

Волинський національний університет імені Лесі Українки
Факультет інформаційних технологій і математики
Кафедра загальної математики та методики навчання інформатики

Марія Хомяк

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ
ЗБІРНИК ЗАВДАНЬ
ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

для здобувачів освіти спеціальностей 014 Середня освіта (Інформатика)
та 122 Комп'ютерні науки
першого (бакалаврського) рівня

Луцьк-2023

УДК 519.21(076)

З-41

Рекомендовано до друку науково-методичною радою Волинського національного університету імені Лесі Українки (протокол № 5 від 18.01.2023р.)

Рецензенти:

В.О. Ліщина, к.техн. н., доц. кафедри комп'ютерних наук Луцького національного технічного університету;

І.О. Микитюк, к.фіз.-мат. н., доц. кафедри загальної математики та методики навчання інформатики Волинського національного університету імені Лесі Українки.

Хомяк М.Я..

З-41 Теорія ймовірностей: збірник завдань для самостійної роботи для здобувачів освіти спеціальностей 014 Середня освіта (Інформатика) та 122 Комп'ютерні науки першого (бакалаврського) рівня / Марія Ярославівна Хомяк. Луцьк : ВНУ ім. Лесі Українки, 2023. 30 с.

Анотація: Видання містить типові завдання з теорії ймовірностей. Кожна задача представлена у 20 варіантах. Рекомендовано здобувачам освіти спеціальностей 014 Середня освіта (Інформатика) та 122 Комп'ютерні науки першого (бакалаврського) рівня.

УДК 519.21/(076)

© Хомяк М.Я., 2023

© Волинський національний університет імені Лесі Українки, 2023

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....	4
РОБОТА 1. ВИПАДКОВІ ПОДІЇ.....	5
Завдання 1. Обчислення ймовірності події за класичною формулою	5
Завдання 2. Геометричні ймовірності	7
Завдання 3. Формула повної ймовірності. Формули Байеса	9
Завдання 4. Повторення незалежних випробувань. Формула Бернуллі	15
Завдання 5. Формули Муавра-Лапласа.....	17
РОБОТА 2. ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ.....	18
Завдання 1. Дискретні випадкові величини. Ряд розподілу. Числові характеристики	18
Завдання 2. Неперервні випадкові величини	20
Завдання 3. Числові характеристики неперервних випадкових величин	23
Завдання 4. Нормальний закон розподілу.....	24
Завдання 5. Лінійна регресія.....	27
ЛІТЕРАТУРА.....	29

ПЕРЕДМОВА

Самостійна робота здобувачів освіти – основний вид засвоєння навчального матеріалу у вільний від аудиторних занять час. Під час самостійної роботи здобувач освіти опрацьовує теоретичний матеріал, виконує індивідуальні завдання, проводить науково-дослідну роботу тощо. Самостійна робота здобувачів освіти оцінюється під час поточного контролю, на підсумковому модульному контролі та підсумковому контролі. Зміст самостійної роботи здобувачів освіти з освітнього компонента визначають силабус (програма) освітнього компонента, навчально-методичні матеріали, завдання та методичні вказівки викладача.

Даний збірник містить набори завдань для самостійної роботи з теорії ймовірностей. Збірник містить 10 задач з таких розділів теорії ймовірностей, як випадкові події та випадкові величини.

Кожну задачу збірника складено в 20 варіантах. Отже, за допомогою збірника викладач матиме можливість скласти індивідуальні набори завдань для виконання студентами самостійної чи індивідуальної роботи. Даний збірник стане у нагоді викладачу у процесі добору завдань для контрольних робіт з теорії ймовірностей. Викладач може варіювати кількість завдань, що пропонується студенту для розв'язування, у відповідності до рівня його навчальної успішності.

Збірник рекомендовано здобувачам освіти спеціальностей “014 Середня освіта (Інформатика)” та “122 Комп'ютерні науки” першого (бакалаврського) рівня.

РОБОТА 1. ВИПАДКОВІ ПОДІЇ

Завдання 1. Обчислення ймовірності події за класичною формулою

1. Із вибірки, що складається з 10 чоловіків та 24 жінки навмання вибрали 4 людей для інтерв'ю. Знайти ймовірність того, що:

- а) серед них 2 жінки;
- б) хоча б один чоловік.

2. Протягом дня в центр соціальної служби за допомогою звернулось 20 людей, серед яких 15 пенсіонерів. Працівник соціальної служби навмання вибрав 4 заяви. Яка ймовірність того, що:

- а) 3 з них від пенсіонерів?
- б) хоча б одна заява від пенсіонера?

3. Дев'ять із 20 опитаних респондентів палять. Яка ймовірність того, що із 3 навмання відібраних респондентів:

- а) 1 палить?
- б) принаймні 1 палить?

4. Студент прийшов на залік, знаючи 25 запитань із 30. Яка ймовірність скласти залік (відповісти на всі запитання), якщо викладач задає три запитання?

5. В коробці 7 кульок, серед яких 4 білі. Навмання взято 3 кульки. Яка ймовірність того, що:

- а) одна з них біла?
- б) хоча б одна біла?

6. У групі 15 дівчат і 10 юнаків. За списком навмання відібрали трьох осіб. Знайти ймовірність того, що:

- а) серед них 2 дівчини;
- б) хоча б один юнак.

7. У ящику 10 білих і 6 чорних куль. Навмання витягають дві кулі. Яка ймовірність того, що кулі будуть одного кольору?

8. Знайти ймовірність того, що навмання вибране двозначне число є кратним 3, або 5, або тому і іншому одночасно.

