 протонів и 79 електронів; $N=118$ нейтронів; $E_{зв}=8{,}5\ MeB.$; $E_{пит}=0{,}043\ \dfrac{MeB}{нукл.}$.

Задача 4. У яких межах повинні лежати довжини хвиль монохроматичного світла, щоб при збудженні атомів водню квантами цього світла спостерігалися три спектральні лінії? Знайти довжину хвиль цих ліній.

Дано:

$Z=1$

3 лінії

Знайти:

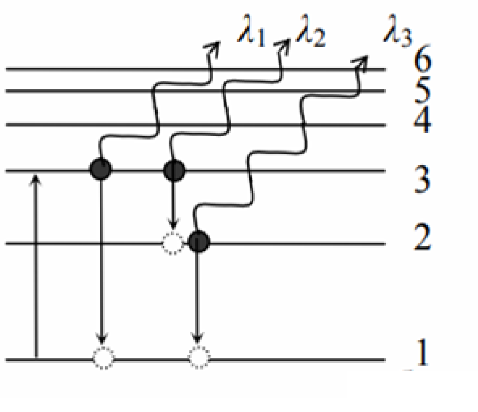
$\lambda_1-?$

$\lambda_2-?$

$\lambda_3-?$

Розв'язок

Припустимо, що при поглинанні падаючого фотона електрон зможе перейти на 2-у орбіту. При цьому можливі переходи з другої орбіти тільки на першу (серія Лаймана), але це тільки одна лінія, а за умов атомарний водень випускає 3 спектральні лінії. Тоді вважатимемо, що енергії падаючого фотона вистачить перекинути електрон на третю орбіту (як показано на рисунку).



При цьому можливі переходи з третьої орбіти на першу (серія Лаймана) і на другу (серія Бальмера) – дві лінії. Але з другої орбіти електрон перейде обов'язково на першу (серія Лаймана). У результаті три лінії. За більшої енергії фотона, що падає, з'являться ще лінії, а це за умовою неприйнятно.

Застосуємо узагальнену формулу Бальмера для водневих іонів:

$$\frac{1}{\lambda} = Z^2 R_\lambda \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

де R_λ – стала Рідберга $R_\lambda = 1{,}097 \cdot 10^7$ м$^{-1}$; n_1 – номер орбіти, на яку переходить електрон; n_2 – номер орбіти, з якої переходить електрон; Z – порядковий номер у таблиці Менделєєва; λ – довжина хвилі фотона.

Звідси:

$$\lambda = \frac{1}{Z^2 R_\lambda \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)} = \frac{n_1^2 n_2^2}{Z^2 R_\lambda \left(n_2^2 - n_1^2 \right)}.$$

Підставимо дані:

1) Серія Лаймана:

$$\lambda_1 = \frac{1^2 \cdot 2^2}{1^2 \cdot 1{,}097 \cdot 10^7 \cdot \left(2^2 - 1^2\right)} = 1{,}215 \cdot 10^{-7} \text{ м},$$

$$\lambda_2 = \frac{1^2 \cdot 3^2}{1^2 \cdot 1{,}097 \cdot 10^7 \cdot \left(3^2 - 1^2\right)} = 1{,}026 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

2) Серія Бальмера, $n_1 = 2$:

$$\lambda_3 = \frac{2^2 \cdot 3^2}{1^2 \cdot 1{,}097 \cdot 10^7 \cdot \left(3^2 - 2^2\right)} = 6{,}563 \cdot 10^{-7} \text{ м},$$

Відповідь: $1{,}026 \cdot 10^{-7} \text{ м} \le \lambda \le 6{,}563 \cdot 10^{-7} \text{ м}$.

Задача 5. На скільки відрізняються перші потенціали збудження одноразово іонізованого гелію та атома водню?

Дано:

одноразово іонізований гелій He^+;

водень

Найти:

$U_{He} - U_H - ?$

Розв'язок

Довжини хвиль спектральних ліній водню всіх серій визначаються формулою Бальмера:

$$\frac{1}{\lambda} = Z^2 R_\lambda \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

де R_λ – стала Рідберга $R_\lambda = 1{,}097 \cdot 10^7$ м$^{-1}$; n_1 – номер орбіти, на яку переходить електрон; n_2 – номер орбіти, з якої переходить електрон; Z – порядковий номер у таблиці Менделєєва; λ – довжина хвилі фотона.

