

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Волинський національний університет імені Лесі Українки  
Географічний факультет  
Кафедра фізичної географії

**Василь Фесюк**

## **ГЕОГРАФІЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ І ПРОГНОЗУВАННЯ**

Методичні вказівки до виконання практичних робіт

Луцьк  
2021



УДК 001.89(075.8)

ББК 65.049(4УКР)я73-9

Ф-75

Рекомендовано до друку Вченю радою Волинського національного університету імені Лесі Українки (протокол № \_\_\_\_\_ від \_\_\_\_\_ 2021 року)

**Рецензенти:**

**Мольчак Ярослав Олександрович** – доктор географічних наук, професор, Заслужений діяч науки і техніки України, професор кафедри екології і агрономії Луцького національного технічного університету;

**Барський Юрій Миколайович** – доктор економічних наук, професор, декан географічного факультету Волинського національного університету імені Лесі Українки

Фесюк В. О. Географічне моделювання і прогнозування : методичні вказівки до виконання практичних робіт. Луцьк : ПП Іванюк В. П., 2021. 110 с.

Методичні вказівки до виконання практичних робіт містять короткі теоретичні положення по темах курсу, рекомендації до виконання практичних робіт, список літератури.

Рекомендовано студентам спеціальностей 106 Географія, 103 Науки про Землю.

УДК 001.89(075.8)

ББК 65.049(4УКР)я73-9

© Фесюк В. О., 2021

© Волинський національний  
університет імені Лесі Українки, 2021

## Зміст

1. Побудова карти ізокорелят забруднення поверхневих і підземних вод.....	4
2. Балансові моделі. Камерна модель гідрохімічного балансу водойми.....	17
3. Моделювання розсіювання забруднень в атмосфері.....	28
4. Моделювання і оцінка залежності складників водного балансу від лісистості території.....	42
5. Моделювання забруднення підземних вод.....	52
6. Моделювання міграції радіонуклідів у ґрунті.....	62
7. Моделювання процесів життєдіяльності та росту рослин.....	75
8. Моделювання динаміки географічних систем.....	86
9. Методи географічного прогнозування.....	96
10.Побудова прогнозної однофакторної регресійної моделі методом найменших квадратів.....	104

## Практична робота № 1

### ***Побудова карти ізокорелят забруднення поверхневих і підземних вод***

**Мета заняття:** сформулювати поняття про кореляційний аналіз просторових явищ та об'єктів, навчитись будувати картографічну модель зв'язку (карту кореляції) двох просторово розподілених явищ, оцінювати тісноту зв'язку, її просторовий розподіл, причини й наслідки цього розподілу

**Зміст заняття:**

1. Місце картографічних моделей в моделюванні й прогнозуванні стану довкілля
2. Загальне поняття про кореляційні моделі в картографічному аналізі територіального розподілу явищ та об'єктів
3. Методика побудови карти кореляційного поля

### **Теоретичні положення:**

#### **1. Місце картографічних моделей в моделюванні й прогнозуванні стану довкілля**

Під **математико-картографічним моделюванням** в моделюванні й прогнозуванні стану довкілля розуміється системне сполучення математичних і картографічних моделей для створення нових карт і розширення області їх застосування в дослідницьких цілях. Таке комбінування двох універсальних методів екологічних досліджень стало можливим завдяки властивості картографічного методу легко комплексуватися з іншими методами. Вона закладена в основу створення будь-яких географічних або екологічних карт, розробка яких є спільною задачею фахівців в певній галузі науки й спеціалістів-картографів.

Залучення в процес створення географічних карт математичного методу виявилося досить ефективним методом. Воно додало математичним моделям географічну просторову конкретність і образність, дозволило оздобити творців карт ефективними способами цілеспрямованої математичної переробки інформації будь-яких обсягів.

Карти в математико-kartографічному моделюванні виконують різні функції. Часто вони служать основним джерелом вихідної інформації, на базі якої проводиться наступне моделювання. Тому в картах найбільш цінним є просторове координування територіальних угруповань і комплексів; застосування для них абстрагованих класифікацій, у тому числі виражених у кількісних мірах; “агрегація” просторово-тимчасової інформації; можливість одержання континуальних і дискретних характеристик і їхній взаємний переходу; поєднання в картах матеріалів аналітичного й синтетичного характеру.

Карти зручно та зрозуміло візуалізують результати математичних розрахунків на проміжних і фінальних стадіях математико-kartографічного моделювання. По них легко визначити недоліки використаних математичних моделей, оцінити вихідну екологічну інформацію на предмет її відповідності поставленим цілям дослідження і застосовуваних математичних моделей, знайти грубі похибки, викликані помилками моделювання або його інформаційним забезпеченням. Карти являють собою надійний засіб для управління моделюванням, для контролю за ним і коректування, для оцінки достоїнств вибраних моделей і загальних результатів математико-kartографічного моделювання.

Нарешті, карти особливо зручні для просторового аналізу результатів моделювання, для пізнання на базі інформації, переробленої в процесі моделювання, територіальних закономірностей, особливостей структури, розвитку й функціонування тих або інших екологічних явищ і процесів. Особливо цінною є здатність карти фіксувати будь-які властивості географічної дійсності, у тому числі всілякі геоекологічні поля: поля розподілу концентрацій забруднюючих речовин, інтенсивності антропогенного впливу, ступеня трансформації природного середовища під впливом діяльності людини та виробництва, потенціалу стійкості та самовідновлювальної здатності екосистем.

Основна функція математичних моделей у математико-kartографічному моделюванні

– цілеспрямована переробка вихідної інформації. У залежності від поставленої задачі, складність цієї переробки може бути також різною – від простого перекодування вихідних даних, що забезпечує функціонування автоматизованої картографічної техніки, до їх докорінної перебудови, що веде до створення синтетичних розрахункових спеціальних карт.

Математичні методи дуже впливають на зміст, тип і вид створюваних карт. Особливо широкі обрії перед математико-картографічним моделюванням відкрились у зв'язку із інтенсивним впровадженням комп'ютерної техніки в екологічну науку й практику. Мається на увазі, перш за все, ГІС-технології. Обсяг і якість переробленої ЕОМ інформації впливають на повноту й детальність карти і, значною мірою, визначають основні риси її оформлення.

Поєднання математичних і картографічних моделей у математико-картографічному моделюванні носить системний характер, що відбувається в органічному взаємозв'язку і взаємозалежності всіх моделей, цілеспрямованості їх, застосування, особливих функціях кожної моделі й у необхідності єдиного управління всім процесом математико-картографічного моделювання. Це створює основу для раціоналізації процесу моделювання й планування тих результатів, що добре відповідають поставленим цілям і задачам дослідження і створюють надійну інформаційну базу для наступного вивчення екологічних процесів і явищ.

## 2. Загальне поняття про кореляційні моделі в картографічному аналізі територіального розподілу явищ та об'єктів

Кореляційні моделі використовуються для дослідження статистичних залежностей між двома або декількома величинами (Кендал, Стюарт, 1973). Вони застосовуються порівняно давно й особливо успішно при створенні тематичних карт у багатьох галузях науки (Robinson, 1962; Kadmon, 1968; Берлянт, 1972; Сербенюк, Жуков, 1973 і ін.) При побудові цих карт використовується важлива властивість кореляційних моделей – придатність для відображення територіальних статистичних взаємозв'язків між визначеними ознаками порівнюваних явищ і процесів. Найчастіше застосовують обчислення і картографування парних коефіцієнтів кореляції, для, того щоб з'ясувати величину взаємозв'язку між двома різними явищами (процесами) або ж між двома станами одного явища (процесу) на два різних моменти часу.

Так само цікаві для екологічно-статистичного аналізу моделювання і наступне картографування множинних і часткових показників зв'язку. Вони дозволяють представити просторовий розподіл статистичних взаємозв'язків між двома або декількома компонентами при виключенні з аналізу всіх інших.

Якщо величини, між якими проводиться кореляційний аналіз представлені параметрично (тобто в кількісному виразі), використовують коефіцієнт кореляції, у випадку непараметричного зв'язку – кореляційне відношення.

**Параметрична кореляція.** Обчислення коефіцієнтів параметричної кореляції базується на припущеннях, що досліджувані явища (процеси) підлягають певним ймовірнісним законам. На основі цих законів можна обчислити функцію розподілу кожного з досліджуваних екологічних явищ (процесів), основними показниками якої служать істинне середнє  $\bar{x}$  або математичне сподівання  $M(x)$ .

Ван дер Варден (1960) наводить наступні розрахункові формули для визначення цих характеристик:

$$\bar{x} = M(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x dF(x) \quad (1)$$

істинної дисперсія  $S_x^2$ :

$$S_x^2 = M(x - \bar{x})^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 dF(x) \quad (2)$$

де  $x$  – досліджувана змінна,  $dF(x)$  – генеральна сукупність змінної  $x$ .

Додатній квадратний корінь із дисперсії називається середнім квадратичним

відхиленням  $S_x$ .

Якщо інтеграли (1) і (2) сходяться, то наближені оцінки середнього арифметичного значення перемінної  $\bar{x}$  і дисперсії  $\sigma_x^2$  для  $x$  і  $S_x^2$ , за результатами  $n$  спостережень відповідно будуть:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3)$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (4)$$

де  $x_i$  – значення змінної  $x$  для  $i$ -го спостереження.

Якщо маються дві залежні випадкові величини  $x$  і  $y$ , то дисперсія  $S^2$  суми  $ax + y$  містить крім дисперсій складових  $ax$  і  $y$  ще один член, лінійний відносно  $a$ :

$$M(ax - a\bar{x} + y - \bar{y})^2 = a^2 M(x - \bar{x})^2 + 2a(x - \bar{x})(y - \bar{y}) + M(y - \bar{y})^2 \quad (5)$$

Коефіцієнт при  $2a$  в правій частині рівняння (5) називається **коваріацією** випадкових величин  $x$  и  $y$ . З його допомогою можна отримати коефіцієнт істинний кореляції ( $\rho$ ), розділивши коваріацію на добуток середніх квадратичних відхилень:

$$\rho = \frac{M(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{S_x S_y} \quad (6)$$

Щоб отримати оцінку для  $\rho$ , потрібно розділити вибіркову коваріацію на добуток вибіркових квадратических відхилень  $\sigma_x \sigma_y$ . Отриману частку називають **вибірковим коефіцієнтом кореляції**  $r$ :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n \sigma_x \sigma_y} \quad (7)$$

Значення  $r$  знаходяться в межах від -1 до +1. Екстремальні значення коефіцієнта кореляції вказують на існування функціонального взаємозв'язку між змінними (прямого при  $r = +1$  і зворотного при  $r = -1$ ). Зв'язок відсутній, якщо  $r = 0$ . Сила зв'язку збільшується із збільшенням значення коефіцієнта кореляції від 0 до  $|1|$ .

Середня квадратична похибка коефіцієнта кореляції розраховується за формулою

$$\sigma_r = \pm \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}} \quad (8)$$

Зв'язок вважається достовірним при  $r \geq |3\sigma_r|$

Кореляційний аналіз потенційно застосовуваний при дослідженні будь-яких природних і суспільних явищ і процесів. У поєднанні із картами цей метод дозволяє розкрити просторові і часові взаємозв'язки Глибина і територіальна конкретність вивчення взаємозв'язків повинні бути визначені заздалегідь. Для проведення такого дослідження необхідно забезпечення вихідною інформацією відповідної територіальної й часової деталізації. Серед усієї розмаїтості показників вибирають ті, котрі в найбільшій мірі характеризують основні закономірності територіального розміщення і розвитку екологічних

процесів та явищ, а також ті, по яких існують досить повні і надійні статистичні матеріали. Вибираючи вихідну інформацію для розрахунку кореляції, необхідно враховувати, що точність моделі знижується з включенням залежних показників і використанням малих рядів, Наприклад, рекомендується виключати з аналізу відносні показники, виведені з абсолютних. При аналізі часових змін кореляційних взаємозв'язків між досліджуваними параметрами, обчислені кореляційні коефіцієнти зручно показувати не на карті, а на особливому графіку, у якому осями координат служать величини кореляційних залежностей і шкала часу. Аналіз графіка дозволяє оцінити стійкість кореляційних зв'язків і тенденції їх зміни з плином часу, а також у першому наближенні встановити ступінь впливу окремих параметрів на величину й мінливість кореляції.

**Непараметрична кореляція.** Деякі об'єкти на картах можуть характеризуватись лише такими ознаками, що позбавлені точної кількісної оцінки, але дозволяють порівнювати їх за якісними оцінками Наприклад, ступінь забруднення може бути виражений не у вигляді коефіцієнта перевищення ГДК або фону, а у вигляді якісної вербалної характеристики – “високий”, “середній”, “низький” тощо. В цьому випадку сукупність об'єктів ранжують, тобто упорядковують за порядковим номером (рангом) кожний з об'єктів за даною ознакою в напрямку зростання чи спадання.

Якщо треба визначити кореляцію двох рангових ознак, то розглядають вибірку з  $n$  незалежних об'єктів і кожному з них присвоюють відповідні порядкові номери, що використовуються далі для обчислення коефіцієнта рангової кореляції. Звичайно порядкові номери присвоюють у порядку спадання ознаки, приписуючи перший номер найвищому за даною ознакою об'єкту (наприклад, найбільшому, найбільш забрудненому, найбільш бажаному тощо).

Для того щоб середнє арифметичне кожного ряду ознак дорівнювало нулю, від кожного присвоєного номера віднімають  $\frac{n+1}{2}$ , а потім усі результати подвоюють. Отримані ціличисельні величини позначають  $x_l$  для першої ознаки й  $y_l$  – для другої. Якщо по одній з ознак розглянутий об'єкт перевершує  $l$  інших об'єктів, і його самого перевершують  $k$  об'єктів (де  $k + l = n + 1$ ), то порядковий номер даного об'єкта за даною ознакою дорівнюватиме  $k - l$ . Суму квадратів порядкових номерів  $x_l$  або  $y_l$ , можна знайти з рівняння (Ван дер Варден, 1960):

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i^2 = (n-1)^2 - (n-3)^2 + \dots + (-n+1)^2 = \frac{n(n-1)(n+1)}{3} \quad (9)$$

Звідси коефіцієнт рангової кореляції Спірмена  $_s r$  визначається як:

$${}_s r = \frac{3 \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n(n-1)(n+1)} \quad (10)$$

де  $x_i = 2 \left[ \rho_i^x - \frac{n+1}{2} \right]$ ,  $y_i = 2 \left[ \rho_i^y - \frac{n+1}{2} \right]$ , а  $\rho_i^x$  і  $\rho_i^y$  – порядкові номери для ознак  $x_i$  і  $y_i$ .

Значення  $_s r$  знаходиться в межах від -1 до 1. При значенні  $_s r = 1$  обидва ряди цілком ідентичні, тобто  $x_i - y_i = 0$ . Якщо ряди цілком протилежні, то  $_s r = -1$  і  $x_i + y_i = 0$ .

Коефіцієнт  $_s r$  зручно визначати, якщо для кожного об'єкта обчислена різниця  $d_i$  порядкових номерів за двома порівнюваними ознаками:

$${}_s r = 1 - 2 \frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n-1)(n+1)} = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n-1)(n+1)} \quad (11)$$

де  $d_i = \rho_i^x - \rho_i^y$ .

**Таблиця 1.** Критичні величини коефіцієнта рангової кореляції Спірмена

Довжина рядів	Рівень значущості	
	0,05	0,01
4	1,000	—
5	0,900	1,000
6	0,829	0,943
7	0,714	0,893
8	0,643	0,833
9	0,600	0,783
10	0,564	0,746
12	0,506	0,712
14	0,456	0,645
16	0,425	0,601
18	0,399	0,564
20	0,377	0,534
22	0,359	0,508
24	0,343	0,485
26	0,329	0,465
28	0,317	0,448
30	0,306	0,432

Оцінку надійності коефіцієнтів кореляції Спірмена можна здійснити по таблиці 1. Якщо при заданому  $n$  обчислена величина / менше значення, приведеного в табл. 1, то коефіцієнт кореляції вважається несуттєвим, і, для того щоб забезпечити надійність результатів розрахунків, необхідно збільшити число членів ряду. Якщо  $r_s < r$  більше значення, зазначеного в табл. 1, то такий коефіцієнт вважається істотним, тобто здатним забезпечити вірогідність одержуваних результатів.

Доволі часто також використовують коефіцієнт рангової кореляції Кендала. Він визначається за формулою:

$$r_k = \frac{2 \sum_{i=1}^n x_{ik} y_{ik}}{n(n-1)} \quad (12)$$

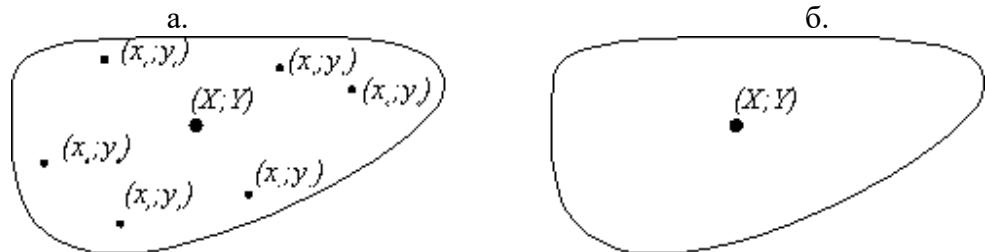
де  $x_{ik}$  і  $y_{ik}$  – порядкові ознаки для пари об'єктів.

Значення коефіцієнта Кендала також знаходяться в межах від -1 до 1. При розрахунку  $r_k$  номера першого із порівнюваних рядів розташовують у зростаючому порядку від 1 до  $n$  і під кожним з них вписують номер із другого ряду. Тоді всі  $x_{ik}$  приймають значення +1, і, коефіцієнт розраховується за значеннями  $y_{ik}$ .

### 3. Методика побудови карти кореляційного поля

Карти кореляційного поля, або як їх ще називають карти ізокорелят використовуються для аналізу просторового розподілу зв'язку між двома чи більше екологічними явищами, об'єктами, станами процесу. Вихідними матеріалами для побудови такої статистично-картографічної моделі є контурна карта території, в межах якої досліджуються взаємозв'язки між явищами, та два (або більше) варіаційні ряди екологічних даних. З контурною картою все зрозуміло: на ней пізніше наноситимуться розраховані коефіцієнти кореляції (параметричні чи непараметричні), прив'язані до певних точок місцевості (наприклад, населених пунктів, точок відбору проб, метеостанцій, гідростворів, тощо) і далі методом картограм, картодіаграм або ізоліній будується карта кореляційного поля.

Що стосується статистичних даних, то вони можуть бути задані 2 шляхами. Перший шлях задання (рис. 1. а) застосовується, якщо потрібно провести кореляційний аналіз просторових параметрів. Статистичні дані можуть бути задані таблично, тобто у вигляді двохстовпцевої таблиці, де кожному значенню стовпця  $X$  протиставлене значення стовпця  $Y$ . Або у вигляді двох (чи більше) карт, з однієї з яких можна отримати значення параметру  $X$ , а з іншої –  $Y$ . Для того, щоб отримати ці параметри з карти, потрібно “зняти” із карти інформацію в певних точках місцевості. Альтернативний спосіб – привести карти до одного масштабу, побудувати регулярну сітку з точок, рівновіддалених одна від одної і в кожній точці зняти з двох карт значення пари ознак  $(x_i; y_i)$ .

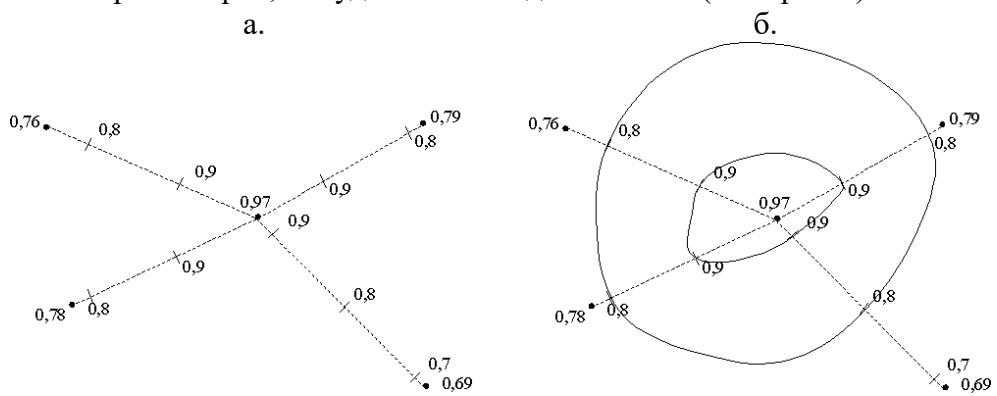


*Рис. 1. Вихідні варіанти для розрахунку часткового коефіцієнта кореляції*

Як видно з рис. 1. а, в межах певного полігона існує декілька точок із відомими статистичними характеристиками  $(x_i; y_i)$ . Значить для сукупності цих точок можна розрахувати частковий коефіцієнт кореляції. Значення розрахованого кореляційного коефіцієнта присвоюють центроїду полігона, з якого відбиралися точки для проведення аналізу. Так зручніше потім буде проводити графічну інтерполяцію. Стосовно розуміння центроїда об'єкта в сучасній картографії існує 2 підходи. Згідно першого з них, центроїд об'єкта (centroid, seed) – це точка, що є центром ваги (геометричним центром) полігона. Другий підхід під центроїдом розуміє внутрішню точку полігона зі значеннями координат, отриманими шляхом усереднення координат усіх точок, що утворюють полігон.

У другому випадку (рис. 1. б) кореляційний аналіз здійснюється не для просторих, а для часових характеристик. Тобто, для пар статистичних ознак, які мають місце в одній точці полігона, але в різний час. Як правило, цією точкою є центроїд полігона, хоча це не обов'язково. Щоб зняти інформацію в даному випадку необхідно або табличні дані динаміки явища або серія різночасових карт однієї і тої ж території.

Коли дані з карт зняті і коефіцієнти розраховані, слід приступити до побудови карти. Ми розглянемо варіант карти, побудованої методом ізоліній (ізокореляції).



*Рис. 2. Приклад графічної інтерполяції*

Між найближчими точками з певними коефіцієнтами координат проводять інтерполяцію за загальноприйнятыми у картографії методиками (рис. 2). Після закінчення інтерполяції допоміжні побудови (нанесені точки; лінії, що їх сполучають) стирають, а ізолінії коефіцієнта кореляції підписують в напрямку його збільшення. Карта кореляційного поля готова.

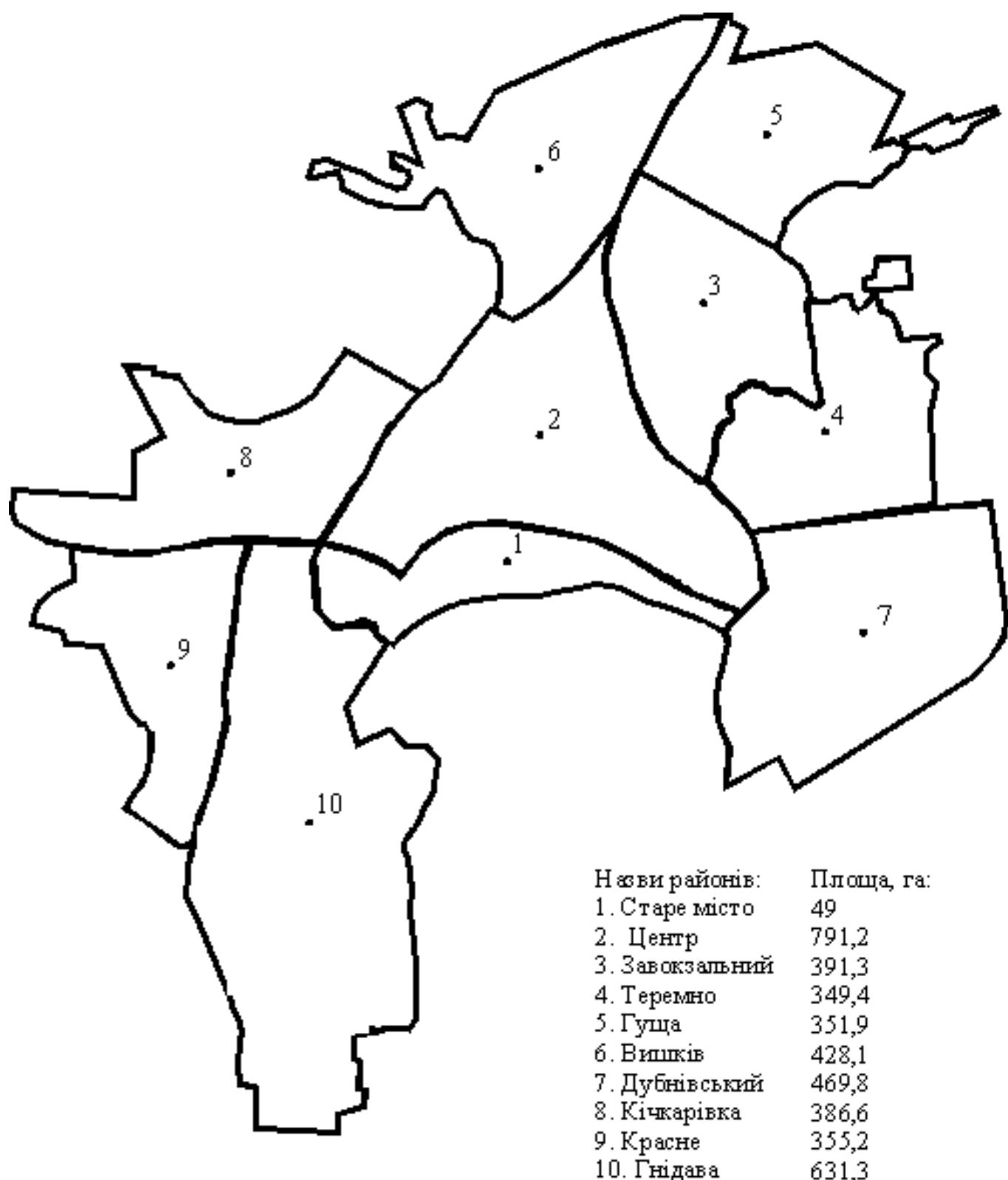


Рис. 3. Районування території м. Луцька

## Розрахунки та аналіз

## Практичні завдання:

**1. Побудувати карту ізокорелят (кореляційного поля) забруднення поверхневих та підземних вод цинком для території м. Луцька за даними таблиці 2 та рисунку 3**