9. Групу 20 студентів випадковим чином розподіляють для проходження практики у три фірми: $A - 7$, $B - 8$, $C - 5$ осіб. Яка ймовірність того, що два конкретні студенти проходять практику на одній фірмі?

10. У партії з 30 автомобілів 6 мають дефекти. Яка ймовірність того, що серед 3 навмання вибраних автомобілів буде:

- а) тільки 2 автомобілі без дефектів?
- б) не більше одного автомобіля з дефектом?

11. В урні 9 кульок з номерами від 1 до 9. Навмання по одній виймають три кульки без повернення. Знайти ймовірність того, що серед них:

- а) нема кульок з парними номерами,
- б) хоча б одна кулька з парним номером.

12. З 30 чисел 1, 2, ..., 30 навмання відбирається 10 різних чисел. Знайти ймовірність того, що серед них:

- а) рівно 6 чисел ділиться на 3,
- б) хоча б одне число ділиться на 3.

13. Серед 20 працівників фірми випадковим чином розподіляють путівки до двох міст: $A - 12$, $B - 8$ путівок. Яка ймовірність того, що дві конкретні особи поїдуть до одного міста?

14. В одній урні 5 білих і 10 чорних кульок, в другій - відповідно 8 і 4. З кожної урни навмання вибрано по одній кульці. Знайти ймовірність того, що:

- а) обидві кульки одного кольору,
- б) хоча б одна з них біла.

15. Із групи, що складається з 6 жінок та 4 чоловіків навмання відбирають 4 людей. Яка ймовірність того, що серед відібраних людей

- а) одна жінка?
- б) дві жінки?

16. Із партії у 20 деталей, серед яких 17 стандартних, навмання вийняли 3 деталі. Знайти ймовірність того, що серед них будуть:

- а) всі стандартні;
- б) одна деталь стандартна, а дві не стандартні.

17. На полиці розміщено 10 підручників, 15 томів з художніми творами і 3 довідники. Яка ймовірність того, що із 3 навмання взятих книжок:

- а) 1 довідник?
- б) 1 довідник і 2 підручники?

18. Яка ймовірність того, що навмання вибране тризначне число ділиться на 5?

19. Яка ймовірність того, що двозначне число складене випадковим чином із чисел 3, 5, 7 ділиться на 5?

20. Кинуто два гральних кубики. Яка ймовірність того, що сума очок, що випали, дорівнює 5?

Завдання 2. Геометричні ймовірності

1. У прямокутному трикутнику з катетами довжиною 6 м та 8 м навмання вибрали точку. Знайти ймовірність того, що вона потрапить в круг вписаний в трикутник.

2. У колі радіусом 8 см розташовано прямокутник зі сторонами 6 см і 8 см. Яка ймовірність того, що навмання вибрана в середині кола точка лежить в прямокутнику?

3. У крузі $x^2 + y^2 \leq 9$, навмання вибрано точку. Знайти ймовірність того, що точка знаходиться в квадраті обмеженому осями координат і прямими $x = 1$, $y = 1$.

4. У колі радіусом 5 см розміщено ромб з діагоналями 2 і 3 см. Яка ймовірність того, що навмання вибрана в середині кола точка буде лежати в ромбі?

5. В рівносторонній трикутнику із стороною 6 см завдовжки вписано коло. Знайти ймовірність того, що навмання вибрана точка трикутника лежить в крузі.

6. В крузі радіусом 4 см навмання вибрано точку. Яка ймовірність того, що вона потрапить в квадрат вписаний в коло?

7. У крузі $x^2 + y^2 \leq 9$, навмання вибрано точку. Знайти ймовірність того, що точка знаходиться в крузі $x^2 + y^2 \leq 1$.
8. У крузі $x^2 + y^2 \leq 4$, навмання вибрано точку. Знайти ймовірність того, що точка знаходиться в крузі $x^2 + y^2 \leq 1$.
9. В крузі радіусом 4 см навмання вибрано точку. Яка ймовірність того, що вона потрапить в правильний шестикутник вписаний в коло?
10. У колі радіусом 8 см розміщено прямокутний трикутник з катетами 3 і 4 см. Яка ймовірність того, що навмання вибрана в крузі точка лежатиме в трикутнику?
11. У рівнобедреному трикутнику з основою 6 см і бічною стороною 5 см розміщено круг радіусом 1 см. Яка ймовірність того, що навмання вибрана точка трикутника попаде в круг?
12. В крузі радіусом 4 см навмання вибрано точку. Яка ймовірність того, що вона потрапить в правильний трикутник вписаний в коло?
13. Всередині квадрата, обмеженого осями координат і прямими $x = 1$, $y = 1$, навмання вибрано точку. Знайти ймовірність того, що точка знаходиться у вписаному в квадрат крузі.
14. У прямокутному трикутнику з катетами довжиною 4 м та 9 м навмання вибрали точку. Яка ймовірність того, що вона потрапить в коло радіусом 1 м, розташоване в трикутнику?
15. В крузі радіусом 5 мм розташовано прямокутник зі сторонами 4 мм та 6 мм. Знайдіть ймовірність того, що навмання вибрана в крузі точка лежатиме в прямокутнику.
16. У ромбі з бічною стороною 5 см і діагоналлю 6 см лежить прямокутник зі сторонами 2 см та 3 см. Знайдіть ймовірність того, що навмання вибрана у ромбі точка лежатиме і в прямокутнику.
17. У рівнобедреному трикутнику із бічною стороною 8 см і основою 12 см довільно розташовано круг радіуса 2 см. Знайдіть ймовірність того, що навмання вибрана точка трикутника буде лежати в крузі.