Запишемо вираз між довжиною хвилі λ та її частотою ν:

$$\lambda = \frac{c}{\nu},$$

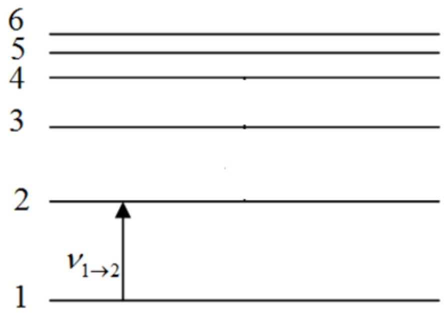
де $c = 3 \cdot 10^8 \ \frac{м}{с}$ – швидкість світла у вакуумі.

З двох останніх виразів можемо записати:

$$\frac{\nu}{c} = Z^2 R_\lambda \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right).$$

Звідси:

$$\nu = cZ^2 R_\lambda \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right).$$



Перший потенціал збудження атома водню відповідає переходу електрона з незбудженого $n_1 = 1$ на $n_2 = 2$. З останнього виразу можемо записати:

$$\nu_{1\to2} = cZ^2 R_\lambda \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} Z^2 c R_\lambda.$$

Тоді енергія, що відповідає цій частоті, рівна:

$$E_{1\to2} = h\nu_{1\to2} = \frac{3}{4}Z^2hcR_\lambda . \qquad (1)$$

Перший потенціал збудження U_1 атома водню визначається рівнянням:

$$eU_1 = A ,$$

де A – робота вибивання електрона з незбудженої орбіти на першу збуджену, $e = 1{,}6\cdot10^{-19}\ Кл$ – абсолютне значення заряду електрона.

Згідно з другим постулатом Бора, перехід атома з одного стаціонарного стану з енергією W_1 в інший стан з енергією W_2 супроводжується випромінюванням або поглинанням фотона, енергія якого рівна:

$$A = h\nu_{1\to2} = W_1 - W_2 .$$

Із двох останніх виразів можемо записати:

$$eU_1 = h\nu_{1\to2} .$$

Або, враховуючи (1), останній вираз запишемо так:

$$eU_1 = \frac{3}{4}Z^2hcR_\lambda .$$

Звідси:

$$U_1 = \frac{3}{4}\frac{Z^2hcR_\lambda}{e} .$$

Запишемо останній вираз для гелію ($Z = 2$) та водню ($Z = 1$):

$$U_{He} = \frac{3}{4}\cdot\frac{2^2hcR_\lambda}{e} = 3\frac{hcR_\lambda}{e} .$$

$$U_H = \frac{3}{4}\cdot\frac{1^2hcR_\lambda}{e} = \frac{3}{4}\cdot\frac{hcR_\lambda}{e} .$$

Тоді можемо записати:

$$U_{He} - U_H = 3\frac{hcR_\lambda}{e} - \frac{3}{4}\cdot\frac{hcR_\lambda}{e} = \frac{9}{4}\frac{hcR_\lambda}{e} .$$

Перевіримо розмірність:

$$[B] = \left[\frac{Дж\cdot с\cdot\frac{м}{с}\cdot\frac{1}{м}}{Кл} = B\right].$$

Підставимо дані:

$$U_{He} - U_H = \frac{9}{4} \cdot \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8} \cdot 1{,}097 \cdot 10^{7}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 30{,}6 \text{ В}.$$

Відповідь: $U_{He} - U_H = 30{,}6$ В.

Задача 6. Радіоактивний натрій розпадається з періодом піврозпаду $T = 14{,}8\ год$. Визначити число атомів, що розпалися в 1 мг даного радіоактивного препарату за 10 год.