**Таблиця 2.** Забруднення поверхневих (ПВ) та підземних вод (ПЗВ) території м. Луцька цинком, мкг/л

*Варіант 1*

№ з.п.	Райони міста																			
	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
Роки	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ
1991	54	345	34	348	37	350	56	521	24	171	55	353	85	445	65	171	61	85	31	185
1992	58	373	38	375	39	377	62	549	28	189	65	378	95	473	75	189	67	95	37	195
1993	59	405	39	388	42	424	66	560	29	188	68	403	98	505	78	188	71	98	41	198
1994	59	426	39	417	39	411	64	628	29	223	70	406	100	526	80	223	69	100	39	200
1995	62	395	42	396	41	398	68	568	32	204	74	399	104	495	84	204	73	104	43	204
1996	59	381	39	406	41	374	68	611	29	205	79	401	109	481	89	205	73	109	43	209
1997	57	410	37	447	40	390	67	616	27	205	65	404	95	510	75	205	72	95	42	195
1998	59	404	39	382	41	413	66	612	29	200	70	394	100	504	80	200	71	100	41	200
1999	61	390	41	386	40	380	67	576	31	198	79	371	109	490	89	198	72	109	42	209
2000	60	397	40	402	40	407	63	588	30	201	63	412	93	497	73	201	68	93	38	193

*Варіант 2*

№ з.п.	Райони міста																			
	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
Роки	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ
1991	62	417	42	398	40	381	63	557	32	200	76	415	106	517	86	200	68	106	38	206
1992	62	424	42	423	41	421	68	638	32	211	75	420	105	524	85	211	73	105	43	205
1993	63	396	43	431	40	399	64	568	33	205	68	356	98	496	78	205	69	98	39	198
1994	59	428	39	389	40	406	70	590	29	199	67	436	97	528	77	199	75	97	45	197
1995	59	402	39	364	41	401	67	617	29	197	74	443	104	502	84	197	72	104	42	204
1996	62	419	42	422	41	427	67	583	32	196	72	437	102	519	82	196	72	102	42	202
1997	61	408	41	448	39	392	64	581	31	183	73	408	103	508	83	183	69	103	39	203
1998	57	422	37	402	41	386	64	562	27	203	60	422	90	522	70	203	69	90	39	190
1999	61	423	41	404	40	391	70	622	31	222	71	360	101	523	81	222	75	101	45	201
2000	59	395	39	370	42	411	66	622	29	180	68	395	98	495	78	180	71	98	41	198

*Варіант 3*

№ з.п.	Райони міста																			
	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
Роки	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ
1991	61	403	41	353	39	398	63	518	31	187	68	423	98	503	78	187	68	98	38	198
1992	59	402	39	422	41	385	60	585	29	208	69	401	99	502	79	208	65	99	35	199
1993	60	419	40	394	39	424	60	593	30	193	78	398	108	519	88	193	65	108	35	208
1994	62	401	42	376	40	408	63	623	32	194	65	389	95	501	75	194	68	95	38	195
1995	57	414	37	408	42	403	62	616	27	209	68	399	98	514	78	209	67	98	37	198
1996	61	418	41	384	43	403	63	546	31	202	70	428	100	518	80	202	68	100	38	200
1997	60	430	40	373	40	386	64	599	30	197	64	394	94	530	74	197	69	94	39	194
1998	62	442	42	407	40	391	62	593	32	202	75	429	105	542	85	202	67	105	37	205
1999	58	420	38	399	41	377	65	607	28	187	66	410	96	520	76	187	70	96	40	196
2000	56	413	36	399	41	386	63	590	26	188	74	429	104	513	84	188	68	104	38	204

## Варіант 4

№ з.п.	Райони міста																			
	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
Роки	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ
1991	60	414	40	363	41	390	63	562	30	198	73	402	103	514	83	198	68	103	38	203
1992	56	375	36	405	40	377	65	570	26	184	70	404	100	475	80	184	70	100	40	200
1993	58	371	38	420	37	407	64	576	28	215	75	397	105	471	85	215	69	105	39	205
1994	58	387	38	399	40	409	69	564	28	198	70	423	100	487	80	198	74	100	44	200
1995	59	379	39	414	41	395	66	647	29	196	69	354	99	479	79	196	71	99	41	199
1996	60	380	40	404	43	440	62	547	30	194	68	396	98	480	78	194	67	98	37	198
1997	57	399	37	398	38	397	61	617	27	194	65	396	95	499	75	194	66	95	36	195
1998	63	396	43	411	39	366	66	591	33	199	81	393	111	496	91	199	71	111	41	211
1999	60	403	40	408	40	413	64	598	30	203	65	420	95	503	75	203	69	95	39	195
2000	59	383	39	385	40	386	64	565	29	194	68	387	98	483	78	194	69	98	39	198

## Варіант 5

№ з.п.	Райони міста																			
	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
Роки	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ
1991	63	403	43	387	40	427	63	617	33	198	75	405	105	503	85	198	68	105	38	205
1992	64	381	44	400	39	416	66	648	34	197	59	382	89	481	69	197	71	89	41	189
1993	60	399	40	364	38	404	69	645	30	179	74	382	104	499	84	179	74	104	44	204
1994	60	392	40	416	38	388	62	620	30	215	66	410	96	492	76	215	67	96	37	196
1995	58	398	38	423	40	391	66	577	28	206	75	411	105	498	85	206	71	105	41	205
1996	60	373	40	385	40	393	64	621	30	198	63	399	93	473	73	198	69	93	39	193
1997	59	406	39	389	38	426	67	562	29	189	69	403	99	506	79	189	72	99	42	199
1998	56	361	36	413	41	399	63	626	26	193	75	385	105	461	85	193	68	105	38	205
1999	58	390	38	412	40	383	67	652	28	204	75	405	105	490	85	204	72	105	42	205
2000	60	390	40	429	39	403	69	557	30	201	72	385	102	490	82	201	74	102	44	202

## Варіант 6

№ з.п.	Райони																			
	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
Роки	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ
1991	61	414	41	407	40	401	67	651	31	201	79	396	109	514	89	201	72	109	42	209
1992	60	370	40	402	38	358	61	589	30	208	64	399	94	470	74	208	66	94	36	194
1993	61	416	41	398	40	378	60	571	31	198	73	413	103	516	83	198	65	103	35	203
1994	60	420	40	422	40	425	65	595	30	193	69	430	99	520	79	193	70	99	40	199
1995	61	427	41	395	39	421	62	551	31	207	66	394	96	527	76	207	67	96	37	196
1996	60	374	40	370	40	363	65	597	30	206	71	436	101	474	81	206	70	101	40	201
1997	60	400	40	419	41	383	63	566	30	212	71	401	101	500	81	212	68	101	38	201
1998	60	377	40	380	40	382	64	648	30	195	69	384	99	477	79	195	69	99	39	199
1999	60	417	40	403	40	392	68	567	30	199	67	378	97	517	77	199	73	97	43	197
2000	62	367	42	417	40	404	61	589	32	206	71	394	101	467	81	206	66	101	36	201

### Варіант 7

№ з.п.	Райони																			
	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
Роки	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ
1991	60	380	40	370	40	433	65	562	30	192	73	419	103	480	83	192	70	103	40	203
1992	63	407	43	418	39	353	67	628	33	199	68	385	98	507	78	199	72	98	42	198
1993	58	424	38	386	40	404	68	592	28	197	64	426	94	524	74	197	73	94	43	194
1994	62	439	42	426	41	419	69	608	32	196	61	414	91	539	71	196	74	91	44	191
1995	60	380	40	372	40	438	66	552	30	194	75	421	105	480	85	194	71	105	41	205
1996	58	381	38	389	39	395	60	557	28	194	75	400	105	481	85	194	65	105	35	205
1997	62	395	42	422	39	393	64	619	32	186	69	415	99	495	79	186	69	99	39	199
1998	62	403	42	383	40	416	63	585	32	209	78	398	108	503	88	209	68	108	38	208
1999	58	395	38	392	39	389	63	555	28	207	69	386	99	495	79	207	68	99	38	199
2000	64	399	44	348	40	401	65	575	34	207	69	373	99	499	79	207	70	99	40	199

### Варіант 8

№ з.п.	Райони																			
	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
Роки	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ
1991	62	383	42	389	41	394	67	585	32	187	70	399	100	483	80	187	72	100	42	200
1992	63	367	43	399	40	426	65	613	33	198	71	394	101	467	81	198	70	101	40	201
1993	57	377	37	406	40	379	66	569	27	187	71	405	101	477	81	187	71	101	41	201
1994	58	413	38	391	41	423	66	640	28	202	70	399	100	513	80	202	71	100	41	200
1995	60	409	40	394	39	376	68	602	30	209	68	415	98	509	78	209	73	98	43	198
1996	59	416	39	410	39	406	65	605	29	171	71	402	101	516	81	171	70	101	40	201
1997	61	390	41	423	39	398	61	603	31	186	79	370	109	490	89	186	66	109	36	209
1998	57	375	37	450	42	421	62	579	27	219	69	412	99	475	79	219	67	99	37	199
1999	60	412	40	394	39	368	69	568	30	195	71	409	101	512	81	195	74	101	44	201
2000	63	381	43	391	38	399	67	612	33	205	69	406	99	481	79	205	72	99	42	199

### Варіант 9

№ з.п.	Райони																			
	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
Роки	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ
1991	59	395	39	424	41	395	68	595	29	196	75	420	105	495	85	196	73	105	43	205
1992	58	384	38	381	39	377	63	622	28	204	68	370	98	484	78	204	68	98	38	198
1993	63	395	43	375	40	414	63	596	33	196	75	399	105	495	85	196	68	105	38	205
1994	61	381	41	366	40	423	68	605	31	208	63	412	93	481	73	208	73	93	43	193
1995	60	421	40	385	41	404	62	570	30	201	69	429	99	521	79	201	67	99	37	199
1996	61	398	41	409	41	424	64	568	31	207	77	382	107	498	87	207	69	107	39	207
1997	55	401	35	375	40	408	64	614	25	196	67	389	97	501	77	196	69	97	39	197
1998	61	379	41	389	41	396	65	623	31	200	66	402	96	479	76	200	70	96	40	196
1999	61	413	41	396	40	375	61	558	31	198	73	412	103	513	83	198	66	103	36	203
2000	60	353	40	380	41	390	64	607	30	198	64	397	94	453	74	198	69	94	39	194

### Варіант 10

№ з.п.	Райони																			
	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
Роки	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ	ПВ	ПЗВ
1991	60	382	40	394	41	403	64	585	30	184	83	411	113	482	93	184	69	113	39	213
1992	62	417	42	374	39	394	66	666	32	203	61	407	91	517	71	203	71	91	41	191
1993	59	396	39	416	40	384	68	611	29	192	63	403	93	496	73	192	73	93	43	193
1994	60	402	40	388	39	439	68	583	30	208	69	409	99	502	79	208	73	99	43	199
1995	63	389	43	405	39	425	66	573	33	198	79	387	109	489	89	198	71	109	41	209
1996	60	390	40	421	38	397	69	613	30	216	74	447	104	490	84	216	74	104	44	204
1997	61	398	41	401	40	404	65	626	31	188	69	407	99	498	79	188	70	99	40	199
1998	61	412	41	382	39	405	63	586	31	189	68	372	98	512	78	189	68	98	38	198
1999	59	370	39	404	41	376	67	646	29	191	73	404	103	470	83	191	72	103	42	203
2000	61	408	41	402	40	397	67	624	31	201	79	392	109	508	89	201	72	109	42	209

Методика виконання даного завдання детально описана в пункті 3 теоретичних положень даної практичної роботи. Спочатку, за даними таблиці, 2 потрібно розрахувати значення коефіцієнтів кореляції за даними по забруднення поверхневих та підземних вод цинком для кожного із 10 районів м. Луцька. Далі розраховані коефіцієнти наносяться на карту міста (рис. 3) в точках, які є центрідами районів (вони вже визначені й нанесені на карту). Після цього проводиться графічна інтерполяція значень коефіцієнтів кореляції. Отримані при цьому точки з однаковими значеннями коефіцієнта кореляції сполучаються лініями. Їх називають ізолініями коефіцієнта кореляції або ізокорелятами. Далі на ней наносяться підписи районів, масштаби й легенда. Карта готова.

Тепер карту потрібно проаналізувати, давши відповіді на запитання:

- які фактори, в найбільшій мірі, визначають силу (щільність) зв'язку між забрудненням поверхневих та підземних вод?
- для яких районів міста характерна найвища щільність кореляційного зв'язку між досліджуваними показниками?
- які просторові особливості поширення поверхневих та підземних вод характерні для цих районів?
- для яких районів міста характерна найнижча щільність кореляційного зв'язку між досліджуваними показниками і чим це зумовлено?
- чи можна сказати, що між забрудненням поверхневих та підземних вод існує дуже сильний зв'язок: якщо так, то чому; як що ні,, то чому?

#### Контрольні питання:

1. Поняття про математико-картографічне моделювання
2. Основні функції карт у математико-kartографічному моделюванні
3. Поєднання математичних і картографічних моделей у математико-картографічному моделюванні
4. Особливості застосування кореляційних моделей у математико-картографічному моделюванні
5. Обчислення коефіцієнтів параметричної кореляції
6. Розрахункові формули для визначення істинного середнього та істинної дисперсії
7. Вибірковим коефіцієнтом кореляції  $r$
8. Середня квадратична похибка коефіцієнта кореляції

9. Галузі застосування кореляційного аналізу
10. Непараметрична кореляція
- 11.** Коефіцієнт рангової кореляції Спірмена  $r_s$
12. Коефіцієнт рангової кореляції Кендала  $r_k$ .
13. Методика побудови карти кореляційного поля
14. Методика проведення графічної інтерполяції

**Теми рефератів:**

1. Можливості комп’ютерних програм по автоматизованій побудові карт кореляційного поля
2. Основні галузі застосування кореляційного аналізу в картографічному моделюванні

**Рекомендована література:**

1. Блатнер Патрик Использование Microsoft Excel 2000. Специальное издание.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2002. – 864 с.
2. Голиков А.П., Черванёв И.Г., Трофимов А.М. Математические методы в географии. – Харьков: Вища школа, 1986. – 144 с.
3. Горєв Л.М. Основи моделювання в гідроекології. Підручник. – К.: Либідь, 1996. – 336 с.
4. Жуков В.Т., Сербенюк С.Н., Тикунов В.С. Математико-картографическое моделирование в географии. – М.: Мысль, 1980. – 224 с.
5. Ковальчук П.І. Моделювання і прогнозування стану навколошнього середовища: Навчальний посібник. – К.: Либідь, 2003. – 208 с.
6. Лаврик В.І. Методи математичного моделювання в екології. – К.: Фітосоціоцентр, 1998. – 132 с.
7. Лаврик В.І. Методи математичного моделювання в екології: Навчальний посібник. – К.: Видавничий дім “КМ Академія”, 2002. – 203 с.
8. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. – М.: Наука, 1982 . – 320 с.
9. Математические методы в географии. Учебное пособие / Ю.Р. Архипов, Н.И. Блажко, С.В. Григорьев и др. – Казань: Изд. Казанского унив., 1976. – 352 с.
10. Математические модели глобального развития / Под ред. В.А. Егорова. – Ленинград: Гидрометеоиздат, 1980. – 192 с.
11. Модели в географии / Под ред. Р.Дж. Чорли, П.Хаггета. – М.: Прогрес, 1971. – 383 с.
12. Модели и методы оценки антропогенных изменений геосистем / Е.В. Данилина, А.К. Румянцев, А.В. Панарин и др. – Новосибирск: Наука, 1986. – 152 с.

## Практична робота № 2

### *Балансові моделі. Камерна модель гідрохімічного балансу водойми*

**Мета заняття:** сформулювати поняття про балансові моделі в моделюванні й прогнозуванні стану довкілля, навчитись будувати камерну модель гідрохімічного балансу водойми, оцінювати динаміку концентрації забруднюючих речовин, її причини й наслідки

**Зміст заняття:**

1. Поняття про гідрохімічний баланс
2. Камерна модель гідрохімічного балансу
3. Методика розрахунку параметрів камерної моделі

### Теоретичні положення:

#### 1. Поняття про гідрохімічний баланс

Проблема кількісної інтерпретації процесів формування хімічного складу природних вод зони активного водообміну в цілому і кожного окремого їх типу — атмосферних, поверхневих і підземних вирішується за допомогою розрахунку гідрохімічного балансу басейнів рік або їх частин у межах окремих ландшафтно-кліматичних одиниць. Гідрохімічний баланс дуже тісно пов'язаний з питаннями оцінки забруднення поверхневих і підземних вод. Єдина загальноприйнята методика подібної оцінки, в основі якої лежить метод гідрохімічного балансу, на сьогодні, на жаль, відсутня. Хоча часткових методів існує дуже багато (Г.І. Марчук, 1982; В.І. Лаврик, 2002; П.І. Ковальчук, 2003), одним з найкращих і найточніших, на нашу думку, є метод розрахунку балансу розчинених у природних водах солей, розроблений на кафедрі гідрології й гідрохімії Київського університету під керівництвом проф. Л.М. Горєва [горев]. Ця методика дозволяє оцінити роль основних природних і антропогенних факторів в утворенні мінерального складу поверхневих і підземних вод для будь-якого басейну території України, де є створ із досить довгим рядом спостережень за гідрохімічним і гідрологічним режимом водотоку.

Для того, аби обґрунтувати вихідні положення моделі вводиться поняття про генетичні складові розчинених у природних водах речовин. Виділення генетичних хімічних складових у водах суші та їх кількісна оцінка можливі лише в результаті аналізу окремих джерел іонного стоку. Це демонструє наступне рівняння:

$$R_i = R_{i \text{ atm}} + R_{i \text{ розс}} + R_{i \text{ IB}} + R_{i \text{ ант}} \quad (1)$$

де  $R_i$  — сумарний іонний стік;  $R_{i \text{ atm}}$  — пряма атмосферна складова сумарного іонного стоку;  $R_{i \text{ розс}}$  — непряма атмосферна складова сумарного іонного стоку (іонний стік розсолення атмосферними опадами);  $R_{i \text{ IB}}$  — сумарний іонний стік за рахунок вилуговування ґрунтів і гірських порід;  $R_{i \text{ ант}}$  — антропогенна складова сумарного іонного стоку.

Сумарний іонний стік дозволяє охарактеризувати середньо-завислий хімічний склад природних вод суші, сформований під впливом природних і антропогенних факторів за певний проміжок часу. Пряма атмосферна складова сумарного іонного стоку — це кількість солей, що формуються за рахунок первинної мінералізації атмосферних опадів, які потім витрачаються на утворення сумарного водного стоку. Непряма атмосферна складова сумарного іонного стоку — це частина солей, що надходять у масу води, яка стікає, за рахунок розчинення солей, які формуються в ґрунтах і породах зони аерації при випаровуванні атмосферних опадів. Ця складова формує так званий “іонний стік розсолення”. Сумарний іонний стік вилуговування ґрунтів і гірських порід формується за рахунок солей, утворених в давні геологічні епохи в процесі літогенезу (морські солі), за рахунок

вилуговування хімічних елементів із мінералів (хімічне вивітрювання), а також шляхом розчинення солей, що утворюються у ґрунтах внаслідок біохімічних процесів. Антропогенна складова сумарного іонного стоку формується в результаті господарської діяльності.

Усі названі генетичні складові сумарного іонного стоку виділяються і кількісно оцінюються шляхом розрахунку гідрохімічного балансу. Аналогічні генетичні складові виділяються і в поверхневому іонному стокі ( $R_{i \text{ пов.}}$ ).

*Генетичні складові підземного іонного стоку* можна представити у вигляді наступного рівняння:

$$R_{i \text{ підз.}} = R_{n \text{ підз. атм}} + (R_{n \text{ підз. розс}} + R_{n \text{ пов. в}}) + (R_{n \text{ підз. в}} + R_{n \text{ підз. атм}}) \quad (2)$$

де всі вирази, за винятком  $R_{n \text{ пов. в}}$  означають те саме, що і в рівнянні (1) стосовно підземного іонного стоку;  $R_{n \text{ пов. в}}$  – складова підземного іонного стоку, що формується за рахунок розчинення солей, які утворюються в ґрунтах при біохімічних процесах, і вилуговування порід зони аерації.

Через оцінку генетичних складових іонного стоку можна перейти до оцінки генетичних складових середньозавислої мінералізації різних типів вод за необхідний період часу і середньозавислої концентрації окремих іонів. Речовини різного генезису, які розчинені в атмосферних водах і випадають на поверхню землі, в основному витрачаються на формування прямої атмосферної складової іонного стоку, формування іонного стоку розсолення (непрямої атмосферної складової), постійне засолення ґрунтів і порід зони аерації за рахунок речовин, що утворюються при випаровуванні опадів і не потрапляють в води суші. Солі, що формують постійне засолення порід і ґрунтів, є джерелом аерозолів, які утворюються в результаті солової ерозії ґрунтів і порід.

*Загальна схема гідрохімічного балансу верхньої частини зони активного водообміну*, згідно цієї моделі, виглядає наступним чином:

$$A + B \pm x = R_i + Z + P \quad (3)$$

де  $\pm x$  – можливі невраховані складові, інші позначення в тексті нижче.

**Прибуткова частина.** Розчинення аерозолів різного генезису ( $A$ ) включає в себе розчинення речовин, які формуються внаслідок:

- 1). солової еrozії солей, що утворюються в ґрунтах і породах зони аерації при випаровуванні атмосферних опадів ( $A_3$ );
- 2). еолової еrozії ґрунтів і порід зони аерації ( $A_{nop}$ );
- 3). надходження з водної поверхні океану під дією вітру ( $A_o$ );
- 4). континентального походження, принесення із суміжних територій ( $A_{суміжн. конт.}$ );
- 5). надходження з промисловими й побутовими відходами.

Друга складова прибуткової частини загального гідрохімічного балансу ( $B$ ) складається з вилуговування порід і мінералів ( $B_{nop}$ ) і надходження мінеральних речовин в результаті господарської діяльності ( $B_{антр.}$ ).

**Витратна частина.** Першу складову витратної частини гідрохімічного балансу складають такі елементи: поверхнево-схиловий стік мінеральних речовин, які надходять в постійні і тимчасові водотоки за рахунок первинної мінералізації атмосферних опадів, що формують поверхнево-схиловий стік (пряма атмосферна складова поверхнево-схилового хімічного стоку) —  $R_{n \text{ пов. атм}}$ ; поверхнево-схиловий стік мінеральних речовин, які утворюються внаслідок розчинення солей, що осідають в ґрунтах і породах зони аерації при випаровуванні атмосферних опадів (поверхнево-схиловий хімічний стік розсолення або непряма атмосферна складова поверхнево-схилового стоку) —  $R_{n \text{ пов. розс}}$ ; поверхнево-схиловий стік мінеральних речовин, які формуються за рахунок вивітрювання ґрунтів, порід і мінералів і розчинення солей, що утворюються в ґрунтах при біохімічних процесах (поверхнево-схиловий стік вилуговування) —  $R_{n \text{ пов. в}}$ ; поверхнево-схиловий стік мінеральних

речовин, які надходять у водотоки і на водозбірні площа внаслідок господарської діяльності (антропогенна хімічна складова поверхнево-схилового стоку) —  $R_{\text{пов.антр.}}$ ; підземний стік мінеральних речовин, які надходять в підземні води внаслідок первинної мінералізації атмосферних опадів, що формують підземний стік (пряма атмосферна складова підземного хімічного стоку) —  $R_{\text{під.атм}}$ ; підземний стік мінеральних речовин, які утворюються внаслідок розчинення солей, що осідають в ґрунтах і породах зони аерації при випаровуванні атмосферних опадів (підземний хімічний стік розсолення або непряма атмосферна складова підземного хімічного стоку)  $R_{\text{під.розс}}$ ; підземний стік мінеральних речовин, які утворюються внаслідок вивітрювання порід і мінералів і розчинення давніх осадових солей морського походження (підземний хімічний стік вилуговування) —  $R_{\text{під.в}}$ , підземний стік мінеральних речовин, які надходять в підземні води внаслідок розчинення солей, що утворюються в ґрунтах при біохімічних процесах і вилуговуванні порід зони аерації (солі надходять в підземні води при інфільтрації поверхневих) —  $\Delta R_{\text{пов.в}}$ ; підземний стік мінеральних речовин, які надходять в підземні води внаслідок господарської діяльності (антропогенна хімічна складова підземного стоку) —  $R_{\text{під.антр.}}$ .

Друга складова витратної частини в загальній схемі гідрохімічного балансу ( $3 + \Pi$ ) має такі елементи:  $3$  — постійне засолення ґрунтів і порід зони аерації внаслідок випаровування атмосферних опадів, що витрачаються на формування аерозолів; втрати солей з природних вод, в яких формується шуканий гідрохімічний баланс різними шляхами, що не піддаються кількісній оцінці: винесення в глибокі водоносні горизонти, споживання ґрунтово-рослинним покривом, еолове винесення тощо ( $\Pi$ ).

Виходячи з вищеведених міркувань, рівняння (3) можна записати у вигляді **загального рівняння гідрохімічного балансу** верхньої частини зони гіпергенезу:

$$A_3 + (A_{\text{nop}} + A_o + A_{\text{суміжн. конт.}} + A_{\text{антр.}}) + (B_{\text{nop}} + B_{\text{антр.}} \pm x) = R_{\text{нов.атм}} + (R_{\text{нов.розс}} + R_{\text{нов.в}} + R_{\text{нов.антр.}}) + R_{\text{під.атм}} + (R_{\text{під.розс}} + R_{\text{під.в}} + \Delta R_{\text{нов.в}} + R_{\text{під.антр.}}) + (3 + \Pi) \quad (4)$$

Вирази, взяті в дужки, і окремі члени рівняння є складовими гідрохімічного балансу, які беруться за основу при його розрахунку. Визначивши ці складові і, проаналізувавши їх зміст, можна приступати до регіональної оцінки взаємозв'язку хімічного складу атмосферних, поверхневих і підземних вод.

**Узагальнене розрахункове рівняння хімічного балансу атмосферних, поверхневих і підземних вод зони активного водообміну** має такий вигляд:

$$A + B \pm x = R_{\text{нов.атм}} + R_{\text{нов.в}} + R_{\text{під.атм}} + R_{\text{під.в}} + (3 + \Pi) \quad (5)$$

де  $A$ ,  $B$ ,  $3$ ,  $\Pi$ ,  $x$  позначають ті ж самі складові, що і в рівнянні (3);  $R_{\text{нов.атм}}$ ,  $R_{\text{під.атм}}$  — ті ж самі складові, що і в рівнянні (3);  $R_{\text{нов.в}}$  — поверхнево-схиловий стік розчинених мінеральних речовин, що утворюються за рахунок вилуговування ґрунтів, порід і мінералів, розчинення частини солей, що формуються при випаровуванні атмосферних опадів і господарської діяльності, дорівнює  $R_{\text{нов.в}} + R_{\text{нов.розс}} + R_{\text{нов.антр.}}$ ;  $R_{\text{під.в}}$  — підземний стік розчинених мінеральних речовин, що утворюються внаслідок вилуговування порід і мінералів, розчинення частини солей, які формуються при випаровуванні атмосферних опадів і господарської діяльності, дорівнює  $R_{\text{під.в}} + R_{\text{під.розс}} + R_{\text{під.антр.}}$ . Для подальших розрахунків сумарне винесення мінеральних речовин, що утворюються внаслідок вилуговування, розчинення і господарської діяльності, позначимо:  $R_v = R_{\text{під.в}} + R_{\text{нов.в}}$ ; сумарну пряму атмосферну складову винесення мінеральних речовин з водним стоком позначимо:  $R_{i.атм} = R_{\text{нов.атм}} + R_{\text{під.атм}}$ .