18. В середині круга радіуса 8 см розташовано ромб зі стороною 4 см і діагоналлю 5 см. Знайдіть ймовірність того, що навмання вибрана в крузі точка лежатиме також і у ромбі.

19. У прямокутному трикутнику з катетами довжиною 3 см та 4 см навмання вибрали точку. Знайти ймовірність того, що вона потрапить в круг вписаний в трикутник.

20. У колі радіусом 10 см розташовано прямокутник зі сторонами 7 см і 9 см. Яка ймовірність того, що навмання вибрана в крузі точка лежить в прямокутнику?

Завдання 3. Формула повної ймовірності. Формули Байєса

1. За статистичними даними в певному районі траси польоту літака ймовірність розвитку грозових фронтів на великих висотах дорівнює 0.4, на середніх – 0.6, на малих – 0.8. В цьому районі 10% польотів виконується на великих висотах, 30% – на середніх і 60% – на малих.

а) Знайдіть ймовірність того, що літак, який виконує рейс в цьому районі, не зустріне грозового фронту.

б) В умовах даної задачі літак не зустрів грозового фронту. На яких висотах імовірніше за все він виконував політ?

2. Авіакомпанія виконує протягом доби 8 рейсів до аеропорту М, 5 – до аеропорту N і 2 – до аеропорту Р. Імовірність затримки рейсу за метеоумовами аеропорту М рівна 0.05, аеропорту N – 0.1, аеропорту Р – 0.2.

а) Знайдіть імовірність затримки навмання вибраного рейсу.

б) В умовах даної задачі навмання вибраний рейс був затриманий. До якого аеропорту ймовірніше за все він виконувався?

3. До продажу надходять телевізори з трьох заводів: перший завод постачає 30% всіх телевізорів, другий – 20% і третій – 50%. Продукція першого заводу містить 5% виробів з прихованим дефектом, другого – 10% і третього – 20%.

а) Знайдіть ймовірність того, що придбаний телевізор буде без дефектів.

б) В умовах даної задачі придбаний телевізор виявився бездефектним. Яким заводом імовірніше за все він виготовлений?

4. В контейнер, у якому знаходяться 3 вироби невідомої якості (стандартні або нестандартні), покладено один стандартний виріб, після чого з контейнера навмання відібрали один виріб.

а) Знайдіть ймовірність того, що відібраний виріб буде стандартний, якщо рівноможливі всі припущення щодо початкового якісного складу виробів у контейнері.

б) В умовах даної задачі відібраний виріб виявився стандартним. Який був найімовірніший початковий якісний склад виробів у контейнері?

5. Авіакомпанія виконує протягом доби 6 рейсів до аеропорту М, 10 – до аеропорту N і 4 – до аеропорту Р. Імовірність неповного комерційного завантаження рейсу до аеропортів М, N і Р відповідно дорівнюють: 0.3; 0.2 і 0.4.

а) Знайдіть ймовірність неповного комерційного завантаження навмання взятого рейсу.

б) В умовах даної задачі виконаний рейс виявився з неповним комерційним завантаженням. До якого аеропорту найімовірніше він виконувався?

6. Для безпечного обходу грозового фронту екіпаж літака з рівною ймовірністю може вибрати три напрями: ліворуч, праворуч і зверху. Імовірність благополучного перетину літаком грозового фронту ліворуч дорівнює 0.8, праворуч – 0.9, зверху – 0.5.

а) Знайдіть ймовірність вдалого перетину грозового фронту.

б) В умовах даної задачі літак вдало перетнув грозовий фронт. Який напрям імовірніше за все був вибраний екіпажем?

7. Вся продукція цеху перевіряється двома контролерами. Перший перевіряє 55% всіх виробів, другий 45%. Ймовірність того, що перший контролер присвоїть марку “стандарт” нестандартному виробу, дорівнює 0.01, для другого контролера ця ймовірність дорівнює 0.05.

а) Знайдіть ймовірність того, що взятий навмання виріб з маркою “стандарт” виявився нестандартним.

б) В умовах даної задачі взятий навмання виріб з маркою “стандарт” виявився нестандартним. Яким контролером імовірніше за все перевірявся цей виріб?

8. Прилад, встановлений на борту літака, може працювати в двох режимах: в умовах нормального крейсерського польоту і в умовах перевантаження при зльоті і посадці. Крейсерський режим польоту займає 80% всього льотного часу, умови перевантаження – 20%. Ймовірність відмови приладу під час крейсерського польоту дорівнює 0.1, в умовах перевантаження – 0.4.

а) Знайдіть надійність (ймовірність безвідмовної роботи) приладу під час польоту.

б) В умовах даної задачі під час польоту прилад відмовив. Знайдіть ймовірність того, що політ проходив: 1) в крейсерському режимі; 2) в умовах перевантаження.

9. Для складання іспиту студентам необхідно підготувати 30 питань програми. З 25 студентів 10 підготували всі питання, 8 студентів – 25 питань, 5 студентів – 20 питань, 2 студента – 15 питань.

а) Знайдіть імовірність того, що викликаний навмання студент відповість на задане питання.

б) Якщо викликаний навмання студент відповів на задане питання, знайдіть ймовірність того, що він підготував: 1) всі питання; 2) лише половину питань.

10. Ймовірності того, що під час роботи системи, яка складається з трьох елементів, відмовлять елементи з номерами 1, 2 і 3, відносяться як 3:2:5. Ймовірності виявлення відмов цих елементів дорівнюють відповідно 0.95; 0.9 і 0.6.

а) Знайдіть ймовірність виявлення відмови в роботі системи.