Дано:

$T = 14{,}8\ год$

$m = 1\ мг = 10^{-6}\ кг$

$t = 10\ год$

Знайти:

$\Delta N - ?$

Розв'язок

Число атомів, що розпалися за інтервал часу t,

$$\Delta N = N_0 - N,$$

де N_0 – число атомів, що не розпалися, у початковий момент часу в 1 мг натрію, N – число атомів, що не розпалися через інтервал часу t. Оскільки

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

то можна записати:

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 - N_0 e^{-\lambda t} = N_0 \left(1 - e^{-\lambda t}\right).$$

Враховуючи, що $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$, можемо записати:

$$\Delta N = N_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{T}\ln 2}\right) = N_0 \left[1 - \left(e^{\ln 2}\right)^{-\frac{t}{T}}\right] = N_0 \left(1 - 2^{-\frac{t}{T}}\right).$$

Оскільки в 1 молі $^{24}_{11}Na$ міститься N_A атомів, то в масі m міститься число N_0 атомів:

$$N_0 = \frac{m}{M} N_A.$$

Отже,

$$\Delta N = \frac{m}{M} N_A \left(1 - 2^{-\frac{t}{T}}\right).$$

Підставимо дані:

$$\Delta N = \frac{10^{-6}}{23 \cdot 10^{-3}} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot \left(1 - 2^{-\frac{10}{14{,}8}}\right) = 9{,}3 \cdot 10^{18}.$$

Відповідь: $\Delta N = 9{,}3 \cdot 10^{18}$.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

1. Електрон в атомі водню перейшов з четвертого енергетичного рівня на другий. Визначити енергію випущеного при цьому фотона.

2. Знайти кутову швидкість ω і період обертання T електрона на першій борівській орбіті в атомі водню.

3. Електрон, початковою швидкістю якого можна знехтувати, пройшов прискорюючи різницю потенціалів U. Знайти довжину хвилі де Бройля для двох випадків: 1) $U_1 = 51\,B$; 2) $U_2 = 510\,кB$.

4. При переході електронів атомів водню з 4-ї стаціонарної орбіти на 2–у випромінюються фотони, які дають зелену лінію в спектрі водню. Визначити довжину хвилі цієї лінії, якщо при випромінюванні фотона атома витрачається енергія $4{,}04 \cdot 10^{-19}$ *Дж*.

5. Швидкість електрона, що перебуває на третій борівській орбіті атома водню, $\upsilon = 734\,\frac{км}{с}$. Знайти радіус цієї орбіти.

6. Незбуджений атом водню поглинає квант випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 102{,}6\,нм$. Знайти, користуючись теорією Бора, радіус електронної орбіти збудженого атома водню.

7. Обчислити за теорією Бора період обертання електрона в атомі водню, що знаходиться у збудженому стані, який визначається головним квантовим числом $n = 2$.

8. Знайти зміну енергії електрона в атомі водню при випромінюванні атомом фотона з частотою $\nu = 6{,}28 \cdot 10^{14}\,Гц$.

9. Електрон в атомі водню знаходиться на третьому енергетичному рівні. Визначити кінетичну і потенціальну енергію електрона.

10. На скільки зміниться кінетична енергія електрона в атомі водню при випромінюванні атомом фотона з довжиною хвилі $\lambda = 435\,нм$?

11. Виділяється чи поглинається енергія під час ядерної реакції $^{59}_{27}Co + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{60}_{27}Co + \gamma$?

12. Під час переходу електронів в атомах водню з четвертої стаціонарної орбіти на другу випромінюються фотони, які мають енергію $4{,}04 \cdot 10^{-19}\,Дж$ (зелена лінія водневого спектра). Визначити довжину хвилі цієї лінії спектра.

13. Внаслідок опромінення пари ртуті електронами енергія атома ртуті збільшилася на $4{,}9\,еВ$. Яка довжина хвилі випромінювання, що його випускають атоми під час переходу в незбуджений стан?

14. Для іонізації атома кисню необхідна енергія близько $14\,еВ$. Визначити частоту випромінювання, яка може спричинити іонізацію.

15. У скільки разів змінюється енергія атома водню під час переходу електрона з першої стаціонарної орбіти на третю? під час переходу електрона з четвертої орбіти на другу?

16. У скільки разів довжина хвилі випромінювання атома водню під час переходу електрона з третьої орбіти на другу більша від довжини хвилі, зумовленої переходом електрона з другої орбіти на першу?

17. Обчислити (з точністю до двох значущих цифр) значення сталої R у формулі Бальмера, якщо найменша частота випромінювання у видимій частині спектра водню $4{,}6 \cdot 10^{14}\,Гц$.

18. Найбільша довжина хвилі випромінювання у видимій частині спектра водню становить $0{,}66\,мкм$. Визначити довжини хвиль найближчих трьох ліній у видимій частині спектра водню.

19. Обчислити енергію зв’язку ядра дейтерію ${}_1^2H$ (в МеВ).