В розрахунку узагальненого гідрохімічного балансу у відповідності з рівнянням (5) окрім для поверхневих і підземних вод неможливо виділити непряму атмосферну складову іонного стоку ( $R_{i.розс}$ ), антропогенну складову ( $R_{i.антр.}$ ) і іонний стік вилуговування ( $R_{i.e}$ ). Орієнтовні розрахунки цих складових дозволяють скоригувати гідрохімічний баланс з їх

урахуванням. Але, на відміну від загального гідрохімічного балансу, де враховується окрім поверхнево-схиловий і підземний іонний стік, в скоригованому балансі, в витратній його частині якісно нові складові ( $R_{i \text{ роз}}$ ,  $R_{i \text{ amp}}$ ,  $R_{i \text{ в}}$ ) удасться розрахувати лише щодо сумарного стоку розчинених мінеральних речовин.

Рівняння скоригованого гідрохімічного балансу має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} A_3 + A_{\text{нор}} + A_{\text{антр.}} + A_o + A_{\text{суміжн. конт}} + B_{\text{нор}} + B_{\text{антр.}} = \\ = R_{i \text{ атм}} + R_{i \text{ роз}} + 3 + R_{i \text{ в}} + R_{i \text{ антр}} \end{aligned} \quad (6)$$

де прибуткові складові балансу ті ж самі, що і в рівнянні (4);  $R_{i \text{ атм}}$  – пряма атмосферна складова сумарного іонного стоку;  $R_{i \text{ роз}}$  – непряма атмосферна складова сумарного іонного стоку; 3 – постійне засолення ґрунтів і порід зони аерації внаслідок випаровування атмосферних опадів;  $R_{i \text{ в}}$  – сумарний іонний стік унаслідок вилуговування порід;  $R_{i \text{ антр}}$  – антропогенна складова сумарного іонного стоку.

Прийнявши що

$$A_{\text{нор}} + A_{\text{антр.}} + A_o + A_{\text{суміжн. конт}} = A_e \quad (\text{розчинення аерозолів різного генезису});$$

орієнтовно  $A_e = A_{\text{суміжн. конт}}$ , тому що роль  $A_{\text{нор}}$ ,  $A_{\text{антр.}}$ ,  $A_o$  порівняно невелика;

$$B_{\text{нор}} + B_{\text{антр.}} = B;$$

$$A_3 = 3;$$

$$B_{\text{нор}} = R_{i \text{ в}};$$

$$B_{\text{антр.}} = R_{i \text{ антр}}$$

рівняння гідрохімічного балансу можна записати у такому вигляді:

$$A_3 + A_e + B \pm x = 3 + R_{i \text{ в}} + R_{i \text{ атм}} + R_{i \text{ роз}} + R_{i \text{ антр}} \quad (7)$$

## 2. Камерна модель гідрохімічного балансу

Найчастіше для побудови гідрохімічного балансу водойми використовують багатокамерну модель розчинення речовин. Для цього водний об'єкт умовно розбивають на  $n$  камер і вводять для кожної  $i$ -ої камери ( $i = 1, 2, 3 \dots n$ ) такі параметри:

- 1)  $q^i, c^{ij}$  – загальна витрата або потік води з  $i$ -ої камери в  $i+1$ -у камеру й концентрація  $j$  речовини (солей, нафтопродуктів, важких металів, дегтергентів) в  $i$ -ій камері;
- 2)  $q^{i-1}, c^{ij}$  – потік (витрата) води з  $(i-1)$ -ї в  $i$ -у камеру й концентрація в  $(i-1)$ -й камері  $j$ -ї речовини;
- 3)  $Q_k^i, C_k^{i,j}$  – потік (витратй) води з  $k$ -ї притоки (каналу) в  $i$ -у камеру і концентрація в ній  $j$ -ї речовини,  $k = 1, 2, 3, \dots, n_i$ ;
- 4)  $Q_\phi^i, C_\phi^{i,j}$  – фільтраційна витрата підземних воду і концентрація в них  $j$ -ї речовини (солей) в межах  $i$ -ї камери;
- 5)  $Q_{on}^i, C_{on}^{i,j}$  – кількість (потік) опадів, що випадають на водне дзеркало  $i$ -ї камери (ділянки) і концентрація в них  $j$ -ї речовини;
- 6)  $Q_{\text{бв}}^i$  – величина (витрата) безповоротного водоспоживання в межах  $i$ -ї камери;
- 7)  $Q_{\text{вип}}^i$  – величина (потік) випаровування з поверхні водного дзеркала  $i$ -ї камери;
- 8)  $M_{\text{дн.}}^{i,j} (C_{\text{дн.}}^{i,j}, C_{\text{дн.}}^{i,j}, \tau)$  – кількість (потік)  $j$ -ї речовини, що надходить в  $i$ -у камеру з донних відкладів, в яких міститься дана речовина ( $C$  – концентрація забруднюючої речовини в воді,  $C_{\text{дн.}}$  – в донних відкладах);
- 9)  $a^{i,j}, \lambda^{i,j}$  – стала (константа) швидкості седиментації і стала (коєфіцієнт) хімічного,

біологічного або радіоактивного розпаду;

10)  $W^i(\tau)$ ,  $W_0^i$  – об'єм  $i$ -ї камери (водної товщі  $i$ -ї ділянки водойми) в момент часу  $\tau$  і в початковий момент  $\tau = \tau_0$ ;

11)  $F^{i,j}(C_{\phi}^{i,j}, C_{on}^{i,j}, \tau)$  – величина (функція), що враховує масообмін  $j$ -ї речовини з водним середовищем та гідробіонтами  $i$ -ї камери ( $C$  – концентрація у воді,  $C_{\phi}$  – в гідробіонтах);

12)  $\tau$  – час у добах (або в місяцях, сезонах).

Відповідно до законів збереження маси  $j$ -ї речовини та враховуючи закони кінетики перетворення (трансформації)  $j$ -ї речовини рівняння зміни потоку речовини можна записати в наступному вигляді:

$$\frac{dM^{ij}}{d\tau} = q^{i-1}C^{i-1,j} + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i C_k^{i,j} + q_{\phi}^i C_{\phi}^{i,j} + q_{on}^i C_{on}^{i,j} + M_{on}^{i,j}(C^{i,j}, C_{on}^{i,j}, \tau) - (q^i + q_{\phi}^i)C^{i,j} - (a^{i,j}\lambda^{i,j})W^i C^{i,j} - F^{i,j}(C^{i,j}, C_{\phi}^{i,j}, \tau) \quad (8)$$

де  $i = 1 \dots n$ , а масу  $j$ -ї речовини можна записати через об'єм води і концентрацію в ній цієї речовини:

$$M^{i,j}(\tau) = C^{i,j}(\tau)W^i(\tau) = C^{i,j}(\tau) \left[ W_0 + (q^{i-1} + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i + q_{\phi}^i + q_{on}^i - q^i - q_{\phi}^i - q_{un}^i)\tau \right] \quad (9)$$

Враховуючи залежність (9), рівняння (8) можна записати відносно невідомої концентрації  $C^{i,j}$  речовини, що забруднює воду  $i$ -го водного об'єкта:

$$\frac{dC^{i,j}}{d\tau} = \frac{1}{W^i} [q^{i-1}C^{i-1,j} + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i C_k^{i,j} + q_{\phi}^i C_{\phi}^{i,j} + q_{on}^i C_{on}^{i,j} + M_{on}^{i,j}(C^{i,j}, C_{on}^{i,j}, \tau) - (q^i + q_{\phi}^i \frac{dW^i}{d\tau})C^{i,j} - (a^{i,j}\lambda^{i,j})C^{i,j} - F^{i,j}(C^{i,j}, C_{\phi}^{i,j}, \tau)] \quad (10)$$

До рівняння (10) додамо рівняння водного балансу відносно  $i$ -ї камери:

$$\frac{dW^i}{d\tau} = q^{i-1} + q_{\phi}^i + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i + q_{on}^i - q^i - q_{\phi}^i - q_{un}^i \quad (11)$$

Проінтегрувавши (11) при стадіях величинах  $q^{i-1}$ ,  $q^i$ ,  $q_{\phi}^i$ ,  $q_k^i$ ,  $q_{on}^i$ ,  $q_{\phi}^i$ ,  $q_{un}^i$  отримаємо наступне рівняння водного балансу:

$$W^i = W_0^i + (q^{i-1} + q_{\phi}^i + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i + q_{on}^i - q^i - q_{\phi}^i - q_{un}^i)\tau \quad (12)$$

Якщо величини  $C^{i-1,j}$ ,  $C_{\phi}^{i,j}$ ,  $C_k^{i,j}$ ,  $C_{on}^{i,j}$  – також стадії або частково стадії, а  $M_{on}^{i,j} = F^{i,j} = a^{i,j} = \lambda^{i,j} = 0$ , то після інтегрування рівняння (10) одержимо наступну формулу для визначення концентрації  $C^{i,j}$  забруднюючої речовини:

$$C_{i,j}(\tau) = C_{i,j}^* + (C_0^{i,j} + C_{i,j}^*) \left[ \frac{W_0^i}{W^i(\tau)} \right] \cdot \frac{q^{i-1} + q_{\phi}^i + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i + q_{on}^i - q_{un}^i}{q^{i-1} + q_{\phi}^i + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i + q_{on}^i - q^i - q_{\phi}^i - q_{un}^i} \quad (13)$$

де  $C_{i,j}^*$  – рівноважна величина концентрації, яка визначається наступною залежністю:

$$C_{i,j}^* = \frac{q^{i-1} C^{i-1,j} + q_\phi^i C_\phi^{i,j} + \sum_{i=1}^{n_i} q_k^i C_k^{i,j} + q_{on}^i C_{on}^{i,j} + M_{\delta H}^{i,j}}{q^{i-1} + q_\phi^i + \sum_{i=1}^{n_i} q_k^i + q_{on}^i} \quad (14)$$

Введемо заміну:  $\beta = a^{i,j} + \lambda^j$ . Якщо рівень води в  $i$ -їй камері (річці, водосховищі або озері) не міняється або міняється настільки мало, що цією зміною можна знехтувати, то формула визначення концентрації забруднень стає зовсім простою і записується для неконсервативної речовини ( $a^{i,j} \neq 0, \lambda^{i,j} \neq 0$ ) при  $F^{i,j}(C^{i,j}, C_{\delta H}^{i,j}, \tau) = 0$  в такому вигляді:

$$C^{i,j}(\tau) = C_\beta^* + (C^{i,j} - C_\beta^*) \exp\left(-\frac{1 + \beta^{i,j} \tau_0^i}{\tau_0^i} \tau\right) \quad (15)$$

де:

$$C_\beta^* = \frac{q^{i-1} C^{i-1,j} + q_\phi^i C_\phi^{i,j} + \sum_{i=1}^{n_i} q_k^i C_k^{i,j} + q_{on}^i C_{on}^{i,j} + M_{\delta H}^{i,j}}{\left(1 + \beta^{i,j} \tau_0^i\right) \left(q^{i-1} + q_\phi^i + \sum_{i=1}^{n_i} q_k^i + q_{on}^i - q_{eun}^i\right)} \quad (16)$$

а:

$$\tau_0^i = \frac{W_0^i}{q^{i-1} + q_\phi^i + \sum_{i=1}^{n_i} q_k^i + q_{on}^i - q_{eun}^i} \quad (17)$$

Три останніх формулі мають практичне застосування, їх використовують для розрахунку концентрації речовин, що забруднюють водні об'єкти протягом такого відрізка часу, коли початкові значення витрат води, концентрацій та інших допоміжних величин можна вважати сталими.

### 3. Методика розрахунку параметрів камерної моделі

Розглянемо методику розрахунку параметрів камерної моделі на конкретному прикладі. Нехай у басейн водойми-приймача стічних вод, що має об'єм  $W_0 = Q$  ( $m^3$ ), надходять стоки з витратою  $q_1$  ( $m^3/\text{год}$ ) і концентрацією в них солей  $C_1$  ( $g/l$ ). Необхідно визначити динаміку концентрації  $C_\delta(\tau)$  солей в басейні, якщо рівень води в ньому не змінюється ( $q_1 = q_2$ ), а початкова концентрація солей у басейні була  $C_0$ .

Враховуючи введені позначення, формула для визначення концентрації (15) запишеться у вигляді:

$$C_\delta(\tau) = C_1 + (C_0 - C_1) \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_0}\right) \quad (18)$$

де:

$$\tau_0 = \frac{Q_0}{q_1} \quad (19)$$

Даними формулами зручніше користуватись, якщо виразити концентрації через безрозмірні величини:

$$\bar{C}_\delta(\tau) = \bar{C}_1 + (1 - \bar{C}_1) \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_0}\right) \quad (20)$$

де  $\bar{C}_\delta = \frac{C_\delta}{C_0}$  – безрозмірна (зведенна) величина, що визначає концентрацію солей в

басейні і в стічних водах через початкову концентрацію  $C_0$ ;  $\tau_0$  – час повного обновлення води в басейні, що характеризує водообмін при відсутності переміщення води в басейні,

визначається за (19);  $\bar{C}_1 = \frac{C_1}{C_0} = K$  – коефіцієнт розбавлення або змішування стічних вод.

Далі будується графік зміни концентрації солей у басейні стічних вод при  $K > 1$ .

Даний графік матиме асимптоту  $\bar{C}_\delta = \bar{C}_1 = K$ . Значення  $\bar{C}_\delta$  розраховується для наступних  $t$ :  $0, \tau_0/2, \tau_0, 3\tau_0/2, 2\tau_0, 5\tau_0/2, 3\tau_0, 7\tau_0/2, 4\tau_0, 9\tau_0/2, 5\tau_0$ . Іншим варіантом застосування цієї моделі є задача про розбавлення стоків, що містяться в басейні стічних вод. В цьому випадку графік зміни концентрації забруднень будується так само; але при розрахунках параметр  $K$  буде меншим від одиниці ( $0 < K < 1$ ). Якщо відомі початкові умови: об'єм  $Q_0$ , концентрація  $C_0$ , концентрація забруднень  $C_1$  в стічних водах та їх швидкість надходження до басейну  $q_1$ , то за допомогою побудованих графіків можна визначити значення концентрації  $C_\delta$  забруднень у басейні в будь-який момент часу  $\tau$ , а також час, протягом якого концентрація забруднень в басейні досягне заданого значення, наприклад, гранично допустимої концентрації (ГДК)  $C_{ГДК}$ . Після досягнення такої концентрації необхідно подачу стічних вод припинити й відновити її тільки після певного відрізка часу, протягом якого в басейні внаслідок самоочищення концентрація забруднень знизиться до величини  $C_0$ .

### Практичні завдання:

#### 1. За даними таблиці 1 побудувати графік динаміки концентрації забруднюючої речовини в басейні стічних вод

Вихідні умови для виконання завдання наступні: із міських комунальних очисних споруд здійснюється скид стічних вод, які містять цинк. В таблиці 1 наведено необхідні для розрахунків дані по варіантах: об'єм басейну-приймача стічних вод  $Q_0$  ( $m^3$ ), швидкість надходження стоків (витрата)  $q_1$  ( $m^3/\text{год}$ ), концентрація цинку в них  $C_1$  ( $mg/l$ ), концентрація цинку у водоймі-приймачі стоків  $C_0$  ( $mg/l$ ), гранично-допустима концентрація (рибогосподарська)  $C_{ГДК}$  ( $mg/l$ ). Причому в останніх трьох стовпцях таблиці задано 3 варіанти швидкості надходження стоків. Ясно, що в залежності від швидкості надходження стоків змінюватиметься і концентрація забруднюючих речовин у водоймі.

Методика розрахунку зміни концентрації за багатокамерною моделлю гідрохімічного балансу детально описана в пункті 3 теоретичних положень даної практичної роботи.

Розрахунок концентрації забруднюючих речовин доцільно проводити за формулою (18). За результатами розрахунку потрібно заповнити таблицю 2. Зверніть увагу, що в таблиці 2 час має бути наведений не в частках  $\tau_0$ , а в годинах.

Графік, для зручності, будується на міліметровому папері. Масштаб графіка виберіть довільно. На графіку також повинна бути нанесена асимптота  $\bar{C}_\delta = K$ .

**Таблиця 1.** Вихідні дані для розрахунку

Варіанти	$Q_0, \text{м}^3$	$C_0, \text{мг/л}$	$C_1, \text{мг/л}$	$C_{ГДК}, \text{мг/л}$	$qI, \text{м}^3/\text{год}$		
					I	II	III
1	2446	0.00168	0.00539	0,01	1182	594	271
2	3657	0.00143	0.00394	0,01	1652	1198	321
3	6826	0.00137	0.01224	0,01	1637	1095	403
4	4639	0.00161	0.00256	0,01	1665	1320	502
5	1631	0.00335	0.00847	0,01	2204	849	567
6	3276	0.00241	0.00502	0,01	1704	910	460
7	3586	0.00385	0.00498	0,01	2333	866	569
8	5781	0.00379	0.00128	0,01	1764	764	337
9	3406	0.00129	0.00377	0,01	1687	741	555
10	4009	0.00306	0.00418	0,01	1418	954	405
11	5852	0.00371	0.00609	0,01	2709	881	560
12	3329	0.00111	0.00256	0,01	2037	771	741
13	5824	0.00258	0.00506	0,01	2512	801	525
14	8559	0.00163	0.00339	0,01	1982	1644	501
15	7328	0.00323	0.00341	0,01	1666	715	462
16	5519	0.00321	0.00425	0,01	1148	900	474
17	6010	0.00236	0.00626	0,01	1979	1343	380
18	2383	0.00184	0.01051	0,01	2817	872	314
19	8515	0.00130	0.00841	0,01	1028	875	546
20	4304	0.00267	0.01021	0,01	1881	627	429
21	589	0.00256	0.00079	0,01	2471	904	494
22	4565	0.00360	0.00169	0,01	1568	981	422
23	7321	0.00369	0.00485	0,01	2368	897	496
24	7153	0.00323	0.00154	0,01	2467	1053	415
25	3392	0.00242	0.00573	0,01	1856	1101	386
26	5138	0.00325	0.00161	0,01	2393	1019	580
27	3065	0.00171	0.00651	0,01	1011	1308	634
28	7219	0.00157	0.01438	0,01	1959	1065	461
29	3700	0.00261	0.00145	0,01	2382	889	582
30	2292	0.00109	0.00018	0,01	1103	952	414

**Таблиця 2.** Результати розрахунку динаміки концентрацій

$q_I(I)$	$\tau$	0	$\tau_0/2$	$\tau_0$	$3\tau_0/2$	$2\tau_0$	$5\tau_0/2$	$3\tau_0$	$7\tau_0/2$	$4\tau_0$	$9\tau_0/2$	$5\tau_0$
	$\bar{C}_\delta$											
$q_I(II)$	$\tau$	0	$\tau_0/2$	$\tau_0$	$3\tau_0/2$	$2\tau_0$	$5\tau_0/2$	$3\tau_0$	$7\tau_0/2$	$4\tau_0$	$9\tau_0/2$	$5\tau_0$
	$\bar{C}_\delta$											
$q_I(III)$	$\tau$	0	$\tau_0/2$	$\tau_0$	$3\tau_0/2$	$2\tau_0$	$5\tau_0/2$	$3\tau_0$	$7\tau_0/2$	$4\tau_0$	$9\tau_0/2$	$5\tau_0$
	$\bar{C}_\delta$											

Розрахункові та графічні процедури розробки моделі зручно провести з використанням табличного процесора *MS Excel*. Після виконання завдання, графік потрібно проаналізувати, давши відповіді на запитання:

- як змінюється концентрація цинку у водоймі з плином часу;
- як на цей процес впливає швидкість скидання стоків;
- чи має місце перевищення  $C_{ГДК}$  у стоках;
- а у водоймі в цілому ( враховуючи фонову концентрацію).

#### Контрольні запитання:

1. Поняття про гідрохімічний баланс
2. Генетичні складові надходження розчинених у природних водах речовин

3. Генетичні складові підземного іонного стоку
4. Загальна схема гідрохімічного балансу верхньої частини зони активного водообміну
5. Загальне рівняння гідрохімічного балансу
6. Основні складові камерної моделі гідрохімічного балансу
7. Рівняння водного балансу за сталих величин швидкості надходження стоків
8. Формула визначення концентрації для неконсервативної речовини за сталого рівня води в водоймі-приймачі стоків
9. Методика прикладних розрахунків параметрів камерної моделі зміни концентрації забруднюючих речовин

### **Теми рефератів:**

Інші приклади застосування камерних моделей в моделюванні й прогнозуванні стану довкілля

### **Рекомендована література:**

13. Блатнер Патрик Использование Microsoft Excel 2000. Специальное издание.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2002. – 864 с.
14. Боровиков В.П., Боровиков И.П. Статистический анализ и обработка данных в среде Windows. – М.: Филинъ, 1997. – 320 с.
15. Боровиков В.П., Ивченко Г.И. Прогнозирование в системе Statistica в среде Windows. – М.: Изд-во “Финансы и статистика”, 2000. – 204 с.
16. В.П. Дьяконов, И.В. Абраменкова MathCAD в математике, физике и в Internet. – М.: Нолидж, 1998. – 352 с.
17. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
18. Герасимов И.П. Географический прогноз: теория, методы, региональный аспект. – М.: Наука, 1986. – 96 с.
19. Голиков А.П., Черванёв И.Г., Трофимов А.М. Математические методы в географии. – Харьков: Вища школа, 1986. – 144 с.
20. Горєв Л.М. Основи моделювання в гідроекології. Підручник. – К.: Либідь, 1996. – 336 с.
21. Жуков В.Т., Сербенюк С.Н., Тикунов В.С. Математико-картографическое моделирование в географии. – М.: Мысль, 1980. – 224 с.
22. Ковальчук П.І. Моделювання і прогнозування стану навколошнього середовища: Навчальний посібник. – К.: Либідь, 2003. – 208 с.
23. Комп’ютерні методи в сільському господарстві та біології / О.М. Царенко, Ю.А. Злобін, В.Г. Склір та ін. – Суми: Видавництво “Університетська книга”, 2000. – 203 с.
24. Лаврик В.І. Методи математичного моделювання в екології. – К.: Фітосоціоцентр, 1998. – 132 с.
25. Лаврик В.І. Методи математичного моделювання в екології: Навчальний посібник. – К.: Видавничий дім “КМ Академія”, 2002. – 203 с.
26. М. Херхагер, Х. Партолль MathCAD 2000: Полное руководство: Пер. с нем. – К.: Издательская группа BHV, 2000. – 416 с.
27. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. – М.: Наука, 1982 . – 320 с.
28. Математические методы в географии. Учебное пособие / Ю.Р. Архипов, Н.И. Блажко, С.В. Григорьев и др. – Казань: Изд. Казанского унив., 1976. – 352 с.
29. Математические модели глобального развития / Под ред. В.А. Егорова. – Ленинград: Гидрометеоиздат, 1980. – 192 с.
30. Модели в географии / Под ред. Р.Дж. Чорли, П.Хаггета. – М.: Прогрес, 1971. – 383 с.
31. Модели и методы оценки антропогенных изменений геосистем / Е.В. Данилина, А.К. Румянцев, А.В. Панарин и др. – Новосибирск: Наука, 1986. – 152 с.