б) В умовах даної задачі під час роботи системи виявлена відмова. Який з елементів імовірніше за все відмовив?

11. До контейнера, який містить 3 деталі невідомої якості (стандартні або нестандартні), покладено одну стандартну деталь. Після того з контейнера навмання відібрана одна деталь.

а) Знайдіть ймовірність того, що вона стандартна, якщо рівноможливі всі припущення про число стандартних деталей, які були в контейнері.

б) В умовах даної задачі відібрана деталь виявилася стандартною. Знайдіть ймовірність того, що в контейнері залишилися: 1) тільки стандартні; 2) тільки нестандартні.

12. В спортивній олімпіаді приймають участь 4 студенти з першого курсу, з другого – 6, з третього – 5. Імовірності того, що студент з першого, другого, третього курсу переможе на олімпіаді, дорівнюють відповідно: 0.9; 0.7 і 0.8.

а) Знайдіть ймовірність перемоги навмання вибраним її учасником.

б) В умовах даної задачі один студент переміг на олімпіаді. До якої групи він імовірніше за все належить?

13. На складальний конвеєр агрегатів з першого верстата-автомата надходить 40% деталей, з другого – 30%, з третього – 20% і з четвертого – 10%. Якщо при складанні буде використано деталь з першого верстата, то ймовірність одержання високоякісного агрегату дорівнює 0.98, для деталей з другого третього та четвертого верстатів ця ймовірність становить відповідно: 0.99; 0.995 і 0.998.

а) Знайдіть ймовірність сходження з конвеєра високоякісного агрегату.

б) В умовах даної задачі з конвеєра зійшов високоякісний агрегат. Деталь з якого верстата імовірніше за все використана в ньому?

14. Кількість вантажних машин, які проїздять трасою з бензозаправкою, відносяться до кількості легкових, як 3:2. Ймовірність того, що буде заправлятися вантажна машина, дорівнює 0.1, легкова – 0.2.

15. а) Знайдіть ймовірність того, що машина стане на заправку.

б) В умовах даної задачі на заправку стала машина. Знайдіть ймовірність того, що вона: 1) вантажна; 2) легкова.

16. На фабриці перший верстат виробляє – 40% всієї продукції, а другий – 60%. В середньому з 1 тисячі виробів першого верстата бракується 9, а з 500 виробів другого – 2.

а) Знайдіть ймовірність випуску браку на фабриці.

б) В умовах даної задачі навмання вибраний виріб виявився бракованим. Яким верстатом більш імовірно він виготовлений?

17. З комплекту, який містить 3 стандартні і 2 нестандартні вироби, навмання відбирають 2 вироби і перекладають до другого комплекту, в якому знаходилися 4 стандартні і 4 нестандартні вироби. Після того з другого комплекту навмання відбирають один виріб.

а) Знайдіть ймовірність того, що він стандартний.

б) В умовах даної задачі відібраний виріб виявився стандартним. Знайдіть ймовірність того, що з першого комплекту до другого були перекладені: 1) стандартні; 2) нестандартні вироби.

18. Три робітники виготовили однакову кількість деталей і склали їх в один контейнер. Брак в продукції першого робітника складає 5%, другого – 4.5%, третього – 4%.

а) Знайдіть ймовірність того, що взята навмання з контейнера деталь виявилась бракованою.

б) В умовах даної задачі відділ технічного контролю виявив браковану деталь. Знайдіть ймовірність того, що її виготовив другий робітник.

19. Ймовірність виходу літака на заданий пункт на великих висотах дорівнює 0.8, на середніх – 0.9, на малих – 0.6. На великих висотах виконується 20% польотів, на середніх – 10%, на малих – 7 %.

а) Знайдіть ймовірність виходу літака на заданий пункт.

б) В умовах даної задачі літак вийшов на заданий пункт. На яких висотах імовірніше за все виконувався політ?

20. Авіатехнічний склад одержує з першого заводу в 4 рази більше агрегатів, ніж з другого. Брак в продукції першого заводу складає 0.4%, другого – 1%.

а) Знайдіть ймовірність того, що взятий навмання агрегат виявиться бракованим.

б) В умовах даної задачі випадково вибраний агрегат виявився бракованим. Яким заводом більш імовірно він виготовлений?

21. В контейнер, який містить 3 стандартні і 2 нестандартні вироби, добавлено ще 2 вироби, для яких рівноможливі всі припущення про стандартність. Потім з контейнера навмання відібраний один виріб.

а) Знайдіть ймовірність того, що він стандартний.

б) В умовах даної задачі відібраний виріб виявився стандартним. Які вироби імовірніше за все були додані в контейнер?

Завдання 4. Повторення незалежних випробувань. Формула Бернуллі

1. За статистичними даними в середньому 62% студентів, що поступили на перший курс по закінченню навчання отримують диплом магістра. Знайти ймовірність того, що із 5 навмання відібраних студентів один отримає диплом магістра.

2. Ймовірність хоча б одного влучення в мішень з трьох пострілів дорівнює 0.992. Знайти ймовірність двох влучень в мішень з трьох пострілів.

3. Імпортер постачає жалюзі для вікон, причому 70% з них - горизонтальні. Яка ймовірність того, що серед 5 відібраних жалюзі буде рівно 3 горизонтальних?

4. Ймовірність того, що електрична лампа залишиться справною після 100 год роботи, дорівнює 0.2. Знайти ймовірність того, що дві із чотирьох ламп залишаться справними після 100 год роботи.