20. Визначити енергію зв’язку ядра алюмінію ${}_{13}^{27}Al$.

21. Визначити енергію зв’язку, яка припадає на один нуклон у ядрах ${}_3^7Li$, ${}_8^{16}O$.

22. Яка мінімальна енергія потрібна для розщеплення ядра азоту ${}_7^{14}N$ на протони та нейтрони?

23. Кінетична енергія протона дорівнює його енергії спокою. Обчислити довжину хвилі де Бройля для такого протона.

24. Визначити кінетичну енергію протона і електрона, для яких довжина хвилі де Бройля $\lambda = 0{,}06$ *нм.*

25. Яку прискорювальну різницю потенціалів повинен пройти електрон, щоб довжина хвилі де Бройля була $\lambda = 0{,}1$ *нм*?

26. Протон має кінетичну енергію, що дорівнює енергії спокою. У скільки разів зміниться довжина хвилі де Бройля протона, якщо його кінетична енергія збільшиться вдвічі?

27. Заряджена частинка, прискорена різницею потенціалів $U = 200$ *В,* має довжину хвилі де Бройля, яка дорівнює $\lambda = 0{,}002$ *нм.* Знайти масу цієї частинки, якщо відомо, що її заряд числово дорівнює зарядові електрона.

28. Визначити довжину хвилі де Бройля електрона, що знаходиться на другій орбіті атома водню.

29. Електрон рухається по колу радіусом $R = 0{,}5$ *см* в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 8$ *мТл.* Визначити довжину хвилі де Бройля електрона.

30. Знайти довжину хвилі де Бройля для молекули кисню, що рухається із середньою квадратичною швидкістю при температурі $T = 300$ *К*.

31. Обчислити довжину хвилі де Бройля для кулі масою $m = 10$ *г,* що рухається з швидкістю $\upsilon = 400$ *м/с*.

32. Протон має кінетичну енергію $E_к = 1\,кеВ$. Визначити додаткову енергію, яку необхідно йому надати для того, щоб довжина хвилі де Бройля зменшилась втричі.

33. . Знайти період піврозпаду радіоактивного ізотопу, якщо його активність за час $t = 10$ діб зменшилась на 24% порівняно з початковою.

34. За час $t = 1$ добі активність ізотопу зменшилась від $A_1 = 118\,ГБк$ до $A_2 = 7{,}4\,ГБк$. Визначити період піврозпаду цього нукліда.

35. На скільки відсотків зменшиться активність ізотопу іридію за час $t = 15$ діб? Період піврозпаду іридію $T_{1/2} = 75$ діб.

36. За час $t = 8$ діб розпалось $k = \frac{3}{4}$ початкової кількості ядер радіоактивного ізотопу. Визначити період піврозпаду.

37. Визначити кількість ядер, що розпадаються протягом часу $t_1 = 1\,хв$; $t_2 = 5$ діб у радіоактивному ізотопі фосфору ${}^{32}_{15}P$ масою $m = 1\,мг$. Період піврозпаду фосфору $T_{1/2} = 14{,}3$ доби.

38. З кожного мільйона атомів радіоактивного ізотопу за $t = 1\,с$ розпадається 200 атомів. Визначити період піврозпаду.

39. Знайти сталу розпаду радона ${}^{222}_{86}Rn$, якщо відомо, що кількість атомів радона зменшується за час $t = 1$ добі на $18{,}2\%$. Період піврозпаду радону $T_{1/2} = 3{,}8$ доби.

40. Деякий радіоактивний ізотоп має сталу розпаду $\lambda = 4 \cdot 10^{-7} c^{-1}$. Через який час розпадається 75% початкової маси атомів?

41. За один рік початкова кількість радіоактивного ізотопу зменшилась втричі. У скільки разів вона зменшиться за два роки?

42. Визначити початкову активність радіоактивного препарату магнію ${}^{27}_{12}Mg$ масою $m = 0{,}2\,мкг$, а також його активність через час $t = 6$ *год*.

43. Визначити енергію ядерної реакції ${}^{9}_{4}Be + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{10}_{4}Be + \gamma$, якщо відомо, що енергія зв'язку ядра берилію ${}^{9}_{4}Be$ $E_{зв1} = 58{,}16\,МеВ$, , а ядра ${}^{10}_{4}Be$ $E_{зв2} = 64{,}98\,МеВ$.