**Розрахунки та графічні побудови:**

**Таблиця 1.** Результати розрахунку динаміки концентрацій

$q_l(I)$	$\tau$											
	$\bar{C}_\delta$											
$q_l(II)$	$\tau$											
	$\bar{C}_\delta$											
$q_l(III)$	$\tau$											
	$\bar{C}_\delta$											

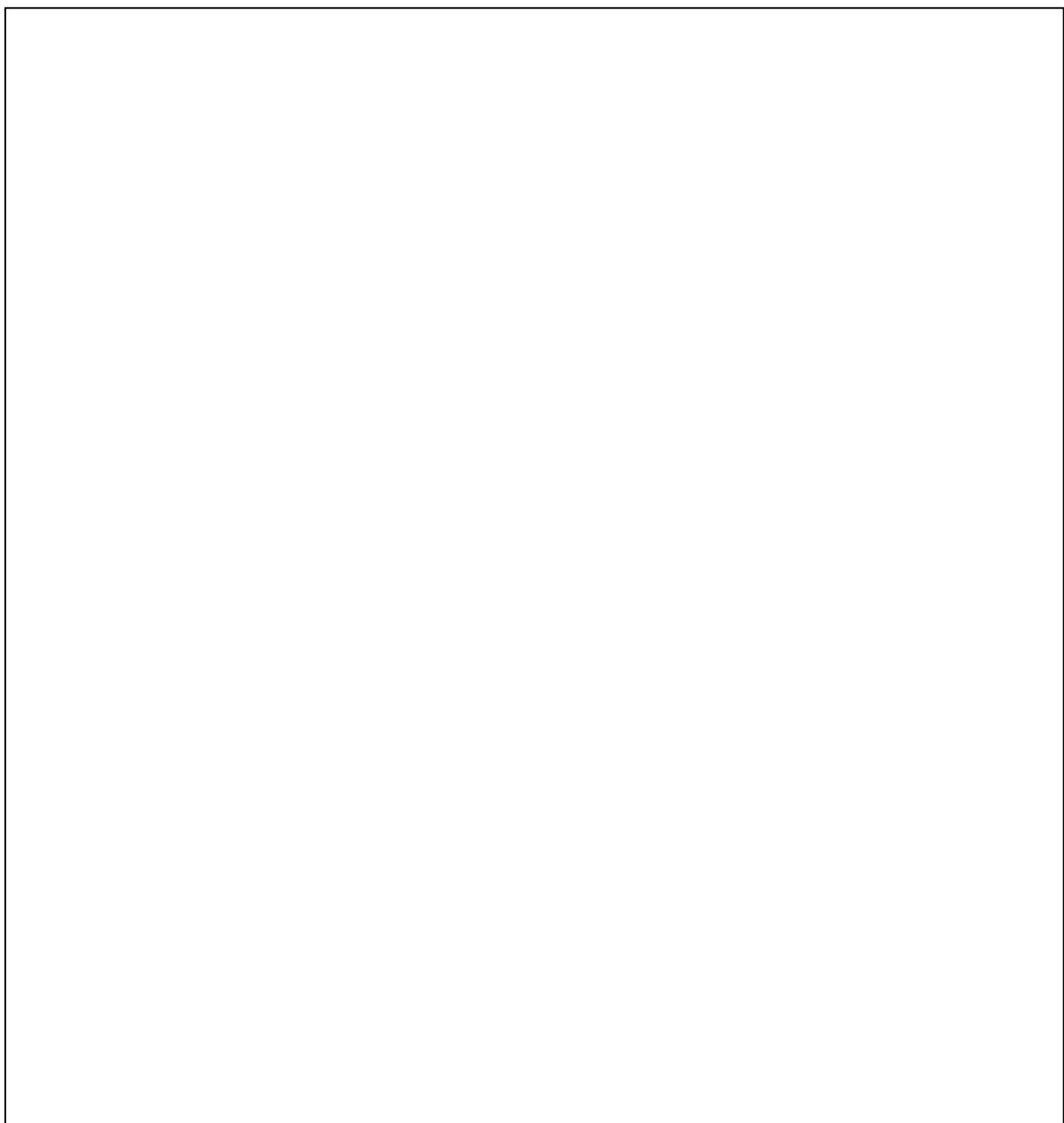


Рис. 1. Графік динаміки концентрації забруднюючої речовини в басейні стічних вод

## Аналіз

### Практична робота №3

#### Моделювання розсіювання забруднень в атмосфері

Мета заняття: сформулювати поняття про особливості міграції та розсіювання забруднюючих речовин в атмосфері, навчитись будувати модель розсіювання, оцінювати масштаби забруднення та його наслідки, визначати гранично-допустимі викиди

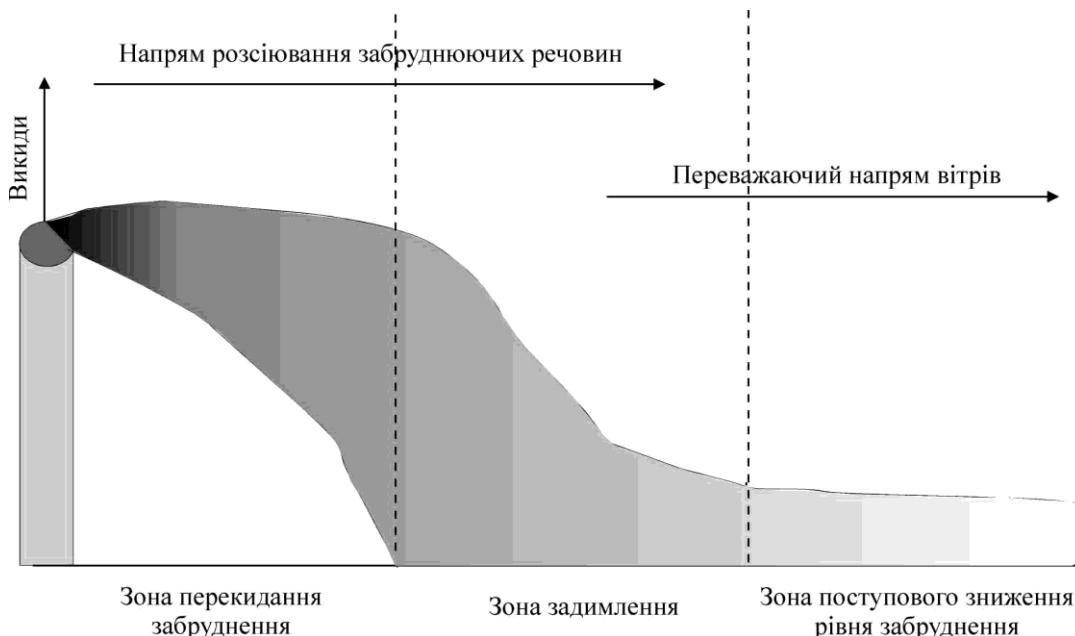
Зміст заняття:

1. Загальне поняття про розсіювання забруднюючих речовин в атмосфері
2. Методика розрахунку концентрацій забруднюючих речовин в атмосферному повітрі

#### Теоретичні положення:

##### 1. Загальне поняття про розсіювання забруднюючих речовин в атмосфері

Забруднюючі речовини, що потрапляють в атмосферу у складі викидів промислових підприємств, котелень, теплових електростанцій, пересувних джерел, не залишаються на місці викиду, а моментально включаються до кругообігу речовин і енергії у природі, починають мігрувати та розсіюватись. Під **розсіюванням** забруднюючих речовин розуміється зниження їх концентрації із віддаленням від джерела викидів. Інтенсивність розсіювання визначається **градієнтом**, тобто зміною концентрації забруднюючої речовини на одиницю відстані. Розсіювання забруднюючих речовин в атмосфері відбувається відповідно до законів турбулентної дифузії. Оскільки атмосфера є дуже складною, саморегулівною (здатною до самоочистки) та незамкнutoю (взаємодіє з гідросфорою, біосфорою, літосфорою) системою, то на цей процес впливає дуже багато факторів. Але, як свідчить глибокий аналіз основних моделей міграції забруднюючих речовин (В.В. Сисуєв, 1986; Г.І. Марчук, 1975, 1982) найбільш істотно впливають стан атмосфери, фізичні й хімічні властивості речовин, що викидаються, висота діаметр джерела викидів, розташування джерел, рельєф місцевості. В просторовому розподілі концентрації забруднюючих речовин в атмосферному повітрі з віддаленням від джерела викидів можна виділити декілька зон: зона перекидання забруднення, зона задимлення, зона поступового зменшення рівня забруднення.



**Рис. 1. Розподіл концентрації забруднюючих речовин із віддаленням від джерела викидів**

Зона перекидання забруднення охоплює територію, яка знаходиться ніби в “вітровій тіні” труби джерела викидів. Дим, пара або гази, що виходять із труби, вже мають на виході певну кінетичну енергію, підхоплюються повітряними потоками, які на певній висоті над землею характеризуються вищої швидкістю, ніж біля її поверхні. А тому викиди не осідають на деякі території, що безпосередньо прилягають до джерела викидів, або як пишуть в спеціальній літературі “факелу” викидів.

Далі простягається зона задимлення. Концентрації забруднюючих речовин тут найвищі, а самі забруднюючі речовини більш чи менш інтенсивно осідають у межах цієї зони на ґрунт, рослини, водні об’єкти. Тому при проектуванні будівництва та реконструкції промислових підприємств джерело викидів розміщують на території підприємства таким чином, аби вже існуючі населені пункти і райони на опинились в зоні задимлення цього підприємства. Аналогічно при плануванні та зонуванні населених пунктів та районів враховують екологічний фактор і не розміщують їх у межах зон задимлення. Розміри зони задимлення в залежності від метеорологічних умов можуть варіювати в межах 10-50 висот димаря.

Остання зона характеризується зменшення рівня забруднення і розміри її у десятки-сотні разів перевищують попередню зону. Зону зменшення забруднення можна далі диференціювати за рівнем забруднення, зіставляючи останній з величинами ГДК забруднюючих речовин.

Часточки, які розсіюються, можна умовно поділити на крупні та дрібні. Крупні часточки уловлюються пило- і газоочисними апаратами більш ефективно, ніж дрібні. Крім того, вони ще й швидше осідають під дією сили земного тяжіння. А тому у викидах, що пройшли очистку, залишаються тільки дрібні частки (діаметром менш 10 мкм), що мають незначну швидкість осадження. Їхнє розсіювання в атмосфері розраховують так само, як і розсіювання газоподібних домішок.

Окрім того, на розсіювання домішок в атмосфері дуже сильно впливають метеорологічні умови: режим віtru і температури (температурна стратифікація), опади, тумани, сонячна радіація, абсолютна й відносна вологість повітря.

Вітер може впливати на процес розсіювання домішок по різному. Специфіка такого впливу залежить від особливостей джерела й характеристики самих викидів. Якщо гази, що виходять із труби, прогріті до температури вищої, ніж оточуюче повітря, то вони мають початкову висоту підйому. У зв’язку з цим поблизу джерела створюється поле вертикальних швидкостей, що сприяє підйому факела й перенесенню домішок нагору. Цей підйом обумовлює зменшення концентрації домішок поблизу земної поверхні. З висотою швидкість підйому відносно теплого повітря зменшується, а значить зменшується і концентрація забруднюючих речовин. Зменшенню концентрацію сприяють також і дуже сильні вітри – за рахунок швидкого переносу домішок у горизонтальному напрямку. У результаті найбільші концентрації домішок у приземному шарі формуються при деякій швидкості віtru, для позначення якої у спеціальній літературі вживався термін *“небезпечна”*.

При низьких або холодних (відносно оточуючого повітря) джерелах викидів підвищений рівень забруднення повітря спостерігається при слабких вітрах ( $w = 0-1 \text{ м/с}$ ) унаслідок зосередження домішок у приземному шарі. Найбільший рівень забруднення, як видно з рис. 1 характерний для територій, які знаходяться на шляху поширення забруднення, тобто простягаються в напрямку переважаючих вітрів.

Температура повітря, як правило, знижується з висотою, нагріті струмені повітря піднімаються вгору (конвекція), а замість них опускаються холодні. Такі умови називаються **конвективними**. Якщо вертикальний градієнт температури від’ємний (температура зростає з висотою), то потік повітря, зазнаючи вертикального підйому, охолоджується до температури оточуючого повітря і його висхідний рух припиняється. Такі умови називаються **інверсійними**.

Якщо підвищення температури починається безпосередньо від поверхні землі, інверсію називають **приземною**, якщо ж із деякої висоти над поверхнею землі –

**припіднятою.** Інверсії утрудняють вертикальний повітробімін і розсіювання домішок в атмосфері. Для розсіювання забруднень у містах найбільшу небезпеку становить приземна інверсія в поєднанні зі слабкими вітрами, тобто "застій повітря".

Тумани теж впливають на зміну концентрації забруднюючих речовин у приземному шарі атмосфери. Зокрема, краплі туману поглинають домішки, причому не тільки з тих шарів повітря, що знаходяться поблизу підстилаючої поверхні, але і з вищих, більш забруднених шарів повітря. Унаслідок цього концентрація домішок в шарі туману сильно зростає і зменшується над ним. Розчинення оксидів неметалів у краплях туману в ході хімічних реакцій приводить до утворення неорганічних кислот, які зумовлюють прояв кислотних опадів. Крім того, тумани, поряд з іншими кліматичними та орографічними умовами території, беруть участь в утворенні смогу над великими містами.

Опади очищають повітря від шкідливих домішок. Після тривалих інтенсивних опадів високі концентрації домішок в атмосфері практично не спостерігаються.

Сонячна радіація зумовлює фотохімічні реакції в атмосфері з утворенням різних вторинних продуктів, що характеризуються іноді більш токсичними властивостями, ніж вихідні забруднюючі речовини. Таким чином, наприклад, відбувається окислення сірчистого газу з утворенням сульфатних аерозолів.

У великих містах формується власний мікроклімат, істотно змінюючись аеродинамічні, радіаційні, гідротермічні характеристики атмосфери. Виділення в містах великої кількості антропогенного тепла (до 100 Вт/м<sup>2</sup>), зміна газового й аерозольного складу повітря приводять до підвищення температури повітря й утворенню так званих "островів тепла". Підвищення температури над великим містом у порівнянні з температурою навколошньої місцевості може спостерігатися до висоти в кілька сотень метрів і до від 1-2 до 5°C.

## 2. Методика розрахунку концентрацій забруднюючих речовин в атмосферному повітрі

Прогноз розсіювання забруднення в атмосфері ґрунтуються на результатах теоретичного й експериментального вивчення закономірностей поширення домішок, що викидаються джерелами забруднення атмосфери.

Основний напрямок вивчення поширення домішок полягає в розробці теорії атмосферної дифузії на основі математичного опису процесу за допомогою рівняння турбулентної дифузії. Воно дозволяє досліджувати поширення домішок від джерел різного типу при різних характеристиках середовища.

У загальному вигляді задача прогнозу забруднення повітря математично може бути описана диференціальним рівнянням при визначених початкових і граничних умовах:

$$\frac{dq}{dt} + \sum_{i=1}^3 u_i \frac{dq}{dx_i} = \sum_{i=1}^3 u_i \frac{d}{dx_i} k_i \frac{dq}{dx_i} - aq \quad (1)$$

де  $t$  – час;  $x_i$  – координати;  $u_i$  – складові середньої швидкості переміщення домішки;  $k_i$  – складові коефіцієнта обміну;  $i = 1, 2, 3$  – напрямки осей координат;  $a$  – коефіцієнт, що визначає зміну концентрації за рахунок перетворення домішки.

Перепишемо дані міркування в декартовій системі координат:

$$\frac{dq}{dt} + u \frac{dq}{dx} + v \frac{dq}{dy} + w \frac{dq}{dz} = \frac{d}{dx} k_x \frac{dq}{dx} + \frac{d}{dy} k_y \frac{dq}{dy} + \frac{d}{dz} k_z \frac{dq}{dz} - aq \quad (2)$$

Спробуємо аналітично спростити дане рівняння. Якщо вісь  $x$  орієнтована по напрямку середньої швидкості вітру, то  $v = 0$ . Вертикальні переміщення в атмосфері над горизонтальною однорідною поверхнею малі і якщо домішка легка і, не має власної

швидкості переміщення, то можна вважати  $w = 0$ . Якщо розглядається важка домішка, що поступово осідає в атмосфері під впливом гравітаційних сил, то  $w$  по суті буде швидкістю осадження і входитиме у рівняння зі знаком мінус.

При наявності вітру можна захтувати членом із  $k_x$ , який враховує дифузію по осі  $x$ , оскільки в цьому напрямку дифузійний потік домішок значно менше конвективного. Крім того, зміни концентрації забруднюючих речовин в атмосфері носять, як правило, квазістационарний характер і тому можна прийняти  $dq/dt = 0$ .

Виходячи з цих міркувань можна записати рівняння (2) у наступному вигляді:

$$u \frac{dq}{dx} - w \frac{dq}{dz} = \frac{d}{dz} k_z \frac{dq}{dz} + \frac{d}{dy} k_y \frac{dq}{dy} - aq \quad (3)$$

У випадку легкої домішки, на яку діє слабка сила гравітації, можна захтувати членом рівняння, до якого входить вертикальна швидкість руху частинки. Тому рівняння (3) перепишеться наступним чином:

$$u \frac{dq}{dx} = \frac{d}{dz} k_z \frac{dq}{dz} + \frac{d}{dy} k_y \frac{dq}{dy} - aq \quad (4)$$

У випадку консервативної домішки не відбувається її подальше хімічне перетворення, тому можна захтувати членом рівняння, який містить коефіцієнт, що визначає зміну концентрації за рахунок перетворення домішки. Рівняння (4) відповідно набере вигляду:

$$u \frac{dq}{dx} = \frac{d}{dz} k_z \frac{dq}{dz} + \frac{d}{dy} k_y \frac{dq}{dy} \quad (5)$$

При моделюванні забруднення атмосферного повітря найбільш цікавим є визначення очікуваних концентрацій домішки у приземному шарі  $h = 1,5\text{-}2$  м. Як свідчать емпіричні дослідження, у приземному шарі повітря до рівня  $z = h$ , коефіцієнт обміну зростає пропорційно висоті, а швидкість є логарифмічною функцією висоти. Якщо потрібно оцінити інтенсивність розсіювання домішок на рівні поверхні землі ( $z = 0$ ), то граничне значення вертикальної складової коефіцієнта обміну буде чисельно дорівнювати коефіцієнту молекулярної дифузії повітря:  $k_z = v$ .

Знайдемо аналітичний розв'язок рівняння (5) для легкої консервативної домішки, продиференціювавши його і, виразивши  $u$  і  $k_z$  через степеневі функції. Концентрація домішки на рівні землі становитиме:

$$q = \frac{M}{2(1-n)k_1 \sqrt{\pi k_0 x^3}} e^{\frac{u_1 H^{1+n}}{(1+n)^2 k_1 x} - \frac{y^2}{4k_0 x}} \quad (6)$$

де  $M$  – викид домішки з джерела за одиницю часу, мг/м;  $H$  – висота джерела викиду, м.

Характерною рисою розподілу наземної концентрації  $q$  по осі  $x$  є її максимум  $q_m$  на відстані  $x_m$  від джерела викиду. Він знаходиться із умови:  $dq/dx = dq/dy = 0$ .

Очевидно, що чим більша висота джерела викидів, тим на більшій відстані розсіюватимуться забруднюючі речовини. Збільшення висоти димарів збільшує розміри зони перекидання забруднення, зони задимлення і, особливо, зони зниження рівня забруднення. Але в той же час концентрації забруднюючих речовин в останніх двох зонах знижуються. Це дозволяє ніби “розтягнути” забруднення, перерозподілити його на більшу площину. Ефект зв'язку інтенсивності розсіювання і висоти димаря на сьогодні лежить в основі багатьох проектів промислових підприємств, особливо тих, які будується в уже заселених районах.

Так виглядає загальний алгоритм моделювання розсіювання домішок в атмосферному повітрі. На основі чисельних методів розроблена методика, яка дозволяє кількісно оцінити поле концентрацій забруднюючих речовин при їх розсіюванні від однічного джерела викидів, кількох джерел викидів, розміщених в одну лінію або групи джерел з урахуванням рельєфу, клімату місцевості та інших умов розсіювання. Вона дозволяє також визначати граничні концентрації забруднюючих речовин у двометровому шарі над поверхнею землі, вертикальний розподіл концентрацій та розробляти нормативи ГДВ.

Згідно цієї методики, ступінь забруднення атмосферного повітря як найбільші розрахункові значення концентрацій, що відповідають несприятливим метеорологічним умовам, небезпечній швидкості вітру. Якщо має місце одночасний викид в атмосферне повітря кількох речовин, що володіють ефектом сумації шкідливої дії, розраховується сумарна концентрація  $q$  у частках ГДК:

$$q = \frac{C_1}{ГДК_1} + \frac{C_2}{ГДК_2} + \dots + \frac{C_n}{ГДК_n} \quad (7)$$

Максимальне значення приземної концентрації шкідливої речовини  $C_m$ ,  $\text{мг}/\text{м}^3$  при викиді газоповітряної суміші з одиночного точкового джерела з круглим устям має місце, як правило, при несприятливих метеорологічних умовах розсіювання на відстані  $x_m$  і визначається за наступною розрахунковою формулою [сахаєв, щербицький]:

$$C_m = \frac{AMFmn\eta}{H^2 \sqrt[3]{V_1 \Delta T}} \quad (8)$$

де  $A$  – коефіцієнт, що залежить від температурної стратифікації атмосфери;  $M$  – маса шкідливої речовини, що викидається в атмосферу за одиницю часу,  $\text{г}/\text{с}$ ;  $F$  – коефіцієнт, що враховує швидкість осідання шкідливих речовин у повітрі;  $m$  і  $n$  – коефіцієнти, що враховують умови виходу газоповітряної суміші з устя джерела викиду;  $H$  – висота джерела викиду над рівнем землі, м (для наземних джерел приймається  $H = 2$  м);  $\eta$  – коефіцієнт, що враховує вплив рельєфу місцевості (у випадку рівної або слабопересіченій місцевості з перепадом висот менше 10 м/км (%) приймається  $\eta = 1$ );  $V_1$  – об'ємна витрата газоповітряної суміші,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  $\Delta T$  – різниця між температурою газоповітряної суміші що викидається і температурою навколошнього повітря,  $^{\circ}\text{C}$ .

Як видно з розрахункової формули (8), максимальна концентрація забруднюючої речовини в приземному шарі атмосфери прямо пропорційна масовій витраті забруднюючої речовини  $M$  і обернено пропорційна квадрату висоти джерела  $H^2$ . Крім того, подальший аналіз цієї формули наводить на думку, що підвищення температури і моменту кількості руху струменя газів, що викидаються, приводить до збільшення висоти димового факела й зниження приземної концентрації забруднюючих речовин.

Коефіцієнт  $A$  при несприятливих метеорологічних умовах, які зумовлюють максимальні значення концентрацій забруднюючих речовин у приземному шарі атмосфери, набуває значень (для території України): північніше  $50^{\circ}$  пн.ш. –  $A = 160$ ; між  $50$  і  $52^{\circ}$  пн.ш. –  $A = 180$ ; південніше  $50^{\circ}$  пн.ш.  $A = 200$ .

Для визначення  $\Delta T$  температуру газоповітряної суміші, що викидається із димаря, зіставляють із середньою температурою атмосферного повітря найтеплішого місяця року (в наших умовах – липня) о  $13^{\circ}\text{C}$  за місцевим часом.

Емпіричний коефіцієнта  $F$  може набувати значень:

для газоподібних шкідливих речовин і дрібнодисперсних аерозолів, швидкість осідання яких близька до нуля –  $F = 1$ ;

для інших дрібнодисперсних аерозолів при ступені очистки газів у газо- і пилловловлювачах  $\eta \geq 0,9$  –  $F = 2$ ; при  $0,75 \leq \eta \leq 0,9$  –  $F = 2,5$ ; при  $\eta < 0,75$  –  $F = 3$ ;

при наявності даних про дисперсний склад пилу в залежності від співвідношення

$V_q/U_m$  при  $V_q/U_m < 0,015 - F = 1$ ; при  $0,015 < V_q/U_m < 0,03 - F = 1,5$ ;

$F$  визначається, як зазначено вище, для інших дрібнодисперсних аерозолів, де  $V_q$  – швидкість витання часточок такого діаметра  $d_q$ , для якого маса всіх часток діаметром більше  $d_q$  складає 5% від загальної маси часточок, м/с;  $U_m$  – небезпечна швидкість вітру, м/с.

Для того, аби отримати коефіцієнти  $m$  та  $n$  визначаються проміжні величини:

$$f = \frac{1000 w_0^2 D}{H^2 \Delta T} \quad (9)$$

$$V_m = 0.65 \sqrt[3]{\frac{V \Delta T}{H}} \quad (10)$$

$$V' = \frac{1.3 w_0 D}{H} \quad (11)$$

$$f_e = 800 (V')^3 \quad (12)$$

де  $D$  – діаметр устя димаря, м;  $w_0$  – швидкість виходу газоповітряної суміші з димаря, м/с.

Коефіцієнт  $m$  визначається за формулою:

якщо  $f < 100$ :

$$m = \frac{1}{0.67 + 0.1 \sqrt{f} + 0.34 \sqrt[3]{f}}; \quad (13)$$

якщо  $f \geq 100$ :

$$m = \frac{1.47}{\sqrt[3]{f}}; \quad (14)$$

якщо  $f_e < f < 100$  при розрахунку приймають, що  $f = f_e$ .

Коефіцієнт  $n$  визначається наступним чином:

якщо  $n \leq 100$ , а  $V_m \geq 2$ , то  $n = 1$ ;

якщо  $0,5 \leq V_m < 2$ :

$$n = 0,532 V_m^2 - 2,13 V_m + 3,13; \quad (15)$$

якщо  $V_m \leq 0,5$ :

$$n = 4,4 V_m; \quad (16)$$

За умови, що  $f \geq 100$  або  $\Delta T = 0$  і  $V_m' \geq 0,5$  (холодні викиди) розрахунок здійснюється не за формулою (8), а за (17):

$$C_m = \frac{AMFn \eta}{H^{\frac{4}{3}}} K, \quad (17)$$

де:

$$K = \frac{D}{8V_1} = \frac{1}{7,1\sqrt{w_0 V_1}} \quad (18)$$

В формулах (15-16) значення  $V_m$  заміняється на  $V'_m$ .

Якщо  $f < 100$  і  $V_m < 0,5$  або  $f \geq 100$  і  $V'_m < 0,5$  (випадки гранично малих небезпечних швидкостей вітру) розрахунок  $C_m$ , замість формули (8) ведеться за наступною формулою:

$$C_m = \frac{AMFm' \eta}{H^{\frac{7}{3}}} K, \quad (19)$$

де  $m'$  визначається за формулою:

якщо  $f < 100$  і  $V_m < 0,5$ :

$$m' = 2,86m; \quad (20)$$

якщо  $f \geq 100$  і  $V'_m < 0,5$ , то  $m' = 0,9$ .

Відстань  $x_m$ , м, на якій приземна концентрація  $C$ , мг/м<sup>3</sup> досягає максимального значення в  $C_m$ , визначається за формулою:

$$x_m = (5 - F)d \frac{H}{4} \quad (21)$$

де  $d$  – безрозмірний коефіцієнт, який, у свою чергу, визначається наступним чином:

якщо  $f < 100$  і  $V_m < 0,5$ :

$$d = 2,48(1 + 0,28\sqrt[3]{f_e}); \quad (22)$$

якщо  $f < 100$  і  $0,5 \leq V_m < 2$ :

$$d = 4,95V_m(1 + 0,28\sqrt[3]{f_e}); \quad (23)$$

якщо  $f < 100$  і  $V_m > 2$ :

$$d = 7\sqrt{V_m}(1 + 0,28\sqrt[3]{f_e}) \quad (24)$$

**При  $f < 100$  і  $\Delta T \approx 0$ , значення  $d$  знаходиться наступним чином:**

якщо  $V'_m < 0,5$ , то  $d = 5,7$ ;

якщо  $0,5 \leq V'_m < 2$ :

$$d = 11,4V'_m; \quad (25)$$

якщо  $V'_m > 2$ :

$$d = 16\sqrt{V'_m} \quad (26)$$

Значення небезпечної швидкості вітру  $U_m$ , при якій досягається найбільше значення приземної концентрації шкідливих речовин  $C_m$  визначається за наступними формулами:

якщо  $f < 100$  і  $V_m \leq 0,5$ :

$$U_m = 0,5 V_m; \quad (27)$$

якщо  $f < 100$  і  $0,5 < V_m \leq 2$ , то  $U_m = V_m$ :

якщо  $f < 100$  і  $V_m > 2$ :

$$U_m = V_m(1 + 0,12\sqrt{f}) \quad (28)$$

При  $f \geq 100$  і  $\Delta T \approx 0$ , значення  $U_m$  знаходиться наступним чином  
якщо  $V_m \leq 0,5$ :

$$U_m = 0,5 V'_m; \quad (29)$$

якщо  $0,5 < V_m \leq 2$ , то  $U_m = V'_m$ ;

якщо  $V'_m > 2$ :

$$U_m = 2,2 V'_m \quad (30)$$

При небезпечній швидкості вітру  $U_m$ , м/с, приземна концентрація шкідливих речовин  $C$ , мг/м<sup>3</sup>, в атмосфері по осі факела викиду на відстані  $x$  від джерела визначається за формулою:

$$C = S_1 C_m \quad (31)$$

де  $S_1$  – безрозмірний коефіцієнт, який визначається за формулою:

якщо  $x/x_m \leq 1$ ;

$$S_1 = 3(x/x_m)^4 - 8(x/x_m)^3 + 6(x/x_m)^2 \quad (32)$$

якщо  $1 < x/x_m \leq 8$ :

$$S_1 = \frac{1,13}{0,13(x/x_m)^2 + 1} \quad (33)$$

якщо  $F \leq 1,5$  і  $x/x_m > 8$ :

$$S_1 = \frac{x/x_m}{3,58(x/x_m)^2 - 35,2(x/x_m) + 120} \quad (34)$$

якщо  $F > 1,5$  і  $x/x_m > 8$ :

$$S_1 = \frac{1}{0,1(x/x_m)^2 - 2,47(x/x_m) - 17,8} \quad (35)$$

Для наземних і низькорозташованих джерел викиду ( $2 \text{ м} \leq H \leq 10 \text{ м}$ ) коефіцієнт  $S_1$

заміняється на  $S_{IH}$ :

$$S_{IH} = 0,125 (10 - H) + 0,125 (H - 2) S_I \quad (36)$$

Для моделювання поля концентрацій дуже важливим, поряд із прогнозом розподілу концентрації забруднюючих речовин в напрямку пануючих вітрів, прогноз у перпендикулярному до нього напрямку. Значення приземної концентрації шкідливих речовин в атмосфері  $C_y$ , мг/м<sup>3</sup>, на відстані  $y$ , м, по перпендикуляру до осі факела викиду, визначається за формулою:

$$C_y = S_2 C \quad (37)$$

де  $S_2$  – безрозмірний коефіцієнт, який визначається за формулою:

$$S_2 = \frac{1}{(1 + 5t_y + 12,8t_y^2 + 17t_y^3 + 45,1t_y^4)^2} \quad (38)$$

де  $t_y$  знаходиться з наступної залежності:

якщо  $u \leq 5$ :

$$t_y = \frac{uy^2}{x^2}; \quad (39)$$

$u > 5$ :

$$t_y = \frac{5y^2}{x^2} \quad (40)$$

Важливою оцінкою при моделюванні є також радіус зони впливу джерела. Він визначається як найбільша з двох відстаней від джерела  $x_1$  і  $x_2$ , де  $x_1 = 10 x_m$ ;  $x_2$  – відстань від джерела, на якій концентрація забруднюючої речовини  $C = 0,05$  ГДК:

$$r = \max |10x_m, x_{c=0,05\text{ГДК}}| \quad (41)$$

На цьому, по-суті, етап моделювання поля розсіювання забруднюючих речовин, що поширюються від точкового джерела викидів закінчується. Але розраховані нами коефіцієнти дають можливість розрахувати для даного джерела **гранично-допустимий викид** забруднюючих речовин. Це забезпечує перехід від абстрактно-теоретичного моделювання до вирішення конкретних екологічних проблем і оздоровлення довкілля. Отже, ГДВ – це такий викид конкретної забруднюючої речовини, який встановлюється з розрахунку, що сукупний викид від усіх джерел забруднення даного населеного пункту, з урахуванням перспективи його розвитку, не приведе до перевищення нормативу ГДК по цій забруднюючій речовині приземному шарі. Розрахунку ГДВ завжди передує визначення зони впливу джерела викидів.