5. При транспортуванні 3% виробів зі скла пошкоджуються. Яка ймовірність того, що серед 6 відібраних для перевірки виробів лише 2 будуть пошкоджені?

6. Із чотирьох гармат зробили залп по цілі. Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі з кожної гармати дорівнює 0.8. Знайти ймовірність того, що тільки два снаряди влучать в ціль.

7. Партія з 100 деталей, серед яких 5 бракованих, перевіряється контролером, котрий навмання вибирає 10 деталей і визначає їх якість. Якщо серед вибраних деталей нема жодної бракованої, то вся партія приймається. Яка ймовірність того, що партія деталей приймається?

8. Ймовірність своєчасної доставки газет у кожне з шести поштових відділень міста дорівнює 0.9. Знайти ймовірність того, що якогось дня лише 4 поштові відділення одержать газети вчасно.

9. Пристрій складається з трьох елементів, які працюють незалежно. Ймовірність безвідмовної роботи кожного з цих елементів за час t дорівнює 0.8. Знайти ймовірність того, що за час t безвідмовно будуть працювати два елементи.

10. Імовірність нічиєї в чемпіонаті України з футболу дорівнює 0.3. Яка ймовірність того, що нічиїх буде не більше у трьох із 8 матчів?

11. Додаткового оснащення нового автомобіля вимагають 20% покупців автосалону. Яка ймовірність того, що серед 5 навімання відібраних покупців авто двоє вимагатиме додаткового оснащення?

12. У партії з 1000 деталей є 10 дефектних. Знайти ймовірність того, що серед навімання взятих з цієї партії 10 деталей рівно 2 будуть дефектними.

13. Ймовірність того, що студент складе залік з першого разу дорівнює 0.9. Яка ймовірність того, що серед 6 студентів залік складуть 4 студенти?

14. Чотири стрільці зробили залп по мішені. Ймовірність влучення в мішень для кожного із них дорівнює 0.7. Знайти ймовірність того, що тільки два стрільці влучать в мішень.

15. Хлібопекарня випікає 70% продукції з борошна вищого сорту і 30% - з борошна першого сорту. Яка ймовірність того, що серед п'ятих навімання обраних виробів буде тільки один з борошна вищого сорту?

16. Ймовірність влучення в мішень дорівнює 0.8. Знайти ймовірність чотирьох влучень при 6 пострілах.

17. П'ять стрільців – початківців в однакових і незалежних умовах зробили по одному пострілу по мішені. Ймовірність влучення в мішень для кожного із них дорівнює 0.4. Знайти ймовірність того, що влучить лише один стрілець.

18. Серед 500 коробок взуття нової колекції в 400 лежить взуття чорного кольору. Яка ймовірність, що у 4 навімання вибраних коробках буде дві із взуттям чорного кольору?

19. Кинуто 4 гральні кубики. Знайти ймовірність того, що випала одна трійка.

20. Із п'яти урн, що містять по 2 чорних і 8 білих куль кожна, виймають по одній кулі. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих куль є рівно 2 чорних.

Завдання 5. Формули Муавра-Лапласа

1 – 30. Проведено $n = 500$ незалежних випробувань, в кожному з яких може відбутися подія A з ймовірністю 0.8 . Знайти ймовірність того, що подія A настане:

а) $300 + N$ разів, де N – номер варіанта роботи;

б) від 300 до $320 + N$ разів.

РОБОТА 2. ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ

Завдання 1. Дискретні випадкові величини. Ряд розподілу. Числові характеристики.

Для даної випадкової величини X

- 1) складіть ряд розподілу;
- 2) знайдіть моду, математичне сподівання і дисперсію.

1. Соціологами проведено опитування стосовно мовної проблеми в Україні. Виявлено, що 60% респондентів рідною вважають українську мову. Навмання відібрано 4 українці. Випадкова величина X – кількість українців що вважають рідною українську мову.

2. Вибірка соціологічного дослідження містить 20% працівників освіти. Навмання з вибірки одночасно відбирається 3 респонденти. Випадкова величина X – кількість працівників освіти серед відібраних респондентів.

3. Імовірність правильної відповіді студентом на кожне питання викладача дорівнює 0.8. Викладач задає питання до одержання першої неправильної відповіді, але не більше трьох питань. Випадкова величина X – кількість одержаних правильних відповідей.

4. Імовірність затримки рейсу за метеоумовами аеропорту дорівнює 0.2. Випадкова величина X – кількість затриманих рейсів з чотирьох, які виконуються з аеропорту.

5. Радіостанція надсилає 3 повідомлення для екіпажа, який виконує рейс. Імовірності прийому першого, другого, третього повідомлень відповідно дорівнюють 0.9, 0.8, і 0.7. Випадкова величина X – кількість прийнятих повідомлень.

6. Згідно даних соціологічного опитування ймовірність відповіді ‘так’ на запитання ‘Чи задоволені Ви своїм становищем у суспільстві?’ дорівнює 0.3. Випадкова величина X – кількість задоволених своїм становищем у суспільстві респондентів із 3 навмання опитаних.

7. Комплект складається з п'яти деталей 1-го гатунку, двох деталей 2-го гатунку і трьох бракованих деталей. Навмання з комплекту відбирається одночасно 3 деталі. Випадкова величина X – кількість бракованих деталей серед відібраних.

8. Згідно статистичної звітності, 10% нових малих підприємств, які тільки відкрились, припиняють свою діяльність в середньому через два роки. Навмання відібрано 3 нові малі підприємства. Випадкова величина X – кількість підприємств серед відібраних, що припинять свою діяльність через 2 роки.