44. Знайти енергію ядерної реакції ${}^{14}_{7}N+{}^{1}_{0}n\rightarrow{}^{14}_{6}C+{}^{1}_{1}p$, якщо енергія зв'язку ядра азоту ${}^{14}_{7}N$ $E_{зв1}=104{,}66\ МеВ$, а ядра вуглецю ${}^{14}_{6}C$ $E_{зв2}=105{,}29\ МеВ$.

45. При ядерній реакції ${}^{9}_{4}Be+{}^{4}_{2}He\rightarrow{}^{12}_{6}C+{}^{1}_{0}n$ звільняється енергія $Q=5{,}70\ МеВ.$ Нехтуючи кінетичними енергіями ядер берилію і гелію і приймаючи їх сумарний імпульс таким, що дорівнює нулеві, знайти кінетичні енергії продуктів розпаду.

46. Нехтуючи кінетичними енергіями ядер дейтерію і приймаючи їх сумарний імпульс таким, що дорівнює нулеві, визначити кінетичні енергії та імпульси продуктів реакції ${}^{2}_{1}H+{}^{2}_{1}H\rightarrow{}^{3}_{2}He+{}^{1}_{0}n$.

47. Написати термоядерні реакції утворення гелію з тритію й дейтерію і підрахувати, яка кількість енергії в кіловат–годинах виділиться під час утворення $m=1\ г$ гелію.

48. Яка маса урану ${}^{235}_{92}U$ витрачається за добу на атомній електростанції потужністю $P=5000кВт$? ККД станції $\eta=17\%.$ При кожному поділі виділяється енергія $200\ МеВ.$

49. Яку масу води можна нагріти від $T=273\ К$ до кипіння, якщо використати все тепло, що виділяється при реакції ${}^{7}_{3}Li+{}^{1}_{1}H\rightarrow{}^{4}_{2}He+{}^{4}_{2}He$ при повному розпаді $m=1\ г$ літію?

50. Знайти енергетичну потужність атомної електростанції, що витрачає масу $m=0{,}1\ кг$ урану ${}^{235}_{92}U$ за добу, якщо ККД станції дорівнює $\eta=16\%$?

ЛІТЕРАТУРА

1. Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики. Кн. 1. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка. К . : Вища шк., 2002. 375 с.
2. Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики. Кн. 2. Електрика і магнетизм. К . : Вища шк., 2003. 278 с
3. Загальна фізика. Практичні завдання : навч.-метод. посіб. / А. О. Мамалуй, М. В. Лебедєва, В. В. Пилипенко та ін. ; за заг. ред. А. О. Мамалуя. Х. : Вид-во «Підручник НТУ «ХПІ», 2014. 296 с.
4. Кевшин А. Г. Фізика : конспект лекцій. Луцьк : ПП Іванюк В.П., 2016. 100 с.
5. Кевшин А. Г., Федосов С. А., Галян В. В. Фізика : задачі. Луцьк : Вежа-Друк, 2020. 68 с. Рекомендовано НМР ВНУ ім. Лесі Українки (протокол №3 від 18.11.2020 р.) (https://evnuir.vnu.edu.ua/handle/123456789/19589).
6. Кевшин А. Г., Федосов С. А., Галян В. В. Фізика : методичні рекомендації до лабораторних робіт. Луцьк : Вежа-Друк, 2020. 63 с. Рекомендовано НМР ВНУ ім. Лесі Українки (протокол № 3 від 18.11.2020 р.) (https://evnuir.vnu.edu.ua/handle/123456789/19583).
7. Кевшин А. Г., Галян В. В. Фізика з основами астрономії: конспект лекцій. 128 с. Рекомендовано НМР ВНУ ім. Лесі Українки (протокол № 7 від 23.03.2022 р.) (https://evnuir.vnu.edu.ua/handle/123456789/21008).
8. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики : у 3-х т. / Т.1. Механіка, молекулярна фізика і термодинаміка. К. : Техніка, 2006. 536 с.
9. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики : у 3-х т. / Т.2. Електрика і магнетизм. К. : Техніка, 2006. 452 с.
10. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики : у 3-х т. / Т.3. Оптика. Квантова фізика. К. : Техніка, 2006. 520 с.