ГДВ розраховується за умови повної завантаженості підприємства на протязі повного робочого дня (без простоїв), при повному навантаженні на технологічне і газоочисне обладнання і за умови їх нормальної, безavarійної роботи. Згідно діючих екологічних нормативів ГДВ не повинен перевищуватися в будь-який 20-хвилинний період часу. Якщо забруднення здійснення групою відносно малопотужних джерел, то для розрахунку ГДВ їх доцільно об'єднати у площинне або умовне точкове джерело. ГДВ визначається для кожної забруднюючої речовини окремо, у т. ч. для випадку сумації шкідливої дії декількох

речовин, з урахуванням фонових концентрацій.

Для одиночного джерела з круглим устям у  $C_\phi < \Gamma\text{ДК}$  визначають у г/с за наступною формuloю:

$$\Gamma\text{ДВ} = \frac{(\Gamma\text{ДК} - C_\phi)H^2}{AFmn\eta} \sqrt[3]{V_1\Delta T} \quad (42)$$

Якщо  $f \geq 100$  або  $\Delta T \approx 0$ , то ГДВ визначається за іншою формuloю:

$$\Gamma\text{ДВ} = \frac{(\Gamma\text{ДК} - C_\phi)H^{\frac{4}{3}}}{AFn\eta} \cdot \frac{8V_1}{D} \quad (43)$$

Для підприємств і джерел викидів, зони впливу яких повністю розташовані в межах одного населеного пункту, за умови, що сумарна концентрація забруднення по конкретній речовині від усіх джерел  $C < \Gamma\text{ДК}$ , значення викидів, що використовуються при розрахунках, приймаються за ГДВ.

Якщо  $C'_\phi$  (фонова концентрація, з якої виключений внесок досліджуваного джерела) більша, ніж  $\Gamma\text{ДК}$ , то збільшення перспективних обсягів викидів від будівництва нових об'єктів та реконструкції вже діючих підприємств, які викидатимуть тіж самі забруднюючі речовини або інші ізчевини, що володіють з ними ефектом сумавії, може бути допущено лише при одночасному забезпеченні зниження викидів на інших підприємствах міста.

Поряд з максимальним разовим значенням ГДВ (в г/с) розраховуються річні значення ГДВ (в т/рік) для окремих джерел викиду і підприємств у цілому.

### Практичні завдання:

**1. Визначити максимальні концентрації забруднюючих речовин від одиночного точкового джерела викидів ( $C_m$ ) та віддалі їх від джерела, на якій матиме місце максимальна концентрація полютантів ( $x_m$ ). Проаналізувати результати розрахунків**

Для виконання даного завдання слід скористатись формuloю 8 – для визначення максимальної концентрації і рядом додаткових умов:

Викид забруднюючих речовин здійснюється одиночним точковим джерелом, яке знаходиться в межах підприємства хімічної промисловості, що викидає в атмосферу оксид сірки (IV) із температурою  $T_{\text{викиду}}$ ,  $^{\circ}\text{C}$  через димар висотою  $H$ , м діаметром  $D$ , м із швидкістю  $V_1$ , м / с, температура найтеплішого місяця року становить  $T_{\max} = 18,6$   $^{\circ}\text{C}$ , а швидкість вітру, середня за рік, дорівнює  $u = 3,2$  м / с. Інші дані для розрахунку наведені в таблиці 1.

Для розрахунку проміжних параметрів, необхідних для підстановки у формулу (8) слід скористатись формулами (9-16).

Після визначення вище згаданих проміжних параметрів рівняння можна приступити до розрахунку  $x_m$  за формuloю (21).

Для аналізу отриманих результатів розрахунку їх потрібно порівняти із значеннями ГДК для оксиду сірки (IV), а також зробити висновок про рекомендований радіус санітарно-захисної зони.

**2. Побудувати графік залежності концентрації забруднюючої речовини від відстані від джерела викиду**

Для визначення концентрації забруднюючих речовин від точкового джерела викиду в напрямку переважаючих вітрів необхідно скористатись формuloю (31), а розрахунку

проміжних параметрів, які використовуються в даній формулі – залежностями (32-35).

На осі абсцис відкладається відстань, кратна висоті трубы джерела викиду (0, 10H, 20H, 30H, 40H, 50H), а на осі ординат – відповідна її концентрація забруднюючої речовини.

**Таблиця 1.** Дані для розрахунку

Варіанти	$T_{викиду}$ , °C	H, м	D, м	$V_L$ , м/c	M, г/c	$w_0$ , м/c	$C_\phi$ , мг/м³
1	47	20	0.51	0.7	85	1.6	0.002002
2	37	12	0.46	0.6	79	1.3	0.001998
3	52	14	0.74	0.8	77	1.3	0.001973
4	63	16	0.42	0.6	83	1.4	0.001999
5	62	18	0.62	0.9	116	2.0	0.002003
6	67	25	0.50	0.8	99	1.5	0.002015
7	28	24	0.50	0.7	133	1.4	0.002013
8	48	26	0.38	0.7	130	1.5	0.002003
9	61	28	0.46	0.6	74	1.6	0.002004
10	39	24	0.47	0.6	110	1.3	0.002005
11	43	15	0.54	0.7	126	1.1	0.00199
12	33	16	0.42	0.7	64	1.5	0.002001
13	32	21	0.50	0.8	101	1.6	0.001997
14	40	31	0.45	0.6	84	1.5	0.002017
15	42	25	0.45	0.6	113	1.4	0.00201
16	29	15	0.48	0.8	113	1.5	0.002004
17	44	12	0.54	0.6	98	1.3	0.001984
18	46	14	0.68	0.8	88	1.3	0.001986
19	51	17	0.61	0.7	74	1.6	0.001995
20	46	26	0.67	1.0	103	1.1	0.001996
21	47	14	0.31	0.7	101	1.5	0.001997
22	46	30	0.39	0.6	122	1.5	0.002024
23	63	39	0.49	0.7	125	1.3	0.001988
24	49	28	0.38	0.7	113	1.4	0.002028
25	48	15	0.52	0.5	99	1.4	0.001986
26	45	25	0.39	0.7	113	1.3	0.001972
27	70	19	0.55	0.4	86	2.0	0.002017
28	59	35	0.81	0.8	82	1.4	0.001998
29	74	26	0.38	0.5	102	1.9	0.001965
30	43	19	0.34	0.7	63	1.3	0.002024

### Контрольні питання:

1. Загальне поняття про розсіювання забруднюючих речовин в атмосфері
2. Розподіл концентрації забруднюючих речовин із віддаленням від джерела викидів
3. Характеристика зони перекидання забруднення
4. Характеристика зони задимлення
5. Характеристика зони поступового зменшення рівня забруднення
6. Фактори, які впливають на розсіювання домішок в атмосфері
7. Взаємозв'язок метеорологічних умов і параметрів розсіювання забруднення
8. Вихідні положення прогнозу розсіювання забруднення в атмосфері
9. Загальний алгоритм моделювання розсіювання домішок в атмосферному повітрі
10. Моделювання максимальних концентрацій забруднюючих речовин
11. Визначення відстаней, на яких мають місце ці концентрації

12. Моделювання поля концентрацій забруднюючих речовин
13. Визначення радіусу впливу точкового джерела забруднення
14. Розрахунок приземної концентрація шкідливих речовин в атмосфері по осі факела викиду на заданій відстані від джерела забруднення
15. Фізична суть коефіцієнта  $A$
16. Фізична суть коефіцієнта  $F$
17. Методика визначення приземної концентрації шкідливих речовин в атмосфері на заданій відстані по перпендикуляру до осі факела викиду
18. Поняття про ГДВ
19. Розрахунок ГДВ

#### **Теми рефератів:**

1. Інші моделі розсіювання забруднення в атмосфері
2. Моделі трансграничного переносу
3. Комп'ютерні програми, що використовують чисельні алгоритми моделювання стану атмосфери

#### **Рекомендована література:**

1. Герасимов И.П. Географический прогноз: теория, методы, региональный аспект. – М.: Наука, 1986. – 96 с.
2. Горев Л.М. Основи моделювання в гідроекології. Підручник. – К.: Либідь, 1996. – 336 с.
3. Жуков В.Т., Сербенюк С.Н., Тикунов В.С. Математико-картографическое моделирование в географии. – М.: Мысль, 1980. – 224 с.
4. Ковальчук П.І. Моделювання і прогнозування стану навколошнього середовища: Навчальний посібник. – К.: Либідь, 2003. – 208 с.
5. Лаврик В.І. Методи математичного моделювання в екології. – К.: Фітосоціоцентр, 1998. – 132 с.
6. Лаврик В.І. Методи математичного моделювання в екології: Навчальний посібник. – К.: Видавничий дім “КМ Академія”, 2002. – 203 с.
7. М. Херхагер, Х. Партолль MathCAD 2000: Полное руководство: Пер. с нем. – К.: Издательская группа ВНУ, 2000. – 416 с.
8. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. – М.: Наука, 1982 . – 320 с.
9. Модели в географии / Под ред. Р.Дж. Чорли, П.Хаггета. – М.: Прогрес, 1971. – 383 с.
10. Модели и методы оценки антропогенных изменений геосистем / Е.В. Данилина, А.К. Румянцев, А.В. Панарин и др. – Новосибирск: Наука, 1986. – 152 с.
11. Модели управления природными ресурсами / Под ред. В.И. Гурмана – М.: Наука, 1981. – 264 с.
12. Моделирование динамики геоэкосистем регионального уровня / П.М. Хомяков, В.Н. Конищев, С.А. Пегов и др. – М.: Изд. МГУ, 2000. – 382 с.
13. Сысуев В.В. Моделирование процессов в ландшафтно-геохимических системах. – М.: Наука, 1986. – 303 с.

## Розрахунки

**Рис. 1.** Графік залежності концентрації забруднюючої речовини від відстані від джерела викиду

## Аналіз

## Практична робота №4

### Моделювання і оцінка залежності складників водного балансу від лісистості території

**Мета заняття:** сформулювати поняття про вплив лісових насаджень на зміну опадів та випаруваності, поверхневого та підземного стоку; навчитись будувати модель цієї залежності; оцінювати масштаби впливу та його наслідки, визначати позитивні наслідки і масштаби заходів спрямованих на оптимізацію водного балансу території.

**Зміст заняття:**

1. Загальне поняття про вплив лісу на водний баланс території
2. Методика моделювання та оцінки залежності складників водного балансу від лісистості території

### Теоретичні положення:

#### **1. Загальне поняття про вплив лісу на водний баланс території**

Зі всіх факторів рослинного покриву найбільше водоохоронне і регулююче значення у житті малих річок належить лісу. Лісом водоохоронним (водорегулівним) називають такий ліс, що росте біля джерел і по берегах водойм, а також займає ті місця на водозборах, що визначають водність басейну. Він регулює водний стік, захищає водойма від замулення, підмиву берегів і т.д.

Ліс, впливаючи на інтенсивність сніготанення і водовіддачі після злив а також на швидкість стікання води по поверхні водозбору тим самим впливає на водний режим річки – знижує максимуми повеней і паводків, збільшує їх тривалість, сприяє переводу частини поверхневого стоку у підземний, захищає ґрунти від ерозії а річки – від замулення. Дослідження багатьох вчених довели величезну роль лісових насаджень в захисті водойм і річок від обміління, для збереження їх корисного об'єму і повноводності. Вплив лісу зростає, як що лісові криті і відкриті ділянки чергуються.

За даними В.В. Рахманова (1962) збільшення лісистості водозбору на 10% дає приріст стоку води пересічно на 12-17 мм.

Багато вчених відзначають важливу водоохоронну роль лісу, яка полягає в захисті берегів водойм і річок від руйнування, особливо під час повеней і паводків. Лісові насадження уповільнюють швидкість потоків води, захищають призаплавні ділянки від руйнування, запобігають зсувам, розвитку ярів і оголенню корінних порід.

Водоохоронні ліси сприяють рівномірному надходженню води до джерел, особливо в періоди мінімуму запасів води, і запобігають забрудненню і засміченням природних і штучних водойм. Водоохоронним лісам властиві також водорегулюючі, ґрунтозахисні, дренажні функції, переведення поверхневого стоку у внутрішньогрунтовий, ослаблення повеней і заболочування ґрунту, захист ґрунту від розмиву і дефляції, кольматуюча дія, захист населених пунктів і земельних угідь від шкідливого впливу атмосферних факторів.

Визнання за лісом водоохоронної ролі відбулось дуже давно. Було помічено, що вирубка лісів погіршує клімат місцевості, знижує кількість опадів і повноводість рік, викликає повені і інші стихійні лиха. Зокрема, на сьогодні в пресі та й у наукових виданнях багато йдеється про зв'язок активізації катастрофічних паводків у Закарпатті і вирубки карпатських лісів.

Водоохоронно-захисна функція лісу стала одним з факторів економічного розвитку народного господарства країни. Захисні насадження по берегах рік, водойм і інших водних об'єктів, окрім, водоохоронної і водорегулюючої ролі, мають велике санітарно-гігієнічне, естетичне і рибогосподарське значення.

Прирічкові заплавні насадження володіють величезним протиерозійним ефектом,

особливо під час паводків і повеней. Встановлена велика водопоглинальна здатність лісу. Так, зокрема: поверхневий стік на залісненому схилі близький до нуля, а на луговому досягає 184 мм; коефіцієнт поверхневого стоку дорівнює відповідно 0,01 і 0,91. У слабопроникних ґрунтах під лісом внутрішньогрунтовий стік складає до 18%, а поверхневий – 4%. Властивий лісу мікроклімат (менша швидкість вітру, нижча температура, підвищена вологість), лісова підстилка, фільтраційні показники ґрунтів і інші фактори впливають на водний баланс таким чином, що велика частина опадів, що випадають, бере участь у формуванні річкового стоку. Так здійснюється водоохоронна і водорегулювальна роль лісів.

Уздовж незалісених берегів рік, водойм, каналів висаджуються штучні ліси. У водоохоронних лісах необхідно строго дотримуватися норм побічних лісокористувань, що можуть негативно впливати на усі форми захисно-водоохоронної служби. Усякого роду гірські розробки на території протиерозійних лісів повинні проводитися з урахуванням особливостей рельєфу. По закінченні розробки відавали порід й інші оголені площи повинні бути заліснені.

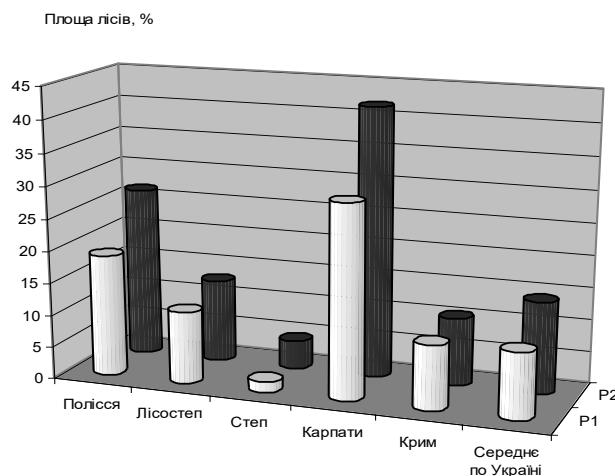
Загальна площа лісового фонду України становить близько 10 млн.га або 16% території. Найбільша лісистість в Українських Карпатах (42%), Кримських горах (35%) і на Полісі (26%). Середня лісистість в Лісостепу – 13% а в Степу – 5%.

Лісовий кодекс України визначає, що ліси республіки за своїм народногосподарським значенням і місцеположенням виконують переважно водо- і ґрунтоохоронні, санітарно-гігієнічні та оздоровчі функції і мають обмежене експлуатаційне значення.

Раніше ліси на території України займали значно більшу площу, ніж тепер. На початку аграрного освоєння території України, до становлення величних землеробських цивілізацій (зокрема, трипільської), ліси займали практично всю територію України. Але найбільших збитків ліси України зазнали вкінці XIX ст. – на початку ХХ ст.

Як свідчать історичні джерела, зорема, дані Центрального статистичного управління Російської імперії, в 1881 р. в дев'ятирічніх українських губерніях площа лісів становила 5809,7 тис.га. а в 1914 р. їх залишилось лише 4775,5 тис.га, тобто площа лісів по Україні зменшилась приблизно на 18 %, а в деяких губерніях (Київська, Подільська, Чернігівська) таке зменшення становило близько 30%.

Знищення лісів доповнювалось розорюванням цілинних степів і крутосхилів, що сприяло розвитку ерозії, обмілінню і навіть зникненню значної кількості малих річок. Надзвичайно великих втрат лісовий покрив зазнав у роки другої світової війни та в перші повоєнні роки, особливо на Західній Україні.



*Рис. 1. Динаміка лісистості території України (ряд 1 - 1946 р., ряд 2 - 1991 р.)*

Згідно з офіційною державною звітністю в декілька останніх десятиліть площа лісовідновлення щороку перевищує площу вирубаніх лісів і продовжує з року в рік зростати (рис. 1). Дозволимо собі піддати сумніву ці цифри, адже якби вони були правдивими, то ліс би знов займав всю території України. Але тим не менше, важливість лісу, як одного з основних природо-, в т.ч. і водоохоронного, та санітарного інструмента, останнім часом усвідомлена. У лісовідновлення, окрім установ Держлісгоспу, включаються активісти-екологи та громадські природоохоронні організації.

Науково обґрунтовані норми лісистості окремих територій країни зумовлені гідрологічним, кліматичним і меліоративним значенням лісових насаджень. Супінь оптимальна залишеності у значній мірі залежить від рельєфу місцевості, стану і територіального розподілу існуючих природних лісів і штучних насаджень, стану ґрунтового покриву і ступеня еродованості ґрунтів, заболоченості території характеру лісорослинних умов, а також багатьох інших еколого-економічних факторів, зокрема, рівня розвитку водного господарства, функціонування водогосподарських комплексів тощо.

За даними Українського НДІ лісового господарств і агролісомеліорації оптимальна, у природоохоронному відношенні, лісистість на водозборах малих і середніх річок України повинна становити: на Поліссі –39%, в Лісостепу –20-25%, в Степу – 16%. Найбільш сприятливий вплив на формування додаткових атмосферних опадів, а також на переведення поверхневого стоку у підземний мають ліси, розміщені на вододілах і схилах.

На думку академіка С.О. Генсірука (1980) оптимальна залишеність в розрізі регіонів України повинна становити близько: 40 % для Полісся, 16-20 % – для Лісостепу, 10% – Степу байрачного, 5-7 % – Степу безлісого, 40-50% – для гірських районів Криму і Карпат.

Сучасний стан залишеності території України, як видно з рис. 1, явно недостатній, він не відповідає оптимальним критеріям як за першими, так і за другими рекомендаціями. Поняття оптимального критерію не є однозначним, тобто найсприятливішою ситуацією для водних ресурсів території є зовсім не 100% залишеність. Форма залежності між складниками водного балансу і лісистістю території існує у вигляді певної функції лісистості, причому зовсім не прямолінійної форми.

Слід відмітити, що ліс в лісостеповій і степовій зонах буде рости лише в місцях, де для нього достатньо вологи. В Лісостепу наступ лісу на степ зупиниться на межі нестійкого зваження. Далі пошириться лише трав'яниста рослинність, що більш пристосована до умов середовища.

## **2. Методика моделювання та оцінки залежності складників водного балансу від лісистості території**

Суть методики оцінки залежності складників водного балансу території від лісистості полягає в розрахунку і прогнозі залежності зміни одних складників від зміни інших. Між собою вони пов'язані рівнянням водного балансу. В загальному вигляді для певної території це рівняння записується так:

$$S_{nidz.} = O - S_{nov.} - V \quad (1)$$

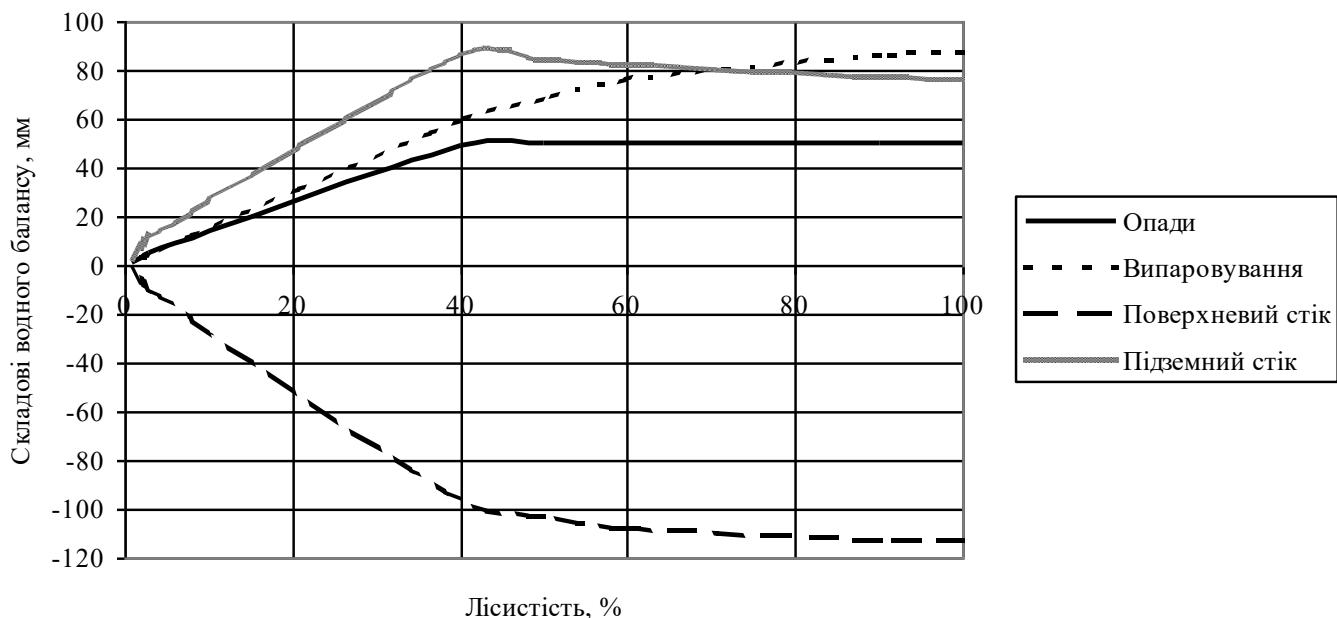
де  $O$ , мм – річна сума опадів для певної території;  $V$ , мм – річна сума випаровування;  $S_{nov.}$ , мм – поверхневий стік (шар стоку);  $S_{nidz.}$ , мм – підземний стік;  $L$ , % – лісистість території.

Кожен із складників водного балансу, тобто кожен із членів рівняння (1) залежить від ступеня лісистості території. Тобто, по-іншому, можна сказати, що кожен із цих параметрів є немонотонною функцією від  $L$ . На рис. 2 наведено графічну візуалізацію даних функцій для території Волинської області. Тому, якщо відома змінна одного із параметрів залежності (1), то можна визначити зміни усіх інших параметрів.

Робиться це, зокрема, так: спочатку визначається фактичний відсоток лісистості для території певної адміністративної області. Загальна і лісовокрита площа адміністративних областей наведена в таблицю 1.

**Таблиця 1.** Гіпотетичні зміни основних складників водного балансу території при 100% залисненості території

№ з.п.	Адміністративний регіон	Опади		Випаровування		Поверхневий стік		Підземний стік		Площа області, тис.га	Площа лісів, тис.га
		факт. O, мм	при-ріст $\Delta O$ , мм	факт. V, мм	при-ріст $\Delta V$ , мм	факт. $S_{пов.}$ , мм	зменш. $\Delta S_{пов.}$ , мм	факт. $S_{підз.}$ , мм	при-ріст $\Delta S_{підз.}$ , мм		
1.	AP Крим	300	13	135	-115	135	62	30	66	2608	296
2.	Вінницька	600	43	270	-216	270	66	60	193	2649	374
3.	Волинська	500	50	225	-113	225	87	50	75	2014	687
4.	Дніпропетровська	450	19	203	-172	203	67	45	124	3192	189
5.	Донецька	450	16	203	-162	203	32	45	116	2652	202
6.	Житомирська	550	51	248	-161	248	87	55	124	2983	1040
7.	Закарпатська	700	63	315	-205	315	81	70	187	1275	716
8.	Запорізька	450	16	203	-172	203	57	45	131	2718	114
9.	Івано-Франківська	650	56	393	-190	393	80	65	166	1393	630
10.	Київська	550	41	248	-161	248	80	55	122	2811	648
11.	Кіровоградська	450	25	203	-172	203	63	45	134	2459	175
12.	Луганська	450	14	203	-172	203	68	45	119	2668	338
13.	Львівська	700	62	315	-205	315	81	70	185	2183	678
14.	Миколаївська	350	15	158	-134	158	62	35	87	2459	120
15.	Одеська	400	17	180	-153	180	63	40	107	3331	223
16.	Полтавська	500	32	225	-180	225	73	50	139	2875	271
17.	Рівненська	550	54	248	-149	248	87	55	115	2005	793
18.	Сумська	550	35	248	-161	248	82	55	114	2383	446
19.	Тернопільська	600	49	270	-176	270	77	60	148	1382	198
20.	Харківська	550	22	248	-198	248	74	55	146	3142	416
21.	Херсонська	350	15	158	-134	158	62	35	87	2846	152
22.	Хмельницька	600	46	270	-189	270	69	60	166	2063	281
23.	Черкаська	500	33	225	-180	225	71	50	142	2092	341
24.	Чернівецька	600	49	270	-176	270	79	60	146	810	257
25.	Чернігівська	550	42	248	-161	248	85	55	118	3192	710



**Рис. 2.** Графічна візуалізація залежності складників водного балансу від лісистості території на прикладі Волинської області

Далі потрібно заповнити таблицю 2, яка нам знадобиться для подальших розрахунків. Для заповнення цієї таблиці величини  $O$ ,  $\Delta O$ ,  $V$ ,  $\Delta V$ ,  $S_{нов}$ ,  $\Delta S_{нов}$  взяти з таблиці 1, а  $S_{нідз.}$ ,  $\Delta S_{нідз.}$  розрахувати а формулою (2):

$$\Delta S_{нідз.} = \Delta O - \Delta S_{нов} - \Delta V \quad (2)$$

*Таблиця 2. Складові водного балансу території*

Складові водного балансу території	Фактичне значення, мм	Зміна фактичного значення при 100% залісненості, мм
Опади		
Випаровування		
Поверхневий стік		
Підземний стік		

Далі потрібно розрахувати залежність  $\Delta O(L)$ , мм, використовуючи залежність  $\Delta O(L)$ , %. Ця залежність розраховується на підставі даних про приріст або зменшення значення конкретної складової водного балансу у відсотках при даному відсотку заліснення території, який береться із таблиці 3.