9. Авіакомпанія 30% всіх рейсів виконує власним літаковим парком. Навмання вибирається чотири рейси. Випадкова величина X – кількість рейсів на власному літаковому парку серед вибраних.

10. Ймовірність за результатами аналізів вірно розпізнати певну хворобу у пацієнта в середньому дорівнює 0.8. Лікар провів дослідження аналізів чотирьох пацієнтів. Випадкова величина X – кількість пацієнтів, у яких він вірно розпізнав дану хворобу.

11. В партії з 20 виробів 90% мають вищу якість. Навмання з партії одночасно відібрано 3 вироби. Випадкова величина X – число виробів вищої якості серед відібраних.

12. При обставинах, що склалися, ймовірність точного вимірювання штурманом кута знесення дорівнює 0.8. Штурман 4 рази виміряв кут. Випадкова величина X – число точних вимірювань кута.

13. Авіафірма протягом дня виконує 3 рейси. Ймовірності затримки першого, другого, третього рейсів за метеоумовами дорівнює відповідно 0.1; 0.3 і 0.5. Випадкова величина X – число затриманих за метеоумовами рейсів.

14. Брак в продукції цеху складає 5%. З денного виробітку контролер навмання відбирає по одному виробу до виявлення першого бракованого, але не більше 4-х виробів. Випадкова величина X – число відібраних придатних виробів.

15. За даними метеослужби аеропорту в лютому кількість нельотних днів складає в середньому 20%. Випадкова величина X – число нельотних днів серед 4-х наступних.

16. Ймовірність того, що стрілець влучить у мішень при одному пострілі, дорівнює 0.9. Стрільцеві видають патрони доти, доки він не зробить промах але не більше 6. Випадкова величина X - кількість патронів, що були видані стрільцеві.

17. Ймовірність виготовлення підприємством нестандартного виробу дорівнює 0.1. Із партії виробів контролер навмання по одному відбирає до п'яти виробів, припиняючи відбір після одержання першого нестандартного виробу. Випадкова величина X - число відібраних стандартних виробів.

18. Ймовірність прольоту кожним із чотирьох літаків в призначений час пункту обов'язкового повідомлення дорівнює 0.9. Випадкова величина X – кількість літаків, які пролетіли пункт обов'язкового повідомлення в призначений час.

19. За статистичними даними в середньому 60% студентів, що поступили на перший курс по закінченню навчання отримують диплом магістра. Навмання вибрано чотирьох студентів. Випадкова величина X – кількість серед відібраних студентів, що отримують диплом магістра.

20. За статистичними даними в середньому 75% студентів, що отримують диплом за спеціальністю 'кібербезпека' по закінченню навчання працюють по спеціальності. Навмання вибрано чотирьох випускників спеціальності 'кібербезпека'. Випадкова величина X – кількість серед відібраних випускників, що працюватимуть по спеціальності.

Завдання 2. Неперервні випадкові величини.

Випадкова величина X задана функцією розподілу. Знайти:

- а) щільність розподілу;
- б) ймовірність попадання X в інтервал $(a; b)$.

$$1. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{x^2 - x}{2}, & 1 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$a = 1, b = 1.5$$

$$2. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ \frac{x-2}{2}, & 2 < x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

$$a = 2, b = 3$$

$$3. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^3, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

$$a = 0, b = 0.5$$

$$4. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ \frac{x+1}{4}, & -1 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

$$a = 0, b = 2$$

$$5. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{x^2 - 1}{8}, & 1 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

$$a = 2, b = 3$$

$$6. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -3 \\ \frac{x+3}{6}, & -3 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

$$a = -1, b = 2$$

$$7. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2 \\ \frac{3x+6}{15}, & -2 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

$$a = -1, b = 2$$

$$8. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ \frac{x^2 - 4}{12}, & 2 < x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

$$a = 3, b = 4$$

$$9. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ 2x - 2, & 1 < x \leq 1.5 \\ 1, & x > 1.5 \end{cases}$$

$$a = 1, b = 2$$

$$10. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2 \\ \frac{x+2}{5}, & -2 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

$$a = -1, b = 2$$

$$11. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ x - 1, & 1 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$a = 1, b = 1.5$$

$$12. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^2 + x}{12}, & 0 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

$$a = 0, b = 2$$

$$13. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{2}, & 0 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$a = 1, b = 2$$

$$14. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^3}{8}, & 0 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$a = 1, b = 2$$

$$15. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^2 + 2x}{8}, & 0 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$a = 0, b = 1$$

$$16. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 3 \\ x - 3, & 3 < x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

$$a = 2, b = 3.5$$

$$17. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^2 + x}{6}, & 0 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$a = 1, b = 2$$

$$18. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{x^2 - 1}{3}, & 1 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$a = 1, b = 1.5$$

$$19. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2 \\ \frac{x+2}{4}, & -2 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$a = 0, b = 1$$

$$20. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ \frac{2x+2}{6}, & -1 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$a = 0, b = 2$$

Завдання 3. Числові характеристики неперервної випадкової величини

Знайти функцію розподілу, математичне сподівання і дисперсію вип. величини X , що задана щільністю розподілу.