11. Мирончук Г.Л., Кевшин А. Г. Фізика ядра і елементарних частинок : методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт. 43 с. Рекомендовано НМР ВНУ ім. Лесі Українки (протокол № 1 від 21.09.2022 р.). URL: https://evnuir.vnu.edu.ua/handle/123456789/21011.

12. Мирончук Г.Л., Кевшин А. Г., Галян В.В. Фізика ядра і елементарних частинок : задачі. 28 с. Рекомендовано НМР ВНУ ім. Лесі Українки (протокол № 1 від 21.09.2022 р.). URL: https://evnuir.vnu.edu.ua/handle/123456789/21009.

13. Новосад О. В., Кевшин А. Г., Федосов С. А., Третяк А. П., Хмарук Г. П. Фізика : метод. рек. до лаб. роб. Луцьк : Вежа-Друк, 2021. Ч.2. 88 с. Рекомендовано НМР ВНУ ім. Лесі Українки (протокол № 8 від 22.04.2021 р.) (https://evnuir.vnu.edu.ua/handle/123456789/19597)

14. Федосов С. А., Шаварова Г. П., Кевшин А. Г., Шигорін П. П. Оптика : методичні рекомендації до лабораторних робіт. Частина I. 55 с. Рекомендовано НМР ВНУ ім. Лесі Українки (протокол № 4 від 14.12.2021 р.). URL: https://evnuir.vnu.edu.ua/handle/123456789/21327.

15. Федосов С. А., Шаварова Г. П., Шигорін П. П., Кевшин А. Г. Оптика : методичні рекомендації до лабораторних робіт Ч. 2. 52 с. Рекомендовано НМР ВНУ ім. Лесі Українки (протокол № 5 від 19.01.2022 р.).

ДОДАТКИ

Таблиця 1

Значення деяких фундаментальних фізичних величин

Величина	Позначення	Числове значення та одиниці вимірювання в системі СІ
Стала Авогадро	N_a	$6{,}0220945 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Атомна одинця маси	*а.о.м.*	$1{,}6605655 \cdot 10^{-27}$ кг
Гравітаційна стала	G	$6{,}6720 \cdot 10^{-11}$ Н·м^{2}кг$^{-2}$
Заряд електрона	e	$1{,}6021892 \cdot 10^{-19}$ Кл
Класичний радіус електрона	r_e	$2{,}8179380 \cdot 10^{-15}$ м
Комптонівська довжина хвилі електрона	λ_e	$2{,}4263089 \cdot 10^{-12}$ м
Комптонівська довжина хвилі протона	λ_p	$1{,}3214099 \cdot 10^{-15}$ м
Комптонівська довжина хвилі нейтрона	λ_n	$1{,}3195909 \cdot 10^{-15}$ м
Магнетон Бора	μ_B	$9{,}274078 \cdot 10^{-24}$ Дж·К$^{-1}$
Магнітний момент електрона	μ_e	$9{,}284832 \cdot 10^{-24}$ Дж·К$^{-1}$
Магнітний момент протона	μ_p	$1{,}4106171 \cdot 10^{-26}$ Дж·К$^{-1}$
Магнітна постійна	μ_0	$12{,}56637 \cdot 10^{-7}$ Гн·м$^{-1}$
Маса спокою електрона	m_e	$9{,}109534 \cdot 10^{-31}$ кг
Маса спокою протона	m_p	$1{,}6726485 \cdot 10^{-27}$ кг
Маса спокою нейтрона	m_n	$1{,}6749543 \cdot 10^{-27}$ кг
Нормальний атмосферний тиск	$p_{атм.}$	101325 Па
Нормальне прискорення вільного падіння	g	$9{,}80665$ м·с$^{-2}$
Об’єм моля	V_m	$22{,}41383 \cdot 10^{-3}$ м$^{-3}$·моль$^{-1}$

ідеального газу при нормальних умовах		
Постійна Больцмана	k	$1{,}380662\cdot10^{-23}$ Дж·К$^{-1}$
Постійна Планка	h	$6{,}626176\cdot10^{-34}$ Дж·с
Швидкість світла	c	$2{,}99792458\cdot10^{8}$ м·с$^{-1}$
Універсальна газова стала	R	$8{,}31441$ Дж· моль$^{-1}$·Л$^{-1}$
Електрична стала	ε_0	$8{,}85418782\cdot10^{-12}$ Ф·м$^{-1}$