*Таблиця 3. Розраховані фактичні зміни елементів водного балансу при зміні відсотка залісненості території України*

Ліси-стість $L, \%$	Приріст опадів $\Delta O, \%$	Зменшення поверхневого стоку $\Delta S_{нов}, \%$		Збільшення сумарного випаровування $\Delta V$ , %	
		Полісся, Лісостеп	Степ	Полісся, Лісостеп	Степ
100	100	100	100	100	100
95	100	99,9	100	99,4	99,4
90	100	99,8	99,8	98,8	98,8
...	...	...	...	...	...
65	99,6	97	98,5	89,1	89,1
60	99,5	95,7	98,1	86,1	86,1
55	99,3	94	97,7	82,8	82,8
50	99,2	90,8	97,3	78,6	78,6
45	99,1	87,2	97	73,5	75
...	...	...	...	...	...
3	11	8,8	38	4,7	14
2	7	6	26,4	3,2	9,6
1	3	3	15	1,7	5

Наприклад, розрахуємо збільшення сумарного випаровування для Волинської області при гіпотетичній залісненості її території –  $L = 95\%$ . Тобто, іншими словами:

$$\Delta V, \text{мм} = \Delta V_{100\%}, \text{мм} \cdot \Delta V, \% / 100\% \quad (3)$$

При  $L = 95\%$ ,  $\Delta V = 87 \text{ мм} \cdot 99,4\% / 100\% = 86,5 \text{ мм}$ . Аналогічно розраховується і зміна опадів:  $\Delta O = 50 \text{ мм} \cdot 100\% / 100\% = 50 \text{ мм}$ . Візьмемо для прикладу, що  $L = 1\%$ ,  $\Delta V = 87 \text{ мм} \cdot 1,7\% / 100\% = 1,5 \text{ мм}$ , а  $\Delta O = 50 \text{ мм} \cdot 3\% / 100\% = 1,5 \text{ мм}$ . Аналогічно розраховуються значення всіх інших складових для всіх відсотків лісистості. Результати цих розрахунків заносяться в таблицю 4.

Модель залежності складових водного балансу від лісистості території представляється у графічній формі, за даними якраз цієї таблиці. Така форма представлення моделі зручна, бо дозволяє зіставляти масштаби зміни різних складових і проводити їх графічну оптимізацію.

На основі графічної візуалізації досліджуваної залежності можна провести

оптимізацію моделі. Згідно умови оптимізації: для досягнення оптимального екологічного стану території для, наприклад, організації водопостачання населення на основі використання виключно підземних вод нам необхідно встановити відсоток заліснення території, при якому збільшення підземного стоку буде максимальним:

$$\Delta S_{ni\partial_3}(L) = \max \quad (4)$$

Таку величину залісненості (лісистості) можна встановити із графіка, аналогічного рис. 2. Знайшовши оптимальний відсоток залісненості потрібно порівняти його із фактичним і зробити висновок про масштаби необхідного заліснення території для поліпшення її екологічного стану.

**Таблиця 4. Розраховані фактичні зміни елементів водного балансу при зміні відсотка залісненості конкретного регіону (адміністративної області)**

Лісистість $L, \%$	Приріст опадів $\Delta O, \text{мм}$	Зменшення поверхневого стоку $\Delta S_{nov}, \text{мм}$	Збільшення підземного стоку, $\Delta S_{ni\partial_3}, \text{мм}$	Збільшення сумарного випаровування $\Delta V, \text{мм}$
100				
95				
90				
85				
80				
75				
70				
65				
60				
55				
50				
45				
40				
35				
30				
25				
20				
15				
10				
5				
3				
2				
1				

#### Практичні завдання:

##### 1. Заповнити таблицю 2 для вибраного регіону. Розрахувати фактичний відсоток лісистості

Практична робота виконується по варіантах. Їх є всього 25 (стільки, скільки адміністративних одиниць налічується на Україні). Дані для заповнення таблиці 2 по варіантах наведено в таблиці 1. Фактичний відсоток лісистості розраховується як відношення площі лісів до площин адміністративної області помножене на 100%.

##### 2. Розрахувати значення $\Delta O$ , $\Delta S_{nov}$ , $\Delta V$ , $\Delta S_{ni\partial_3}$ для свого регіону для різних значень лісистості території. Заповнити ними таблицю 4. Побудувати графіки залежності складових водного балансу від лісистості території

Методика виконання даного завдання детально розписана в другому пункті теоретичних положень даної практичної роботи.

Примітка: для розрахунку значень складових водного балансу при коефіцієнті лісистості 85%-70%, 40%-5% в таблиці 3 не наведено значень зміни складових, виражених в процентній формі. Тому для цих значень лісистості абсолютні приrostи (зменшення) складових водного балансу потрібно отримати шляхом інтерполяції графіка, аналогічного зображеному на рис. 2, який має бути побудований в ході виконання даного завдання.

Загальний вигляд графіків показано на рис. 2. Здійснити побудову можна за допомогою табличного процесора *MS Excel* (або іншої комп’ютерної програми, що має встроєні функції для побудови графіків). Інший шлях – побудувати графік вручну за розрахованими значеннями складових водного балансу за різної лісистості території на міліметровому папері. Рекомендовані масштаби: горизонтальний – в 1 см – 10%, вертикальний – в 1 см – 10 мм (або в 1 см – 20 мм).

**3. За побудованим у попередньому завданні графіком визначте оптимальний відсоток лісистості, при якому приріст підземного стоку набере максимального значення. Зробіть висновок**

Коли з графіка отримано оптимальний відсоток лісистості, при якому приріст підземного стоку набере максимального значення, слід розрахувати перспективні масштаби рекомендованого збільшення залісненості території, виразивши їх в абсолютній формі (тобто в тис. га). В висновку потрібно обґрунтувати отримані дані.

**Контрольні питання:**

1. В чому полягає значення лісу для на водного режиму території?
2. Які фактори в найбільшій мірі визначають цей вплив?
3. Чим зумовлені науково обґрунтовані норми лісистості окремих територій країни?
4. Який оптимальний стан заліснення території України за оцінками Українського НДІ лісового господарства?
5. Який оптимальний стан заліснення території України за оцінками С.О. Генсірука?
6. Як змінювалась лісистість території України?
7. Охарактеризуйте сучасний стан заліснення території України
8. Рівняння водного балансу
9. Охарактеризуйте основні складові водного балансу
10. Як розраховуються приrostи основних складових водного балансу за умов заданої лісистості території
11. Алгоритм моделювання залежності складників водного балансу від лісистості території
12. Як визначається необхідний ступінь заліснення для екологічної оптимізації території

**Теми рефератів:**

Прикладні моделі зв’язку залісненості території з іншими екологічними процесами та явищами

**Рекомендована література:**

1. Блатнер Патрик Использование Microsoft Excel 2000. Специальное издание.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2002. – 864 с.
2. Боровиков В.П., Боровиков И.П. Статистический анализ и обработка данных в среде Windows. – М.: Филинъ, 1997. – 320 с.
3. Боровиков В.П., Ивченко Г.И. Прогнозирование в системе Statistica в среде Windows. – М.: Изд-во “Финансы и статистика”, 2000. – 204 с.

4. В.П. Дьяконов, И.В. Абраменкова MathCAD в математике, физике и в Internet. – М.: Нолидж, 1998. – 352 с.
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
6. Герасимов И.П. Географический прогноз: теория, методы, региональный аспект. – М.: Наука, 1986. – 96 с.
7. Голиков А.П., Черванёв И.Г., Трофимов А.М. Математические методы в географии. – Харьков: Вища школа, 1986. – 144 с.
8. Горев Л.М. Основи моделювання в гідроекології. Підручник. – К.: Либідь, 1996. – 336 с.
9. Жуков В.Т., Сербенюк С.Н., Тикунов В.С. Математико-картографическое моделирование в географии. – М.: Мысль, 1980. – 224 с.
10. Ковальчук П.І. Моделювання і прогнозування стану навколошнього середовища: Навчальний посібник. – К.: Либідь, 2003. – 208 с.
11. Комп'ютерні методи в сільському господарстві та біології / О.М. Царенко, Ю.А. Злобін, В.Г. Скляр та ін. – Суми: Видавництво “Університетська книга”, 2000. – 203 с.
12. Лаврик В.І. Методи математичного моделювання в екології. – К.: Фітосоціоцентр, 1998. – 132 с.
13. Лаврик В.І. Методи математичного моделювання в екології: Навчальний посібник. – К.: Видавничий дім “КМ Академія”, 2002. – 203 с.
14. М. Херхагер, Х. Партолль MathCAD 2000: Полное руководство: Пер. с нем. – К.: Издательская группа ВНУ, 2000. – 416 с.
15. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. – М.: Наука, 1982 . – 320 с.
16. Математические методы в географии. Учебное пособие / Ю.Р. Архипов, Н.И. Блажко, С.В. Григорьев и др. – Казань: Изд. Казанского унив., 1976. – 352 с.
17. Математические модели глобального развития / Под ред. В.А. Егорова. – Ленинград: Гидрометеоиздат, 1980. – 192 с.
18. Модели в географии / Под ред. Р.Дж. Чорли, П.Хаггета. – М.: Прогрес, 1971. – 383 с.
19. Модели и методы оценки антропогенных изменений геосистем / Е.В. Данилина, А.К. Румянцев, А.В. Панарин и др. – Новосибирск: Наука, 1986. – 152 с.
20. Модели управления природными ресурсами / Под ред. В.И. Гурмана – М.: Наука, 1981. – 264 с.
21. Моделирование гидрогеологических условий охраны подземных вод / Лялько В.И, Бут В.С., Филипов Ю.С. и др. – К.: Наукова думка, 1980. – 192 с.
22. Моделирование динамики геоэкосистем регионального уровня / П.М. Хомяков, В.Н. Конищев, С.А. Пегов и др. – М.: Изд. МГУ, 2000. – 382 с.
23. Моделирование территориальных систем. Прогнозирование и оптимизация проектных решений / Под ред. Н.Ф. Тимчука – К.: Будивельник, 1977. – 144 с.
24. Самнер Г. Математика для географов. – М.: Прогресс, 1981. – 296 с.
25. Сысуев В.В. Моделирование процессов в ландшафтно-геохимических системах. – М.: Наука, 1986. – 303 с.
26. Теория вероятностей и математическая статистика / Под ред Колемаева В.А. – М.: Высшая школа, 1991. – 400 с.
27. Фещур Р.Ф., Барвінський А.Ф., Кічор В.П. Статистика: Навчальний посібник. – Львів: Інтелект-Захід, 2001. – 267 с.
28. Чекотовский Э.В. Графический анализ статистических данных в Microsoft Excel 2000. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2002. – 464 с.
29. Шелутко В.А. Численные методы в гидрологии. – Ленинград: Гидрометеоиздат, 1991. – 240 с.

**Завдання 1.****Таблиця 2.** Складові водного балансу території

Складові водного балансу території	Фактичне значення, мм	Зміна фактичного значення при 100% залісненості, мм
Опади		
Випаровування		
Поверхневий стік		
Підземний стік		

**Завдання 2.****Таблиця 4.** Розраховані фактичні зміни елементів водного балансу при зміні відсотка залісненості конкретного регіону (адміністративної області)

Ліси- стість $L, \%$	Приріст опадів $\Delta O, \text{мм}$	Зменшення поверхневого стоку $\Delta S_{norb}, \text{мм}$	Збільшення підземного стоку, $\Delta S_{niob}, \text{мм}$	Збільшення сумарного випаровування $\Delta V, \text{мм}$
100				
95				
90				
85				
80				
75				
70				
65				
60				
55				
50				
45				
40				
35				
30				
25				
20				
15				
10				
5				
3				
2				
1				

**Рис. 1.** Графічна візуалізація залежності складників водного балансу від лісистості території на прикладі Волинської області

### **Завдання 3.**

Аналіз

## Практична робота № 5

### Моделювання забруднення підземних вод

**Мета заняття:** сформулювати поняття про моделі забруднення підземних вод, навчитись будувати модель міграції забруднюючих речовин у підземних водах, оцінювати динаміку концентрації забруднюючих речовин, її причини й наслідки

**Зміст заняття:**

4. Особливості забруднення підземних вод
5. Моделювання забруднення ґрутових вод у зоні впливу сховищ промислових чи побутових відходів

### Теоретичні положення:

#### 1. Особливості забруднення підземних вод

Проблема забруднення підземних вод стоїть на сьогодні дуже гостро. По-перше, підземні води є основою господарсько-питного водокористування багатьох регіонів України. Крім того, вони володіють значно меншим потенціалом самоочистки. Відпрацьовані стічні води, часто мають підвищену мінералізацію і забруднюють ґрунти, ґрутові та підземні води. До забруднюючих компонентів підземних вод відносяться речовини, присутність яких у складі води істотно погіршує її якість, а в деяких випадках робить її непридатною для господарсько-питного, а іноді і технічного використання.

Одні з компонентів, наприклад, хлориди, сульфати, залізо, солі й ін., є звичайними складовими підземних вод і погіршують якість води лише при значному збільшенні їх вмісту. Інші компоненти є шкідливими, токсичними забрудниками навіть при малих концентраціях їх у воді (цинк, свинець, ртуть і ін.). У зв'язку з різноманітністю та виробництв і широким спектром специфічних стічних вод кількість і номенклатура цих забрудників безупинно збільшуються. По складу і впливу на організм людини можна виділити бактеріологічне й хімічне забруднення підземних вод.

Тверді відходи і рідкі стоки промислових виробництв є основними джерелами хімічного забруднення підземних вод. Однак вони нерідко поєднуються з господарсько-побутовими стічними водами міст, населених пунктів і тваринницьких ферм, що містять бактеріальні забруднення.

Господарсько-побутові стічні води характеризуються наявністю у своєму складі органічних речовин – білків і продуктів їхнього розпаду, жирів і вуглеводів, а також бактерій у кількості десятків мільйонів у  $\text{см}^3$  стічної води. Крім бактеріального забруднення, господарсько-побутові стічні води можуть викликати і стійке хімічне забруднення підземних вод, тому що вони містять значну кількість поверхнево-активних речовин (СПАР), які широко використовуються у побуті як миючі засоби.

Тверді відходи, а також деякі види сировини і стічні води можуть проникати у водоносні горизонти і забруднювати їх безпосередньо на території промислових чи сільськогосподарських підприємств у результаті відкритого зберігання цих відходів і розчинення атмосферними їх опадами або при наявності витоків з водоводів. Однак головними вогнищами можливого хімічного забруднення підземних вод є різного роду басейни й сховища відходів і стоків.

Тип басейнів і сховищ у значній мірі визначається видом промислового виробництва. Так, наприклад, на підприємствах гірничорудної, металургійної, вугільної, теплоенергетичної, содової і цементної промисловості, де утворяться двохфазні стоки, тобто стоки, що містять тверді і рідкі речовини, звичайно, влаштовують хвосто- і шламосховища, гідрозоловідвали, а в системі каналізації підприємств нафтovidобувної, нафтопереробної,

нафтохімічної, хімічної, целюлозно-паперової, харчової й іншої галузей промисловості, що характеризуються переважно рідкими однофазними стоками, – ставки-накопичувачі, ставки-випарники, відстійники, полю фільтрації.

При утилізації й ліквідації господарсько-побутових стоків споруджуються землеробські або комунальні поля зрошення. Землеробські поля зрошення іноді використовуються також для знешкодження промислових стічних вод (лише для окремих галузей промисловості). Цей метод очистки стічних вод ґрунтуються на тому, що ефективність очистки стоків ґрунтом приблизно в 100 разів вища, ніж самоочистка у водоймах. Він ще називається “ґрутовим осмосом”.

У залежності від рельєфу місцевості, на якій розташовуються басейни й сховища промислових відходів і стоків, вони поділяються на наступні типи: *рівнинні* (обгороджені з усіх боків дамбами); *заплавні* або *берегові* (примикають до уступу більш високої тераси або корінного схилу, обгороджуються дамбами з трьох сторін); *косогірні* (на схилах вододілів, також огорожуються дамбами з трьох сторін); *яро-балкові* (створюються шляхом будівництва гребель-загат на ярах і балках); *балково-рівнинні* (на рівнинах і вододілах у положистих балках, обгороджуються по тальвегу греблями).

Розміри хвосто- і шламосховищ змін можуть досягати до декількох десятків і навіть сотень гектарів. Глибина їх коливається від 5-10 м до 30-50 м і більше. Подача відходів і стоків у них здійснюється гіdraulічним способом, тобто у виді пульпи, що у процесі складування диференціюється: з неї осаджується тверда складова, а освітлена вода використовується для оборотного водопостачання або скидається у водотоки й водойми.

За хімічним складом і вмістом шкідливих забруднюючих компонентів ці стоки досить різноманітні. Одними з найнебезпечніших є відходи збагачувальних фабрик руд чорних і кольорових металів. У них знаходяться ціаніди, роданіди, миш'як, цинк, свинець і ін. Дуже шкідливими є також самі флотореагенти, що попадають у відходи й стоки при збагаченні руд чорних металів.

У відходах металургійних заводів міститься велика кількість фенолів, аміаку, сірководню, ціанідів, роданідів, різних смол і масел.

На нафтопереробних заводах стічні води поділяються на дві основні групи. До першої групи стоків відносяться: нафтovмісні нейтральні стічні води від конденсаторів змішання й скруберів технологічних установок, продувні води з блоків оборотного водопостачання, зливові води з території виробничих цехів, також води, що містять нафтопродукти і механічні домішки. До другої групи стоків відносяться: нафто- і солевмісні стічні води від електрообезводнюючих установок; зливові води з промислових майданчиків і сировинних парків; кислі стічні води, забруднені мінеральними кислотами, органічними кислотами й парафіном; стічні води різних нафтохімічних виробництв, що містять дихлорметан, карбамід, азотисті сполуки, тетраетилсвинець і т.д.

Розрізняють два типи полів зрошення: комунальні (КПЗ) і землеробські (ЗПЗ). Комунальні поля зрошення являють собою ділянки землі, розділені на окремі поливні карти, ретельно сплановані й обладнані постійною зрошувальною й дренажною самопливною мережею. Землеробські поля зрошення – іригаційно-меліоративні споруди, спеціально організовані земельні угіддя, на які круглорічно і цілодобово надходять стічні води колгоспів і радгоспів для знешкодження й одночасно для вирощування сільськогосподарських.

Основне призначення КПЗ – очистка й знешкодження стічних вод, а виробництво сільгоспродуктів на них має підлегле значення. Тому норми навантаження на ці поля встановлюються з розрахунку знешкодження максимально можливого в даних конкретних умовах кількості стічних вод і звичайно, коливаються від 10 до 30 м<sup>3</sup> на 1 га за добу.

Основне призначення ЗПЗ – одержання високих і стійких врожаїв сільськогосподарських культур, паралельно із знешкодженням стічних вод. Відповідно до цього норми навантаження на ЗПЗ установлюються з розрахунку необхідної кількості вологи і поживних речовин для вирощування даної культури і складають не більш 5-20 м<sup>3</sup> га на добу.

Перші вимагають ретельного планування (горизонтальної поверхні поливних карт), а другі плануються під природний ухил території. По ефективності знешкодження й очищенню стічних вод КПЗ поступаються перед ЗПЗ.

На відміну від комунальних і землеробських полів зрошення, поля фільтрації (ПФ) виконують лише функції очищення й знешкодження стічних вод. Поля фільтрації влаштовуються на піщаних ґрунтах або на масивах, позбавлених ґрунтів і складених пісками, тобто на відносно добре водопроникних ґрунтах. Норми навантаження на поля фільтрації значно вище, ніж на КПО й ЗПО, і складають від 100 до 300 м<sup>3</sup> на 1 га на добу. Очищення стічних вод на полях фільтрації менш ефективне, чим на полях зрошення.

Очищення і знешкодження стічних вод на полях зрошення і полях фільтрації відбуваються в результаті складної взаємодії ґрунту, води, повітря і мікроорганізмів. Критерієм дотримання умов нормального використання очисної здатності полів зрошення є поливні норми. Порушення цих норм приводить до підвищення рівня ґрутових вод на зрошуваних ділянках і прилягаючих до них площах, заболочення, зниження ефекту знешкодження стічних вод, сольового і бактеріального забрудненню ґрутових вод.

## 2. Моделювання забруднення ґрутових вод у зоні впливу сховищ промислових чи побутових відходів

Забруднені стічні води, або тверді відходи, потрапляючи в ґрутові чи підземні водоносні горизонти не залишаються на місці, а починають розсіюватись по водному потоку, підхоплюються цим потоком і переносяться ним. Напрям цього перенесення співпадає з напрямом залягання пластів водотривких порід. Швидкість перенесення може бути дуже різною – це залежить від багатьох причин. Основними з них є: фільтраційна здатність гірських порід, інтенсивність потоку підземних вод, концентрація забруднюючої речовини, геологічна будова території, наявність “гідрогеологічних вікон”, близькість до поверхневих водотоків і водойм, а також до водозабірних свердловин тощо.

Найбільший інтерес при моделюванні і прогнозуванні результатів міграції шкідливих речовин стічних вод має час змикання рівня ґрутових вод із стічними водами, що фільтруються з поверхні. Для умов однорідної геологічної будови зони аерації і постійного рівня стічних вод у сховищі він визначається за формулою [стольберг]:

$$t = \frac{nH_0}{k} \left[ \frac{m}{H_0} - \ln \left( 1 + \frac{m}{H_0} \right) \right] \quad (1)$$

де  $H_0$  – глибина шару стічних вод у сховищі, м;  $k$  – коефіцієнт фільтрації;  $m$  – потужність порід зони аерації, м;  $n$  – їх пористість.

Як видно з формулі (1), час проникнення фільтрату до рівня ґрутових вод залежить від фільтраційних властивостей порід зони аерації. Звичайно, це дуже невеликий період. Так, при  $k > 0,5$  м/добу він не перевищує декількох діб навіть при відносно великих потужностях зони аерації ( $m > 10$  м); при  $k < 0,01$  м/добу він зростає до декількох сотень діб.

При багатошаровій будові зони аерації і значному розходженням шарів по проникності для розрахунків застосовуються більш складні формули. Однак у всіх випадках час проникнення забруднення в ґрутові води визначається рухом у найбільш проникному шарі.

Якщо при скиданні стічних вод з постійною витратою  $Q$  на поверхню площею  $F$  приведена витрата  $q = Q / F$  менше або дорівнює коефіцієнту фільтрації  $k$  порід підстилаючого шару, то стічні води повністю фільтруються, не утворюючи на поверхні землі стовпа стічних вод. У цьому випадку час змикання стічних і ґрутових вод визначається за формулою:

$$t = \frac{nm}{\sqrt[3]{q^2 k}} \quad (2)$$

Якщо пропускна здатність підстилаючого шару менше приведеної витрати стічних вод ( $q > k$ ), то на поверхні землі утвориться шар стічних вод. У цьому випадку час фільтрації стічних вод із поверхні землі до рівня ґрутових вод визначається за формулою:

$$t = \frac{m}{\frac{(1-n)k}{2n} + \sqrt{\frac{(1-n)^2 k^2}{4n^2} + \frac{qk}{n}}} \quad (3)$$

Після потрапляння стічних вод у водоносний горизонт вони рухаються по шару, змішуючись із ґрутовими водами. Швидкість руху забруднених вод униз по потоку при їх фільтрації зі сховища витягнутої форми оцінюється за формулою:

$$v = \frac{q}{2mn} + \frac{v_e}{n} \quad (4)$$

де  $q$  — фільтраційні втрати на одиницю довжини сховища,  $\text{м}^2/\text{добу}$ ;  $v_e$  — швидкість фільтрації природного потоку підземних вод, визначається з відношення:

$$v_e = k \circ i \quad (5)$$

де  $k$  — коефіцієнт фільтрації водоносного горизонту,  $i$  — градієнт похилу потоку.

Для сховища круглої або ізометричної форми за час  $t$  під впливом фільтраційних втрат зі сховища  $Q_\phi$  і природного руху підземних вод зі швидкістю  $v_e$  відбудеться переміщення забруднених вод по шару на відстань  $x$ :

$$x = \sqrt{R_k^2 + \frac{Q_\phi t}{\pi m}} + \frac{v_e}{n} - R_k \quad (6)$$

де  $R_k$  — радіус сховища.

Крім ведучого процесу — фільтрації, що визначає просування забруднюючих речовин у підземні води, у породах відбуваються процеси їх сорбції, дифузії в слабопроникні відклади, деструкції органічних забрудників і деякі інші, котрі ведуть до зниження їх концентрації, зумовлюючи тим самим самоочищення підземних вод.

Під **самоочищеннем природних вод** розуміють усю сукупність природних процесів у забруднених водах, спрямованих на відновлення їх первісного складу і властивостей. У підземних водах самоочищенню сприяють хімічне й біохімічне окислення у водній масі і водовміщуючих породах, процеси сорбції й іонного обміну, що локалізують вогнища забруднення.

Для кількісної оцінки процесу самоочищення в підземних водах використовують рівняння:

$$K = \frac{1}{t \ln \left( \frac{C_1}{C_0} \right)} \quad (7)$$

де  $K$  — сумарна константа швидкості самоочищення,  $1/\text{добу}$ ;  $t$  — час очищення, діб;  $C_1$  і  $C_0$  — початкова й кінцева концентрація забруднюючої речовини.