$$1. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{2x+1}{12}, & 0 < x \leq 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases}$$

$$8. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 3 \\ 2(x-3), & 3 < x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

$$2. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ 2(x-1), & 1 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

$$9. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{8}, & 0 < x \leq 4 \\ 0, & x > 4 \end{cases}$$

$$3. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 3x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$

$$10. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{2x}{3}, & 1 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

$$4. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{x-1}{6}, & 1 < x \leq 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases}$$

$$11. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ 3x^2, & -1 < x \leq 0 \\ 0, & x > 0 \end{cases}$$

$$5. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{2x}{9}, & 0 < x \leq 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases}$$

$$12. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ 2(x-2), & 2 < x \leq 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases}$$

$$6. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{2x-1}{2}, & 1 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

$$13. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x+1}{6}, & 0 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

$$7. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{2}, & 0 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

$$14. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{2x+1}{6}, & 0 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

$$15. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ \frac{2x}{7}, & -1 < x \leq 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$

$$18. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{3x^2}{8}, & 0 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

$$16. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{x}{4}, & 1 < x \leq 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases}$$

$$19. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{2x+1}{12}, & 0 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

$$17. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{2x+3}{10}, & 0 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

$$20. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{x-1}{8}, & 1 < x \leq 5 \\ 0, & x > 5 \end{cases}$$

Завдання 4. Нормальний закон розподілу

1. Зріст дорослих чоловіків є випадковою величиною, розподіленою за нормальним законом. Якщо середньостатистичний чоловік має зріст 175 см, а стандартна похибка – 6 см, знайти ймовірність того, що навмання вибраний чоловік буде мати зріст від 170 до 180 см.

2. Хлібозавод випікає паляниці номінальної маси (математичне сподівання) 1 кг. За статистичними даними 99.9% всієї продукції має масу від 0.96 до 1.04 кг. Знайдіть ймовірність того, що взята на контроль паляниця відповідає стандарту, якщо для цього її маса не повинна відхилитися від номіналу більше ніж на 0.02 кг.

3. Кількість пасажирів, які запізнюються на рейс, - нормально розподілена випадкова величина X з параметрами $a = 5$ і $\sigma = 2$. Знайдіть ймовірність того, що на наступний рейс запізниться від трьох до семи пасажирів.

4. Підприємство випускає вироби, довжина яких розподілена нормально з математичним сподіванням (проектна довжина), рівним 50 см. Фактична довжина знаходиться в межах 45 – 55 см. Знайти ймовірність того, що довжина навмання взятого виробу менша 48 см.

5. Кількість студентів, які відраховуються з курсу протягом навчального року, - нормально розподілена випадкова величина X з параметрами $a = 5$ і $\sigma = 2$. Знайдіть ймовірність того, що наступного навчального року буде відраховано від трьох до семи студентів з курсу.

6. Діаметр виготовлених заводом виробів – нормально розподілена випадкова величина з параметрами $a = 10$ см і $\sigma = 0.5$ см. Знайдіть симетричний відносно a інтервал, у якому з імовірністю 0.95 знаходяться діаметри виготовлених виробів.

7. Довжина деталі, яку виготовляє верстат-автомат, є випадковою величиною, розподіленою за нормальним законом з параметрами $a = 15$ см і $\sigma = 0.2$ см. Знайдіть відсоток браку, якщо допустимі розміри деталей дорівнюють 15 ± 0.4 см.

8. Вимірювана випадкова величина X підпорядкована нормальному закону розподілу з параметрами $a = 10$ і $\sigma = 5$. Знайдіть симетричний відносно a інтервал, у який з ймовірністю 0.5 потрапить значення цієї величини, одержане при вимірюванні.

9. Річна виручка авіафірми – нормально розподілена випадкова величина X з середнім значенням 250 млн. гривень і стандартним відхиленням 4.5 млн. Знайдіть симетричний відносно середнього значення інтервал, в якому з імовірністю 0.9 можна очікувати виручку в наступному році.

10. Деталь, виготовлена автоматом, вважається придатною, якщо відхилення контрольованого розміру X від номіналу (математичного сподівання) не перевищує 10 мм. Точність виготовлення визначається стандартним відхиленням σ . Для прийнятої технології $\sigma = 5$ мм і X - нормально розподілене. Визначте який відсоток придатних деталей виготовляє автомат.

11. Коробки з цукерками упаковуються автоматично, їх середня маса дорівнює 1.06 кг. Знайдіть стандартне відхилення σ , якщо 5% коробок має масу, меншу 1 кг.

12. Розмір виробів, які виготовляє фабрика, – випадкова величина X підпорядкована нормальному закону розподілу з параметрами $a = 5$ см і $\sigma = 0.9$

см. Знайти ймовірність того, що розмір навання взятого виробу відхиляється від номіналу (математичного сподівання) не більше, ніж на 0.2 см.

13. Довжина деталі, яку виготовляє верстат-автомат, є випадковою величиною, розподіленою за нормальним законом з параметрами $a = 15$ см і $\sigma = 0.2$ см. Знайдіть точність довжини виготовленої деталі, яку можна гарантувати з ймовірністю 0.97.

14. Підприємство випускає вироби, довжина яких X розподілена нормально з математичним сподіванням (проектна довжина), рівним 50 см. Фактична довжина знаходиться в межах від 45 до 55 см. Знайдіть ймовірність того, що довжина навання взятого виробу більша 52 см.

15. Випадкова величина X підпорядкована нормальному закону розподілу з параметрами $a = 1.6$ і $\sigma = 1$. Знайдіть ймовірність того, що при певному випробуванні ця випадкова величина прийме значення з інтервалу (1.5; 2).

16. Розмір виробів, які виготовляє фабрика, – випадкова величина X підпорядкована нормальному закону розподілу з параметрами $a = 5$ см і $\sigma = 0.9$ см. В яких межах з ймовірністю 0.95 знаходиться розмір навання взятого виробу?

17. Фірма виготовляє вироби номінальної маси 1 кг (математичне сподівання) із стандартним відхиленням 5%. Знайдіть ймовірність того, що навання відібраний виріб буде мати масу, більшу 1.05 кг.