Таблиця 2

Густина деяких речовин ρ, кг/м^3

Речовина	Густина	Речовина	Густина
Алюміній	$2{,}7\cdot10^3$	Слюда	$2{,}8\cdot10^3$
Бетон	$2{,}2\cdot10^3$	Ебоніт	$1{,}3\cdot10^3$
Вісмут	$9{,}8\cdot10^3$	Чавун	$7{,}8\cdot10^3$
Граніт	$2{,}8\cdot10^3$	Грунт	$2{,}0\cdot10^3$
Латунь	$8{,}6\cdot10^3$	Бензин	$0.7\cdot10^3$
Лід	$0{,}9\cdot10^3$	Вода	$1{,}1\cdot10^3$
Мідь	$8{,}7\cdot10^3$	Вода (морська)	$1{,}1\cdot10^3$
Нікель	$8{,}9\cdot10^3$	нафта	$0{,}8\cdot10^3$
Плексиглас	$1{,}18\cdot10^3$	Ртуть	$13{,}6\cdot10^3$
Свинець	$11{,}3\cdot10^3$	Спирт	$0{,}79\cdot10^3$
Скло	$2{,}2\cdot10^3$	Азот	$0{,}9\cdot10^3$
Сталь	$7{,}7\cdot10^3$	Аміак	$2{,}14\cdot10^3$
Срібло	$10{,}5\cdot10^3$	Аргон	$1{,}25\cdot10^3$

Таблиця 3

Поверхневий натяг деяких рідин при 20^o С

Речовина	α, мН/м	Речовина	α, мН/м
Азотна кислота	59,4	Нафта	26
Анілін	42,9	Нітробензол	43,9
Ацетон	23,7	Сірчана кислота	57,4
Вода	73,0		

Таблиця 4

Питома теплоємність (C_P), теплота плавлення (λ), теплота пароутворення (r), температура плавлення ($t_{пл.}$) і кипіння ($t_{кп.}$) деяких речовин

Речовина	C_P, кДж/кг·°С	λ, кДж/кг	r, кДж/кг	$T_{пл.}$, °С	$T_{кп.}$, °С
Алюміній	0,88	322–394	9220	658,3	2300
Ацетон	2,18	96	524	–94,3	56,2
Бензол	1.705	127	396	5.5	80,2
Вісмут	0,13	50	855	271	1560
Гліцерин	2,4	176	825	–	290
Германій	0,31	478	–	958	2700
Залізо	0,45	293	6300	1530	3050
Золото	0,13	66,6	1575	1064,4	2800
Калій	0,763	60,8	2080	64	760
Латунь	0,38	–	–	900	–
Лід (вода)	4,19	334	2260	0	100
Літій	4,40	628	20500	186	1317
Магній	1,3	373	5450	651	1103
Мідь	0,39	214	5410	1083	2360
Натрій	1,3	113	4220	9,8	883
Нікель	0,46	243–306	7210	1452	3000
Олово	0,23	59	3020	231,9	2270
Ртуть	0,138	11,73	285	–38,9	356,7
Свинець	0,13	22,5	880	327.3	1750
Срібло	0,235	88	2350	961,9	2184
Спирт етиловий	2,43	105	846	–114	78,3
Сталь	0,46	205	–	1300–1400	–
Чавун	0,50	69–138	–	1100–1200	–

Таблиця 5

Питомий опір і температурний коефіцієнт опору металів при 20° С

Метал	$\rho \cdot 10^{-8}$ Ом·м	$\chi \cdot 10^{-3}$, K^{-1}	Метал	$\rho \cdot 10^{-8}$ Ом·м	$\chi \cdot 10^{-3}$, K^{-1}
Алюміній	2,8	4,9	Нікель	10,0	5,0
Бронза	8,0	4,0	Олово	11,5	4,2
Вольфрам	5,5	4,5	Свинець	22,1	4,1
Залізо	9,8	6,2	Ртуть	95,8	0,9
Латунь	2,5–6,0	2–7	Срібло	1,6	3,6
Мідь	1,75	3,9	Тантал	15,5	3,1
Молібден	5,7	3,3	Хром	2,7	–
Цинк	5,9	3,5			

Навчально-методичне видання

Кевшин Андрій Григорович
Галян Володимир Володимирович
Мирончук Галина Леонідівна

Фізика

Навчальний посібник з розв’язування задач

з курсу загальної фізики

Друкується в авторській редакції