При наявності мережі спостережливих свердловин і статистично забезпечених результатів гідрохімічного аналізу оцінку інтенсивності процесів самоочищення проводять балансовим методом із використанням рівняння:

$$dM/dt = A - KM \quad (8)$$

де  $M$  – загальна маса забруднюючої речовини в зоні забруднення, кг;  $A$  – швидкість надходження забруднюючої речовини, кг/добу, (оцінюється розрахунковим методом або за даними підприємства- джерела забруднення);  $K$  – сумарний коефіцієнт швидкості самоочищення, доба<sup>-1</sup>.

Розрахунок коефіцієнтів самоочищення для ряду речовин різних джерел забруднення підземних вод дає величину в межах 0,00020-0,00045 1/добу [стольберг]. Таким чином, інтенсивність процесу самоочищення в підземних водах на три порядки нижче, ніж у поверхневих. Особливо важливий контроль і вивчення кінетики самоочищення підземних вод у районах міських смітників і полігонів складування відходів. Самоочищення, в значній мірі, залежить також від хімічного складу стічних вод, їх температури, геологічної будови водовмісних порід, ступеня їх, пористості, аерації та водонасичення.

*Таблиця 1. Вихідні дані для розрахунку*

Варі-анти	$n$	$m$ , м	$k$ , м/добу	$Q$ , м <sup>3</sup>	$F$ , м <sup>2</sup>	$i$	$Q_{\phi}$ , м <sup>3</sup>	$C_1$ , мг/л	$C_0$ , мг/л	$M$ , кг	$A$ , кг/добу
1	0.0739	4.0	0.42	71.5	8723	0.0089	21.5	0.1836	0.1081	71.472	14.010
2	0.0594	10.3	0.48	100.4	9328	0.0032	50.4	0.2170	0.0946	100.394	22.470
3	0.1424	8.3	0.61	87.2	10913	0.0046	37.2	0.2185	0.1068	87.176	21.277
4	0.0456	11.7	0.57	97.9	9820	0.0071	47.9	0.2080	0.1113	97.928	20.216
5	0.1047	10.4	0.44	97.9	8316	0.0074	47.9	0.1663	0.0799	97.930	22.561
6	0.0702	9.9	0.36	101.5	9138	0.0053	51.5	0.1535	0.0557	101.468	20.505
7	0.0698	9.2	0.47	91.8	9293	0.0086	41.8	0.2156	0.1079	91.766	19.725
8	0.0328	12.5	0.50	86.7	10391	0.0094	36.7	0.2134	0.0897	86.710	21.731
9	0.0577	11.9	0.59	96.4	9203	0.0076	46.4	0.2094	0.1032	96.358	19.102
10	0.0618	11.3	0.27	84.3	9504	0.0124	34.3	0.2200	0.1246	84.278	20.297
11	0.0809	8.1	0.53	88.9	10426	0.0100	38.9	0.2063	0.1239	88.899	18.088
12	0.0456	12.2	0.39	111.3	9165	0.0038	61.3	0.2052	0.1051	111.313	22.163
13	0.0706	11.1	0.50	108.1	10412	0.0084	58.1	0.2218	0.1459	108.104	19.421
14	0.0539	10.1	0.43	84.3	11779	0.0064	34.3	0.1986	0.1173	84.291	15.828
15	0.0541	9.0	0.46	97.4	11164	0.0106	47.4	0.1611	0.0744	97.448	24.161
16	0.0625	5.7	0.47	107.6	10260	0.0066	57.6	0.1612	0.0952	107.623	20.222
17	0.0826	7.3	0.61	98.9	10505	0.0064	48.9	0.1730	0.0792	98.925	22.680
18	0.1251	9.3	0.47	98.1	8692	0.0055	48.1	0.1733	0.1158	98.111	22.904
19	0.1041	7.9	0.68	103.9	11758	0.0095	53.9	0.2235	0.0860	103.858	18.339
20	0.1221	8.1	0.48	103.2	9652	0.0068	53.2	0.2015	0.0941	103.243	22.389
21	0.0121	14.5	0.42	88.4	7794	0.0111	38.4	0.2182	0.0744	88.442	19.158
22	0.0369	9.7	0.41	105.2	9783	0.0075	55.2	0.2249	0.1432	105.177	22.785
23	0.0685	7.6	0.47	93.0	11160	0.0054	43.0	0.1941	0.0921	93.034	20.390
24	0.0354	4.8	0.46	114.9	11076	0.0054	64.9	0.2068	0.0937	114.856	18.447
25	0.0773	5.3	0.57	79.4	9196	0.0068	29.4	0.2064	0.1326	79.410	19.772
26	0.0361	9.4	0.42	97.9	10069	0.0056	47.9	0.1855	0.1108	97.860	21.138
27	0.0851	10.2	0.45	97.1	9033	0.0031	47.1	0.2131	0.0802	97.056	18.184
28	0.1638	10.4	0.47	87.0	11109	0.0098	37.0	0.1954	0.1109	86.973	17.106
29	0.0345	10.5	0.58	96.0	9350	0.0096	46.0	0.2118	0.1024	96.050	22.642
30	0.0218	10.5	0.42	91.8	8646	0.0048	41.8	0.2095	0.0956	91.799	18.517

### Практичні завдання:

1. Розрахувати динаміку проникнення забруднюючих речовин у ґрунтові води та побудувати епюру залежності глибини проникнення забруднених стоків від об'єму їх скиду за наступних умов

Нафтопереробний завод здійснює скид забруднених стічних вод витратою  $Q$  у ставок-накопичувач круглої форми з площею водного

дзеркала  $F$ . Породи, у яких відбувається фільтрація характеризуються коефіцієнтом фільтрації  $k$ , потужністю  $m$ , пористістю  $n$ .  
Фільтраційна витрата при цьому становить  $Q_\phi$ .

Для виконання даного завдання спочатку потрібно визначити час змикання рівня ґрунтових вод із стічними водами, що фільтруються з поверхні. Він визначається за формулами (1-3). Дані для розрахунку наведені в таблиці 1. Врахуйте, що рівень  $H_0$ , який використовується у формулах (1-3), можна виразити через витрату стічних вод  $Q$  і площу водного дзеркала ставка-накопичувача  $F$ .

Для оцінки динаміки фільтрації забруднених стоків необхідно розрахувати значення швидкості руху забруднених вод униз по потоку при їх фільтрації ( $v$ ) за формулою (4, 5) та переміщення забруднених вод по шару на відстань  $x$  за формулою (6).

Для побудови епюри скористаємося припущенням, що витрата забруднених стоків здійснюється за наступною закономірністю:  $Q/10, Q/5, Q/2, Q, 2Q, 3Q, 4Q, 5Q, 10Q, 20Q$ . Для кожного значення  $Q$  потрібно розрахувати відповідне йому значення  $t$ , підставивши його у формулу (6). За отриманою послідовністю залежностей  $x$  від  $Q$  потрібно побудувати графік-епюру. Епюра будеться наступним чином: на вертикальній осі вниз відкладається глибина проникнення забруднених стоків, а на горизонтальній осі вправо – об’єм скиду стічних вод. Епюру зручно будувати на міліметровому папері. Масштаб довільний.

Для розрахунку та побудови епюри зручно використати розрахункові та графічні можливості комп’ютерних програм. Наприклад, *MS Excel*, *MathCad*. Після завершення побудови в цих програмах зручно розрахувати параметри рівняння лінії регресії, яка апроксимує залежність  $x$  від  $Q$ . Методика розрахунку цих параметрів із допомогою табличного процесора *MS Excel* детально розглядалась нами при виконанні лабораторної роботи № 6.

Після цього потрібно проаналізувати побудований графік та розраховані характеристики динаміки стічних вод, відповівши на запитання:

- які фактори в найбільшій мірі впливають на глибину проникнення забруднення стоків?
- як змінюється швидкість фільтрації із збільшенням об’єму скиду стічних вод?
- яким типом функції найкраще апроксимується графік залежності  $x$  від  $Q$ ?
- про що свідчать коефіцієнти у отриманому рівнянні регресії?

## 2. За даними таблиці 1 розрахуйте динаміку здатності підземних вод до самоочищенння. Побудуйте номограму залежності здатності підземних вод до самоочистки і глибини проникнення забруднених стоків від об’єму їх скиду (витрати) в ставок-накопичувач

Для виконання даного завдання слід скористатись формулами (7-8). Спочатку слід розрахувати сумарну константу швидкості самоочищенння  $K$ , а потім величину знешкодженої маси забруднюючих речовин за певний проміжок часу  $dM/dt$ . Тривалість проміжку часу у цьому завданні, як і у попередньому, теж залежить від об’єму скинутих стоків, а тому значення  $t$  беруться ті, які були розраховані в завданні 1. Врахуйте, що при скиді забруднених стоків в вставок-накопичувач загальна маса забруднюючої речовини в зоні забруднення не буде сталою і не буде дорівнювати початковому значенню  $M$  із таблиці 1. Вона буде збільшуватись не кожному наступному етапі розрахунку на величину  $A$  попереднього скиду. Тому при розрахунках у формулу (8) потрібно підставляти накопичені загальні маси забруднюючої речовини в зоні забруднення.

Останнє положення дозволяє нам побудувати номограму залежності здатності підземних вод до самоочистки  $dM/dt$  і глибини проникнення забруднених стоків  $x$  від об’єму їх скиду (витрати) в ставок-накопичувач  $Q$ .

Номограма будеться наступним чином: на вертикальній осі вверх відкладається об’єм скиду (витрати) забруднених стоків в ставок-накопичувач, на горизонтальній вліво –

відповідні цим об'ємам глибини проникнення забруднених стоків, на горизонтальній осі вправо – відповідні певним витратам значення самоочистки підземних вод. Графік теж будується на міліметровому папері, масштаб довільний. Так само, як і в попередньому завданні, для графіку функції  $dM/dt (Q)$  потрібно розрахувати коефіцієнти рівняння та визначити тип функції рівняння лінії тренду. Зручно скористатись *MS Excel*.

Після цього потрібно проаналізувати побудований графік та розраховані значення самоочистки підземних вод, відповівши на запитання:

- від яких факторів залежить здатність підземних вод до самоочистки;
- як змінюється інтенсивність самоочистки із збільшенням об'єму скиду стічних вод?
- яким типом функції найкраще апроксимується графік залежності  $dM/dt (Q)$  ?
- про що свідчать коефіцієнти у отриманому рівнянні тренду?

### **Контрольні запитання:**

1. Поняття про забруднення підземних вод
2. Галузева специфіка складу речовин-забрудників підземних вод
3. Класифікація басейнів і сховищ промислових відходів і стоків
4. Класифікація полів зрошення
5. Моделювання часу змикання рівня ґрутових вод із стічними водами, що фільтруються з поверхні
6. Моделювання швидкості руху забруднених вод униз по потоку при їх фільтрації зі сховища витягнутої форми
7. Моделювання переміщення забруднених вод по шару підстилаючих порід
8. Визначення константи самоочищення підземних вод
9. Моделювання інтенсивності процесів самоочищення
10. Методика побудови епюру залежності глибини проникнення забруднених стоків від об'єму їх скиду
11. Методика побудови номограму залежності здатності підземних вод до самоочистки і глибини проникнення забруднених стоків від об'єму їх скиду

### **Теми рефератів:**

1. Інші методи моделювання забруднення та самоочистки підземних вод

### **Рекомендована література:**

1. Горєв Л.М. Основи моделювання в гідроекології. Підручник. – К.: Либідь, 1996. – 336 с.
2. Жуков В.Т., Сербенюк С.Н., Тикунов В.С. Математико-картографическое моделирование в географии. – М.: Мысль, 1980. – 224 с.
3. Лаврик В.І. Методи математичного моделювання в екології. – К.: Фітосоціоцентр, 1998. – 132 с.
4. Лаврик В.І. Методи математичного моделювання в екології: Навчальний посібник. – К.: Видавничий дім “КМ Академія”, 2002. – 203 с.
5. Марчук Г.І. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. – М.: Наука, 1982 . – 320 с.
6. Модели управления природными ресурсами / Под ред. В.И. Гурмана – М.: Наука, 1981. – 264 с.
7. Моделирование гидрогеологических условий охраны подземных вод / Лялько В.И., Бут В.С., Филипов Ю.С. и др. – К.: Наукова думка, 1980. – 192 с.
8. Шелугто В.А. Численные методы в гидрологии. – Ленинград: Гидрометеоиздат, 1991. – 240 с.

**Завдання 1.**  
**Розрахунки**

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

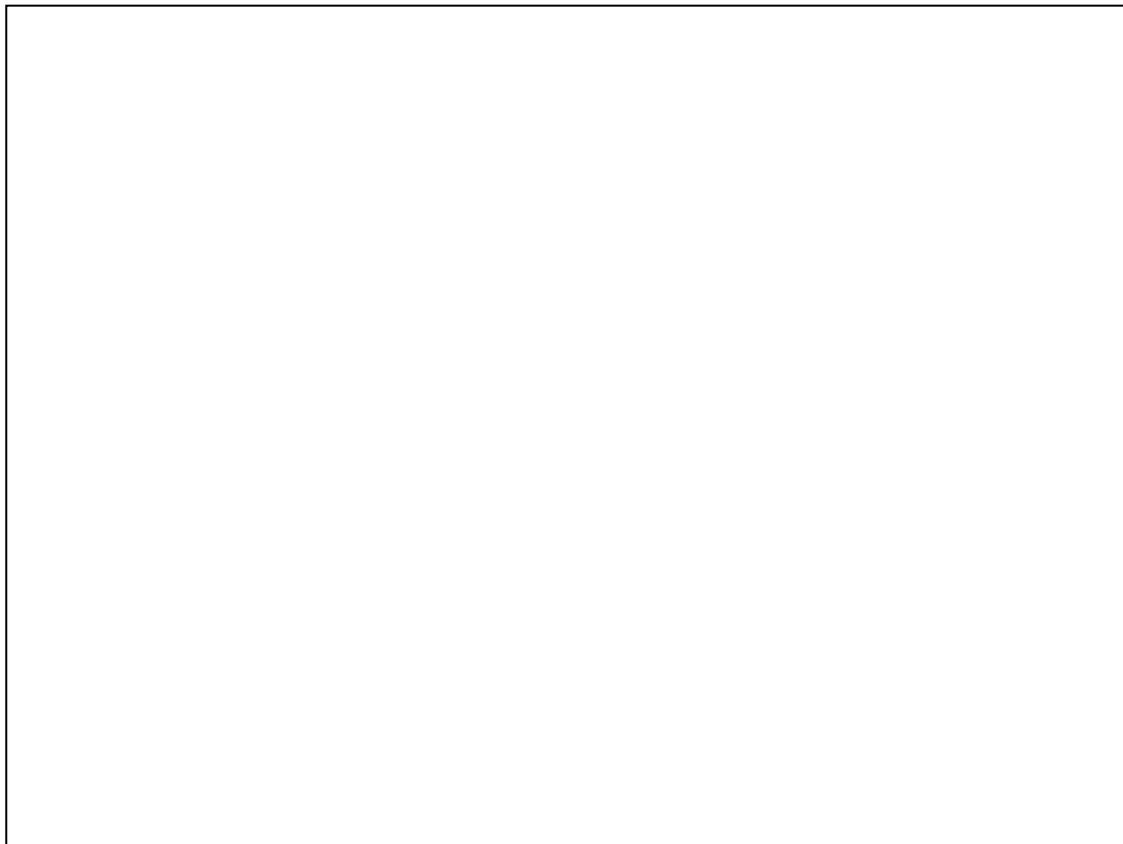


Рис. 1. Епюора залежності глибини проникнення забруднених стоків від об'єму їх скиду

**Завдання 2.**  
**Розрахунки**

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

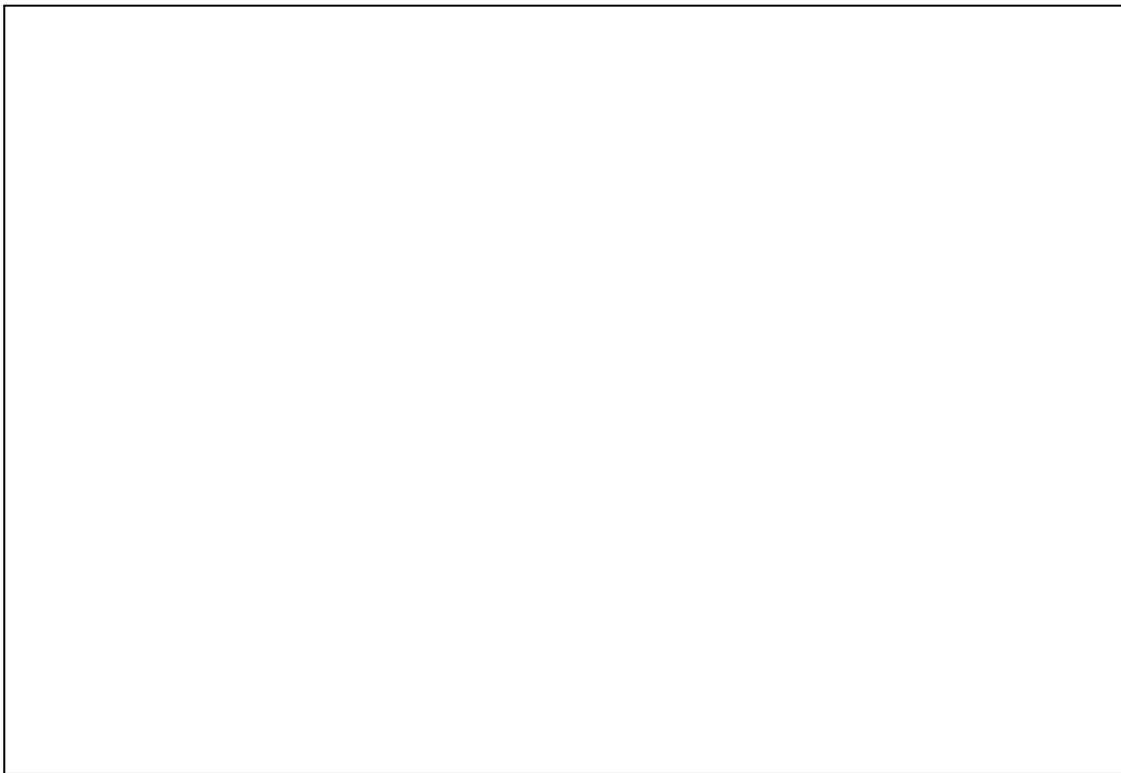


Рис. 1. Номограма залежності здатності підземних вод до самоочистки і глибини проникнення забруднених стоків від об'єму їх скиду

## Аналіз

## Практична робота № 6

### Моделювання міграції радіонуклідів у ґрунті

**Мета заняття:** сформулювати поняття про моделі міграції радіонуклідів у ґрунті, навчитись будувати моделі динаміки радіоактивних речовин у поливних водах та зрошуваних ґрунтах, оцінювати точність та адекватність моделі, фактори, що їх зумовлюють

**Зміст заняття:**

1. Загальне поняття про міграцію радіонуклідів
2. Модель міграції радіонуклідів у системі “ґрунт – вода” при вирощуванні сільськогосподарських культур в умовах зрошення

#### Теоретичні положення:

##### 1. Загальне поняття про міграцію радіонуклідів

**Проблеми забруднення оточуючого середовища штучними радіоактивними речовинами тісно пов’язані з використанням енергії розщеплюваного ядра. Безпечно використання ядерної енергії у мирних цілях повинно базуватися на глибокому знанні закономірностей міграції штучних радіонуклідів по біологічному та харчовому ланцюгах, включаючи міграцію в ґрунтах і рослинах.**

В разі аварій атомних реакторів, або при інших ситуацій, коли мають місце викиди радіоактивних речовин, продукти розпаду поширяються у нижніх шарах тропосфери на відстанях, котрі вимірюються десятками та сотнями кілометрів. Після вибухів ядерних бомб поширення дрібнодисперсних радіоактивних частинок набуває глобального характеру, особливо під час повітряних вибухів великої потужності. Під час таких вибухів радіоактивна хмара захоплюється стратосферними повітряними течіями і переноситься переважно в широтному напрямку із швидкістю до 100 км/год.

Джерелом надходження продуктів ядерного поділу (ПЯП) у зовнішнє середовище можуть бути ядерні вибухи й викиди підприємств ядерної енергетики. Радіоактивне забруднення при ядерних вибухах в основному обумовлено продуктами поділу. Джерелом забруднення є також радіонукліди наведеної активності в результаті активації нейtronами ґрунту (породи), води та ін. Найбільшої уваги з радіонуклідів наведеної активності заслуговують  $^{24}\text{Na}$ ,  $^{42}\text{K}$ ,  $^{45}\text{Ca}$ ,  $^{56}\text{Mn}$ ,  $^{59}\text{Fe}$ ,  $^3\text{H}$ ,  $^{14}\text{C}$ ,  $^{39}\text{Ar}$ . Характер забруднення визначається потужністю, місцем вибуху і метеорологічними умовами. Метеорологічні умови в основному визначають ступінь і характер розсіювання радіоактивних продуктів, тобто їх концентрації, а якісний склад залежить від параметрів вибуху й властивостей середовища, в якому відбувається вибух.

Носієм активності є аерозолі, які утворюються в результаті конденсації радіоактивних і нерадіоактивних продуктів вибуху. Розміри радіоактивних частин варіюють у широких межах – від сотих долей мікрона до декількох міліметрів. Більш крупні частини утворюються при наземних вибухах. Після утворення хмари вибуху рух частин визначається переміщенням їх разом з повітряними потоками й осадженням під дією гравітаційних сил. Питання ці достатньо повно дослідженні і широко представлені в численних публікаціях. Відмітимо лише, що місцеві випадання характеризуються високою густиною забруднення, особливо при наземних вибухах. На їх долю, в залежності від умов вибуху, приходиться від 30 до 70% радіоактивних продуктів. Випадання в значній мірі складають короткоживучі радіонукліди. В цих зонах можна очікувати гострих радіаційних уражень.

Аерозольні частини, інтектовані в стратосферу, зумовлюють радіоактивні випадання глобального характеру. Перенесення їх в тропосферу залежить від широти й висоти надходження часток в атмосферу, а також – від пори року. Він коливається від 0,3 до 2

років, активність випадання, в основному, обумовлюють  $^{90}\text{Sr}$  і  $^{137}\text{Cs}$ .

Крива розпаду суміші продуктів поділу (від днів до 1 року) описується **формулою Вей-Вігнера:**

$$A = A_1 t^\alpha,$$

де  $A_1$  – сумарна активність продуктів поділу при  $t = 1$  день;  $A$  – активність продуктів поділу через  $t$  днів;  $\alpha$  - показник ступеня порядку, чисельно дорівнює 1,15 – 1,2.

Частки розміром більше 0,1 мм випадають недалеко від джерела викиду на протязі 24 год (**місцеві опади**); розміром 10-100 мкм піднімаються в тропосферу на висоту до 16 км і випадають через 20-30 днів (**тропосферні опади**); радіаційні частки менші за 10 мкм надходять в стратосферу і випадають на дуже значних відстанях від джерела (**стратосферні опади**, на їх долю припадає близько 90% всіх опадів).

Джерелом надходження радіоактивних продуктів у зовнішнє середовище, як було відмічено, є підприємства ядерно-паливного циклу (АЕС, заводи по переробці відпрацьованого палива, сховища радіоактивних відходів). Викиди радіонуклідів у звичайному режимі експлуатації АЕС незначні. Вони, перш за все, обумовлені леткими радіонуклідами – інертними радіоактивними газами (ІРГ) і радіоізотопами йоду. Дози опромінення персоналу і населення в місцях розташування станцій звичайно, нижче допустимих.

Інша ситуація може скластися при аварії. Величина викиду і радіонуклідний склад залежать від характеру аварії і конструктивних особливостей реактора, а також ступеня пошкодження захисних бар'єрів на шляху радіонуклідів у зовнішнє середовище. Особливу небезпеку представляють аварії з руйнуваннями активної зони реактора, коли у зовнішнє середовище поступають не тільки леткі радіонукліди, але і нелеткі. В цьому випадку викиди радіонуклідів можуть досягти величезних кількостей, що приводить до забруднення значних територій. Яскравим прикладом служить аварія на Чорнобильській АЕС.

Дослідження розподілу радіонуклідів по земній поверхні в період інтенсивних глобальних випадів показали, що поряд з неоднорідністю забруднення грунту, яке пов'язане з метеорологічними особливостями розповсюдження, значну роль у формуванні радіаційної ситуації відіграють ландшафтно-геохімічні особливості міграції радіонуклідів.

Існує декілька видів міграції радіонуклідів:

- вітрова;
- водна;
- вертикальна;
- утворення летких сполук.

Величина вторинної вітрової міграції радіонуклідів визначається швидкістю вітру, характером ґрунтової поверхні, дисперсією, формою частинок, які піднімаються вітром, міцністю фіксації їх на ґрунтово-рослинному покриві. Вітрова міграція здійснюється в нижніх шарах атмосфери, тому її вплив, істотний на відносно невеликих відстанях (1-2 км).

Дуже важкі частинки не можуть переміщуватись таким чином і вони рухаються в результаті численних зіткнень із меншими частинками. Такий механізм руху називається **сальтацією**.

Установлено, що з вітровою міграцією радіонуклідів можна успішно боротись за допомогою задерновування, проведення структурних меліорацій, зменшення до мінімуму поверхневого обробітку ґрунту.

Поширення радіоізотопів у воді здійснюється під впливом чинників:

- фізико-хімічних: адсорбція, іонний обмін, осадження, седиментація, флокуляція;
- біотичних: поглинання водними організмами із води, накопичення деяких з них як в організмах, так і в ґрунті.

На поведінку радіонуклідів у річках значно впливає хімічний склад води, ступінь її мінералізації, кількість та характер суспензованих частинок. У річках, де суспензовані тверді частинки мають тенденції до осадження в окремих місцях, більша частина радіоактивних

продуктів затримується саме в таких місцях, утворюючи локальні осередки забруднення. При оцінці ролі й направмку процесів водної міграції радіонуклідів необхідно використовувати біогеохімічні методи, які лежать в основі характеристики ландшафтних об'єктів (ґрунти, рослинність води тощо) на генетично визначених ділянках, які розрізняються за віком, за властивостями ґрунтів і порід, а також рельєфом, режимом зволоження, розвитком і т.д. Особливе місце займає міграція радіонуклідів із водами р.р. Прип'ять – Дніпро, яка знижується за рахунок двох тенденцій:

- триваючої фіксації радіонуклідів частками ґрунтів водозаборів;
- зменшення обмінних форм радіонуклідів внаслідок їх вимивання до руслової сітки інфільтрацією й заглиблення радіонуклідів у нижчі шари ґрунтів.

**Таблиця 1. Орієнтовне забруднення радіонуклідами водосховищ**

Водосховище	Запас $^{137}\text{Cs}$ , ТБк	Щільність забруднення, ПБк/км <sup>2</sup>
Київське	79,55	86,21
Канівське	37,0	54,76
Кременчуцьке	26,27	11,84
Дніпродзержинське	4,26	7,4
Каховське	6,1	2,96

На шляху руху водних мас відбувається зниження концентрацій радіонуклідів унаслідок розбавлення забруднених мас „чистими” водами бокових притоків.