18. Процент зайнятості крісел на рейсах авіакомпанії – випадкова величина X розподілена за нормальним законом з середнім значенням 90% і стандартним відхиленням $\sigma = 5\%$. Знайдіть ймовірності того, що на навання вибраному рейсі відсоток зайнятості крісел відхилиться від середнього значення за абсолютною величиною не більше, ніж на 2%.

19. Процент зайнятості крісел на рейсах авіакомпанії – випадкова величина X розподілена за нормальним законом з середнім значенням 90% і стандартним відхиленням $\sigma = 5\%$. Знайдіть ймовірності того, що процент зайнятості крісел на цьому рейсі буде знаходитись в межах від 85% до 91%.

20. Швидкість вітру в районі аеропорту – нормально розподілена випадкова величина X з середнім значенням 16 км/год і стандартним відхиленням 5 км/год. Знайдіть ймовірності того, що в випадковий момент часу швидкість вітру буде в межах від 14 до 20 км/год.

Завдання 5. Лінійна регресія

Дано закон розподілу дискретної двовимірної випадкової величини (X, Y) . Знайти коефіцієнт кореляції між X і Y та рівняння прямої регресії Y на X .

1.

Y	X		
	-1	0	1
1	0.10	0.15	0.20
2	0.15	0.25	0.15

2.

Y	X		
	-1	0	1
1	0.15	0.10	0.20
2	0.15	0.25	0.15

3.

Y	X		
	-1	0	1
1	0.15	0.25	0.15
2	0.10	0.20	0.15

4.

	X		
	-1	0	1
1	0.20	0.10	0.15
2	0.15	0.25	0.15

5.

Y	X		
	-1	0	1
1	0.20	0.25	0.10
2	0.20	0.15	0.10

6.

Y	X		
	-1	0	1
1	0.10	0.20	0.25
2	0.10	0.15	0.20

7.

Y	X		
	-1	0	1
1	0.10	0.15	0.20
2	0.15	0.25	0.15

8.

Y	X		
	-1	0	1
1	0.15	0.15	0.25
2	0.10	0.15	0.20

9.

Y	X		
	-1	0	1
1	0.15	0.25	0.15
2	0.10	0.15	0.20

10.

Y	X		
	-1	0	1
1	0.25	0.15	0.15
2	0.10	0.15	0.20

11.

	X		
Y	-1	0	1
0	0.10	0.15	0.20
1	0.15	0.25	0.15

12.

	X		
Y	-1	0	1
0	0.15	0.10	0.20
1	0.15	0.25	0.15

13.

	X		
Y	-1	0	1
0	0.15	0.25	0.15
1	0.10	0.20	0.15

14.

	X		
Y	-1	0	1
0	0.20	0.10	0.15
1	0.15	0.25	0.15

15.

	X		
Y	-1	0	1
0	0.20	0.25	0.10
1	0.20	0.15	0.10

16.

	X		
Y	-1	0	1
0	0.10	0.20	0.25
1	0.10	0.15	0.20

17.

	X		
Y	-1	0	1
0	0.10	0.15	0.20
1	0.15	0.25	0.15

18.

	X		
Y	-1	0	1
-1	0.15	0.15	0.25
1	0.10	0.15	0.20

19.

	X		
Y	-1	0	1
-1	0.15	0.25	0.15
1	0.10	0.15	0.20

20.

	X		
Y	-1	0	1
-1	0.25	0.15	0.15
1	0.10	0.15	0.20

ЛІТЕРАТУРА

1. Maria Khomyak Statistics: Course Description. Lutsk : Lesia Ukrainka VNU, 2022. 26 p.
2. Майборода Р. Є. Комп'ютерна статистика : підручник. К. : ВПЦ "Київський університет", 2019. 589 с.
3. Мішура Ю. С., Ральченко К. В., Сахно Л. М., Шевченко Г.М. Випадкові процеси. Теорія. Статистика. Застосування. *Видавничо-редакційний центр Київського національного університету імені Тараса Шевченка*, 2019.
4. Тичинська Л.М., Черепашук А.А. Теорія ймовірностей // Електронний ресурс. Режим доступу: https://web.posibnyku.vntu.edu.ua/fitki/4tichinska_teoriya_jmovirnostej/v.htm.
5. Хомяк М.Я. Мова програмування R як засіб навчання математичної статистики майбутніх ІТ-фахівців та вчителів інформатики . *Математика. Інформаційні технології. Освіта* : тези доп. XI Міжнар. наук.-практ. конф. Луцьк, 2022. С. 171-173.
6. Хомяк М. Я. Основні дискретні і неперервні розподіли теорії ймовірностей та статистики: методичний посібник. Луцьк: СНУ ім. Лесі Українки, 2020. 26 с.
7. Хомяк М. Я. Теорія ймовірностей: Збірник завдань для модульних контрольних робіт для студентів спеціальності “соціологія”. Луцьк: СНУ ім. Лесі Українки, 2020. 22 с.
8. Хомяк М.Я., Яцюк С.М. Комп'ютерно-орієнтовані засоби навчання теорії ймовірностей та математичної статистики майбутніх вчителів інформатики. *Науковий вісник Кременецької обласної гуманітарно-педагогічної академії ім. Тараса Шевченка*. №14, 2022. С. 66 – 73.

Хомяк Марія Ярославівна

Теорія ймовірностей

збірник завдань
для самостійної роботи
для здобувачів спеціальностей “014 середня освіта (інформатика)”
та “122 Комп'ютерні науки”
першого (бакалаврського) рівня

Друкується в авторській редакції