За ступенем переходу цезію до водної рослинності можна побудувати такий ряд:

Водорості → рослинність, що занурена у воду → прибережноводні рослини → рослини, що плавають на поверхні (Огородніков А.В., 2002)

На орних землях, зайнятих під посівами с/г культур, в рік із поверхневими водами виносяться в середньому 1%  $^{90}\text{Sr}$ . Міграція радіонуклідів до рівня ґрутових вод супроводжується винесенням їх у річкові екосистеми.

Відносно висока міграційна активність  $^{90}\text{Sr}$  пов’язана з його здатністю утворювати комплекси з органічною речовиною. Завдяки цьому він може знаходитись розчиненим в катіонній, аніонній і нейтральній формі, що дозволяє йому долати геохімічні бар’єри і досягти навіть глибоких ґрутових вод. Дуже інтенсивно перерозподіляються радіонукліди в ландшафтах, які характеризуються переворотенням, і, де можливе забруднення ґрутових вод.

Інтенсивність *вертикальної міграції* визначається механічними й фізико-хімічними властивостями ґрунту, а також хімічною природою радіонуклідів. Рух радіоактивних речовин по профілю ґрунту може бути наслідком *механічного* перенесення частинок, а також – *дифузії*. Механічне перенесення продуктів розпаду особливо інтенсивно протикає на с/г угіддях, де радіонукліди досить рівномірно розподіляються в об’ємі орного шару внаслідок багаторазового переорювання. Такий рух частинок називається “*кольматациєю*”. Визначальним фактором міграції радіонуклідів по вертикальному профілю є рух ґрутової вологи (фільтраційний, капілярний, термовологоперенесення).

Дифузія представляє собою процес перенесення речовин з однієї частини системи в іншу в результаті хаотичного руху молекул. На величину і напрямок руху іонів впливають вміст мінералів і колоїдів, щільність ґрунту й вологість. Наприклад, при одній і тій же вологості ґрунту коефіцієнт дифузії  $^{90}\text{Sr}$  зростає в 3-6 разів при зміні щільності з 1,2 до 1,7 г/см<sup>2</sup>. Коефіцієнти дифузії деяких радіонуклідів у ґрунті наведено в таблиці 2.

**Таблиця 2. Коефіцієнти дифузії радіонуклідів у ґрунті**

Радіонуклід	D, см <sup>2</sup> /с	Автори
$^{90}\text{Sr}$	$(0,6 - 5,4) \cdot 10^{-7}$	Поляков Ю.А., Павлоцька Ф.І.
$^{137}\text{Cs}$	$(0,1 - 1,5) \cdot 10^{-7}$	Прохоров В.М.
$^{131}\text{I}$	$(1,4 - 2,5) \cdot 10^{-7}$	Простер Б.С.

Радіонукліди йоду, телуру, тритію, вуглецю та інш. утворюються при поділі елементів у газоподібному стані. Радіонукліди ряду елементів (у т. ч. найбільш довгоживучих і рухомих в біологічних ланцюгах) – таких як  $^3\text{H}$ ,  $^{14}\text{C}$ ,  $^{129}\text{I}$  можуть у процесі міграції утворювати летючі сполуки і переходити з ґрунту, води, рослинного покриву в атмосферу. Процес переходу радіонуклідів із природних середовищ в атмосферу називають **улетучуванням**, на відміну від *ексхалляції* радону ( $^{222}\text{Rn}$ ), торону, вивільнення яких в атмосферу зумовлено тільки фізичними факторами (сорбцією, вентиляцією в ґрунті і т.д.).

Леткість радіонуклідів визначається також факторами біологічної і хімічної природи – диханням, фотосинтезом, розкладом тваринних і рослинних залишків мікроорганізмами, окисно-відновними реакціями з утворенням молекулярних сполук  $\text{I}_2$ ,  $\text{H}_2$ ,  $\text{CH}_4$  і інш.

Знання напрямів та шляхів міграції радіонуклідів має велике значення для оцінки радіологічного стану. Наприклад, радіоактивне забруднення екосистем р. Теча (вода, донні і алювіальні відклади заплави, рослинність та ін.), яке викликане викидами рідких радіоактивних відходів радіохімічного виробництва ВО “Маяк” в період з 1949 по 1956 р., і наступний перерозподіл радіонуклідів (аерозольне і дифузне перенесення, поширення домашніми тваринами, водоплаваючою птицею та ін.) привели до значного радіоактивного забруднення навколишніх територій, особливо в місцях, які піддалися інтенсивній господарській діяльності. До категорії останніх відноситься територія селища Муслюмова.

Радіоактивний стан на цій території вивчається протягом багатьох років. Як правило наводяться уривчасті дані, які характеризують рівні забруднення на тих чи інших ділянках території і не створюють цілісної картини. При цьому вивчено в основному забруднення території радіоізотопами  $^{137}\text{Cs}$  і  $^{90}\text{Sr}$ . Дані по забрудненню  $\alpha$ -випромінювачами в районі впливу ВО “Маяк” практично не обговорювались. В матеріалах комісії по вивченю радіаційної ситуації у Челябінській області, створеної свого часу за розпорядженням Президента СРСР, тільки констатується присутність плутонію в мулах р. Теча в районі сел. Муслюмово. Оскільки  $^{239}\text{Pu}$  є одним з найбільш радіотоксичних елементів, який володіє до того ж високою хімічною токсичністю, резонним є питання про можливість розносу цього випромінювача як у межах заплави р. Теча, так і по території проживання всього населення. Крім того, враховуючи, що в теперішній час основний внесок у дозові навантаження на населення належать внутрішньому опроміненню, велике практичне значення має інформація про присутність  $\alpha$ -випромінювачів в місцях проживання людей і забруднення цими випромінювачами різних біологічних об'єктів. Якщо для  $^{137}\text{Cs}$  і  $^{90}\text{Sr}$  це питання вивчено детально, як на прикладі Уральського регіону, так і інших районів, то дані про розподіл  $\alpha$ -випромінювачів в цих регіонах не приводиться. Виняток становлять дані по Чорнобильській зоні, де  $\alpha$ -випромінювачі (уран, плутоній) випадали у вигляді “гарячих частинок”, які являли собою карбіди урану і плутонію. В цьому регіоні не було знайдено надходження урану і плутонію в різних рослинах через кореневу систему, а тільки виявились “гарячі частинки” на зовнішніх поверхнях рослин. В Уральському регіоні хімічна форма плутонію і урану зовсім інша, утворення хімічно інертних карбідів у даному випадку малоямовірна, тому не має підстав передносити Чорнобильські дані на Уральський регіон (Берзіна І.Г., 1993).

Отже, оцінка радіаційної і санітарно-гігієнічної ситуації на основі визначення забруднення місцевості в період після випадання обов'язково повинна передбачати можливість зміни концентрації забруднювачів у результаті процесів ***вторинної міграції***.

Необхідно пам'ятати, що головною умовою зниження міграції радіонуклідів в горизонтальному і вертикальному напрямках є збереження гумусового горизонту (лісовій підстилки, лугової дернини), який виконує захисну функцію.

Ліс – це своєрідний природний комплекс, в якому первинний розподіл і наступна міграція радіонуклідів має свою специфіку, в порівнянні з іншими ландшафтами. Він володіє здатністю міцно утримувати радіонукліди, перешкоджаючи цим їх винесення за межі забрудненої території. Тобто, лісові масиви виконують захисну функцію щодо вторинного забруднення радіонуклідами. З цією метою доцільно збільшувати відсоток насаджень, а існуючі – зберігати в замкненому виді. (Марадулін І.І., 1996). Тому необхідно проводити ряд

заходів на забруднених заліснених територіях:

- екологічно ефективне, науково обґрунтоване ведення лісового господарства;
- посилення охорони лісів від пожеж;
- здійснення лісового радіаційного моніторингу;
- уведення сертифікації всіх видів лісової продукції;
- розширення наукових досліджень;
- розвиток інформаційного обслуговування місцевого населення.

Необхідно пам'ятати, що головною умовою зниження інтенсивності міграції радіонуклідів в горизонтальному й вертикальному напрямках є збереження гумусового горизонту (лісової підстилки, лугової дернини), який виконує захисну функцію.

Окремо можна виділити накопичення радіонуклідів в живих організмах та їх рух в біосфері – так звану **біологічна міграція**, яка є одним із шляхів надходження в організм людини. Це пов’язано з тим, що довгоживучі радіонукліди увійшли в біологічний цикл: ґрунт → рослина → тварина → людина.

*Вплив фізико-хімічних властивостей радіонуклідів на їх перехід з ґрунту в рослини.* Накопичення радіонуклідів рослин із ґрунту залежить від комплексу факторів, серед яких можна виділити 4 основні групи:

- фізико-хімічні властивості радіонуклідів;
- агрохімічна характеристика ґрунту;
- біологічні особливості рослин;
- агротехніка вирощування культур.

Критерієм оцінки надходження радіонуклідів із ґрунту в рослини є коефіцієнт біологічного поглинання (КБП – це відношення відносної кількості елементу в рослині до його відносної кількості в земній корі).

За коефіцієнтами біологічного поглинання всі хімічні елементи поділяють на 4 групи:

1. КБП > 10 – група елементів енергійного накопичення (P, S, Cl, I)
2. КБП у межах 1-10 - група елементів сильного накопичення (Ca, K, Mg, Zn, Se, Sr)
3. КБП у межах 0,01-1 - група елементів слабкого накопичення і середнього захвату (Mn, F, Co, As, Mo, Ag, Ra, Cu, N)
4. КБП < 0,01 - група елементів слабкого захвату (Si, Al, Ti, Li, Cd, Be, Fe).

Властивості ґрунтів по ступеню їх впливу на коефіцієнт розподілу лужноземельних елементів (Ca, Sr, Ba, Ra) розміщуються в такому порядку: концентрація обмінного Ca → сума обмінних основ → ємність поглинання → вміст гумусу → pH.

Для того, щоб оцінити поведінку радіоізотопів у ґрунті, необхідно знати наступні їх особливості:

- в біогеосфері радіонукліди знаходяться в мікрокількостях;
- кожний радіонуклід може знаходитись в даній системі у багатьох різних ізотопних формах;
- в системі в мікро- і макроконцентраціях може знаходитись інший (чи інші) ізотоп того хімічного елементу, до якого відноситься даний радіонуклід.

До рослин радіонукліди надходять трьома основними шляхами:

- флоральне засвоєння всією надземною масою;
- асиміляція з поверхневої дернини;
- засвоєння із ґрунту при кореневому живленні.

Поведінка стронцію-90 і цезію-137 у системі “ґрунт-рослина” характеризується рядом відмінних особливостей. Надходження стронцію-90 у рослині з ґрунту в більшості випадків при інших однакових умовах приблизно в 10 разів є більшим, ніж цезію-137. Проте, на легких піщаних і торфових ґрунтах Полісся спостерігається інтенсивна міграція цезію-137, при цьому перехід його в рослині іноді рівнозначний накопиченню стронцію-90.

На міграцію радіонуклідів у системі “ґрунт-рослина” великою мірою впливають властивості ґрунтів. Доведено, що міграційна здатність основних радіонуклідів у системі “ґрунт-рослина” на легких ґрунтах значно вища, ніж на ґрунтах більш важкого механічного

складу. На торфовищах інтенсивність переходу цезію-137 у рослини в 3-10 разів вища, ніж на мінеральних ґрунтах.

Ще однією з причин різкого накопичення радіонуклідів рослинами є неоднакове розміщення в ґрунті кореневих систем, і в результаті – неоднакового ступеня взаємодії коренів із найбільш забрудненим горизонтом ґрунту. Ефективне зниження надходження радіонуклідів в рослини може бути досягнуто при переміщенні тонкого верхнього, найбільш забрудненого горизонту (0-5 см), на дно борозни з оранкою відвальним плугом з передплужником. Глибока оранка повинна супроводжуватись обов'язковим внесенням органічних і мінеральних добрив, а при потребі – вапнуванням, із метою зниження надходження радіонуклідів у продукцію.

Для кількісної оцінки поведінки  $^{90}\text{Sr}$  і стабільного Ca, а також  $^{137}\text{Cs}$  і стабільного K ввели коефіцієнт дискримінації, який розраховується за формулою:

$$^{90}\text{Sr/Ca в рослині} [Ki \ ^{90}\text{Sr/g Ca}]$$

$$D = \frac{\text{рухомий } ^{90}\text{Sr/рухомого Ca в ґрунті}}{[Ki \ ^{90}\text{Sr/g Ca}]} \quad (1)$$

$$\text{рухомий } ^{90}\text{Sr/рухомого Ca в ґрунті} [Ki \ ^{90}\text{Sr/g Ca}]$$

Вимірюється коефіцієнт дискримінації у стронцівих (це зісвих одиницях). 1 стронцієва одиниця дорівнює 1 пКі  $^{90}\text{Sr/g Ca}$ . Якщо  $D > 1$ , то стронцій надходить краще в рослину ніж кальцій (так звана дискримінація Ca), якщо  $D < 1$ , то стронцій надходить гірше в рослину ніж кальцій (так звана дискримінація  $^{90}\text{Sr}$ ), а у випадку, коли  $D = 1$ , дискримінація відсутня, обидва елементи однаково можуть надходити в рослини.

## 2. Модель міграції радіонуклідів у системі “ґрунт – вода” при вирощуванні сільськогосподарських культур в умовах зрошення

Вирощування сільськогосподарських культур в умовах зрошення приводить до виникнення проблеми радіонуклідного забруднення ґрунту та рослин. В результаті дефіциту прісних вод для зрошення полів в багатьох регіонах повторно використовують скинуті води. На них припадає близько 30%. Максимальна концентрація радіонуклідів у воді відзначається на початку зрошувального сезону, в середині сезону вона зменшується на порядок, зростаючи наприкінці сезону поливу.

Динаміка вмісту радіонуклідів у зрошувальній воді описується наступним рівнянням:

$$\alpha_{it} = \alpha_{io} \exp(-g_i t + b_i t^2) \quad (2)$$

де  $\alpha_{io}$  та  $\alpha_{it}$  – відносне вміст  $i$ -го радіонукліда у воді у початковий момент часу та наприкінці часу  $t$  (діб), ( $\text{Бк}/\text{м}^3$ );  $g_i$  та  $b_i$  – сталі, які характеризують поведінку  $i$ -го радіонукліда у системі ґрунт-розвчин. Параметри моделі динаміки вмісту радіонуклідів у воді для зрошення наведено в таблиці 4.

**Таблиця 1.** Значення параметрів моделі (2) для різних радіонуклідів

Радіонуклід	$\alpha_{io}$ , ( $\text{Бк}/\text{л}$ ) $(\text{Бк}/\text{м}^3)$	$g_i$ , доба $^{-1}$	$b_i \cdot 10^{-4}$ доби $^{-2}$	$m_i$ , см	$x$ , см
$^{22}\text{Na}$	50	0,15	13,9	$10,6 \pm 1,3$	35,2
$^{45}\text{Ca}$	8,60	0,11	9,0	$1,5 \pm 0,2$	5,0
$^{54}\text{Mn}$	2,60	0,11	10,7	$0,57 \pm 0,06$	1,9
$^{59}\text{Fe}$	0,39	0,03	1,6	–	–
$^{60}\text{Co}$	0,84	0,10	9,7	–	–
$^{65}\text{Zn}$	0,62	0,07	7,5	–	–
$^{90}\text{Sr}$	5,00	0,11	9,4	$1,3 \pm 0,2$	4,3
$^{91}\text{Y}$	1,90	0,13	12,2	–	–
$^{95}\text{Zr} + ^{95}\text{Nb}$	1,80	0,15	14,3	–	–
$^{106}\text{Ru}$	0,90	0,067	4,4	$0,54 \pm 0,08$	1,8
$^{125}\text{Sb}$	0,65	0,11	9,2	–	–
$^{137}\text{Cs}$	0,23	-0,015	-9,1	$0,48 \pm 0,12$	1,6
$^{144}\text{Ce}$	0,19	0,066	8,2	$0,44 \pm 0,28$	1,5

За фізичним змістом  $\alpha_{io}$  відображає здатність радіонуклідів у початковий момент часу переходити з ґрунту у воду та визначається рухливістю радіонуклідів у системі ґрунт-роздчин. Параметри  $g_i$  та  $b_i$ , теж є параметрами рухливості радіонуклідів у системі ґрунт-роздчин:  $g_i$  – характеризує здатність радіонукліда мігрувати вглиб ґрунту та ступінь закріплення у ньому, що зумовлює зниження вмісту радіонукліда у воді, а  $b_i$  – відображає здатність до десорбції радіонукліда з ґрунту у воду, внаслідок чого його вміст у воді може зростати.

Швидкість зміни вмісту радіонукліда у воді можна описати наступним рівнянням:

$$V_\alpha = \frac{d\alpha_t}{dt} = g\alpha_t + 2b\alpha_t t \quad (3)$$

З формули (3) видно, що зниження концентрації радіонуклідів у воді визначається безпосередньо величиною  $g$  та не залежить від часу. Збільшення концентрації радіонуклідів у воді визначається величиною  $b$ , воно пропорційно часу  $t$ . Порівнюючи значення  $g$  та  $b$ , які відображають протилежно направлені процеси, слід відзначити, що перший процес (сорбція радіонуклідів) йде більш інтенсивно, ніж другий (їх десорбція). Недоліком величини  $a$  є її відносність і тому вона не враховує фізичний розпад, який є важливим фактором, що приводить до зниження концентрації радіонуклідів у воді.

При дослідженні вертикальної міграції радіонуклідів у ґрунті, тобто розподілу їх по ґрутових горизонтах виявлено, що наприкінці вегетаційного періоду закономірності такого розподілу описуються наступним експоненціальним законом:

$$C_{ix} = C_{i0} \exp (-0,693 x / m_i) \quad (4)$$

$C_{i0}$  та  $C_{ix}$  – вміст  $i$ -го радіонукліда на поверхні ґрунту та на глибині  $x$  (см), Бк/кг;  $m_i$  – індивідуальна характеристика радіонукліда, яка відповідає глибині, на якій його вміст в ґрунті зменшується у 2 рази.

### Практичні завдання:

#### 1. Змоделювати динаміку відносного вмісту радіонукліду у зрошуваних водах за даними таблиці 2

Для виконання даного завдання потрібно скористатись рівнянням (2). Методика розрахунку описана в другому пункті теоретичних положень даної практичної роботи. В таблиці 2 задано для кожного із варіантів той чи інший радіонуклід, для якого потрібно із таблиці 1 вибрати значення параметрів міграції де  $\alpha_{io}$ ,  $g_i$  та  $b_i$ . Час для розрахунку вибирається з інтервалу 1 доби з кроком 2 години (2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24 год). Оскільки в рівнянні (2) час виражений у добах, то години потрібно перевести в частки доби, тобто поділити на 24 години.

За результатами розрахунків заповнюються другий і третій стовпець таблиці 3. Після заповнення таблиці за її даними потрібно побудувати графік залежності  $\alpha_{it}$  від  $t$ . Дане завдання зручно виконати, використавши розрахункові та графічні можливості табличного процесора MS Excel. Методика проведення розрахунків та побудови графіків за допомогою цієї програми детально описана в попередніх практичних та лабораторних роботах. Єдине зауваження – після побудови графіка, аби збільшити його візуальну цінність і більш глибоко продемонструвати закономірності динаміки відносного вмісту радіонуклідів, потрібно належним чином відформатувати вісь ординат (значень). Для цього клацніть над віссю правою кнопкою миші і з випадаючого контекстуального меню виберіть **Формат осі**. Відкриється діалогове вікно **Формат осі**. Виберіть вкладку **Шкала**. Задайте опцію **Логарифмическая шкала**. Побудуйте для графіка лінію тренду, апроксимуйте її однією із стандартних функцій, визначте рівняння апроксимуючої функції та величину достовірності апроксимації (кофіцієнт детермінації).

**Таблиця 2. Вихідні дані для розрахунку**

Варіант	Завдання 1	Завдання 2	Завдання 3
	Радіонуклід	Радіонуклід	$C_0(^{90}Sr)$ , Бк/кг
1	$^{22}Na$	$^{22}Na$	100
2	$^{45}Ca$	$^{45}Ca$	152
3	$^{54}Mn$	$^{54}Mn$	110
4	$^{90}Sr$	$^{90}Sr$	142
5	$^{137}Cs$	$^{137}Cs$	142
6	$^{54}Mn$	$^{54}Mn$	156
7	$^{90}Sr$	$^{90}Sr$	121
8	$^{137}Cs$	$^{137}Cs$	109
9	$^{54}Mn$	$^{54}Mn$	136
10	$^{106}Ru$	$^{106}Ru$	106
11	$^{90}Sr$	$^{90}Sr$	113
12	$^{137}Cs$	$^{137}Cs$	187
13	$^{144}Ce$	$^{144}Ce$	179
14	$^{54}Mn$	$^{54}Mn$	106
15	$^{90}Sr$	$^{90}Sr$	140
16	$^{137}Cs$	$^{137}Cs$	178
17	$^{54}Mn$	$^{54}Mn$	146
18	$^{106}Ru$	$^{106}Ru$	143
19	$^{90}Sr$	$^{90}Sr$	165
20	$^{137}Cs$	$^{137}Cs$	163
21	$^{144}Ce$	$^{144}Ce$	112
22	$^{137}Cs$	$^{137}Cs$	170
23	$^{54}Mn$	$^{54}Mn$	124
24	$^{90}Sr$	$^{90}Sr$	193
25	$^{137}Cs$	$^{137}Cs$	102
26	$^{54}Mn$	$^{54}Mn$	142
27	$^{106}Ru$	$^{106}Ru$	138
28	$^{90}Sr$	$^{90}Sr$	110
29	$^{90}Sr$	$^{90}Sr$	135
30	$^{137}Cs$	$^{137}Cs$	121

**Таблиця 3. Результати розрахунку динаміки й швидкості зміни вмісту та розподілу вглиб ґрунту радіонукліда  $^{90}Sr$** 

$t$ , годин	$t$ , діб	$\alpha_t$ , (Бк/л)(Бк/м <sup>2</sup> )	$V_{\alpha}$ , ((Бк/л)(Бк/м <sup>2</sup> ))/добу	$x$ , см	$C_x$ , Бк/кг
2				10	
4				20	
6				30	
8				40	
10				50	
12				60	
14				70	
16				80	
18				90	
20				100	
22					
24					

Заповнену таблицю 3 та побудований графік залежності  $\alpha_{it}$  від  $t$  скопіюйте в звітний файл MS Word і проаналізуйте, приділивши увагу таким питанням:

- від чого залежить динаміка вмісту радіонуклідів у зрошуваній воді;
- як вона змінюється протягом доби;
- якою функцією з якою достовірністю апроксимується дана залежність;
- чи можна віднести вибраний Вами радіонуклід до інтенсивно мігруючих;
- що можна сказати про здатність даного радіонукліда до сорбції та десорбції.

## **2. Змоделювати динаміку швидкості зміни вмісту радіонукліду у зрошуваних водах за даними таблиці 2**

Дане завдання виконується аналогічно попередньому. Для переведених у частки доби значень часу розраховуються відповідні їм швидкості міграції (zmіни вмісту) радіонуклідів у зрошуваній воді за рівнянням (3). Результати розрахунків заносяться в четвертий стовпець таблиці 3. Потім будеться графік залежності  $V_a$  від  $t$ . Для покращення параметрів візуалізації моделі задайте для осі значень графіка логарифмічний масштаб. Побудуйте для графіка лінію тренду, апроксимуйте її однією із стандартних функцій, визначте рівняння апроксимуючої функції та величину достовірності апроксимації (коєфіцієнт детермінації).

Графік копіюється у звітний файл *MS Word*. При аналізі результатів розрахунків та графіка дайте відповідь на запитання:

- від чого залежить швидкість зміни вмісту радіонуклідів у зрошуваній воді;
- як вона змінюється протягом доби;
- якою функцією з якою достовірністю апроксимується дана залежність;
- чи можна віднести выбраний Вами радіонуклід до швидко переходячих з ґрунту у воду;
- що можна сказати про взаємозв'язок вмісту радіонукліду і швидкості його міграції у різні моменти часу  $t$ .

## **3. Змоделювати розподіл радіонукліду $^{90}\text{Sr}$ на різних глибинах в ґрунті**

Розрахунки здійснюються за рівнянням (4), підставивши значення параметрів моделі розподілу радіонукліду по ґрунтових горизонтах з таблиць 1 і 2. Результати розрахунків занести в останній стовпець таблиці 3. Побудувати епюру вмісту радіонукліду на різних глибинах ґрунту (графік залежності  $C_x$  від  $x$ ). Врахуйте, що при автоматичній побудові епюри в *MS Excel* для відображення збільшення глибини ґрунту вниз по шкалі значень (ординат) потрібно задати значення глибин із знаком “-”. Тоді *MS Excel* відкладе їх униз від осі абсцис (категорій), що відповідає природному стану. Для покращення параметрів візуалізації моделі задайте для осі значень графіка логарифмічний масштаб. Побудуйте для графіка лінію тренду, апроксимуйте її однією із стандартних функцій, визначте рівняння апроксимуючої функції та величину достовірності апроксимації (коєфіцієнт детермінації).

Результати розрахунків та побудований графік скопіюйте в *MS Word* і проаналізуйте, давши відповіді на запитання:

- як розподіляються радіонукліди по ґрунтовому профілю;
- в якій частині ґрунтового профілю матиме місце найбільша концентрація радіонуклідів;
- якою функцією з якою достовірністю апроксимується дана залежність;
- від чого залежить розподіл радіонуклідів у ґрунті.

### **Контрольні запитання:**

1. Загальне поняття про радіоактивність
2. Природна та штучна радіоактивність
3. Джерела надходження продуктів ядерного поділу в навколошнє середовище
4. Механізм поширення радіоактивного забруднення
5. Зміст терміну “салтація”
6. Закономірності розпаду суміші продуктів поділу
7. Види міграції радіонуклідів
8. Чинники поширення радіоізотопів у воді
9. Поняття про дифузію радіонуклідів у ґрунті
10. Зміст терміну “ексхалляція”

11. Поняття про “вторинну міграцію” радіонуклідів
12. Заходи екологічної оптимізації на забруднених заліснених територіях
13. Вплив фізико-хімічних властивостей радіонуклідів на їх перехід з ґрунту в рослини
14. Коефіцієнти біологічного поглинання радіонуклідів
15. Особливості поведінки радіоізотопів в ґрунті
16. Поняття про коефіцієнт дискримінації
17. Модель міграції радіонуклідів у системі “ґрунт-вода”
18. Рівняння динаміки вмісту радіонуклідів
19. Рівняння швидкості зміни вмісту радіонуклідів
20. Модель розподілу радіонуклідів по профілю ґрунту

**Теми рефератів:**

1. Моделі міграції радіонуклідів у харчових ланцюгах
2. Моделі розсіювання радіонуклідів в атмосфері

**Рекомендована література:**

1. Герасимов И.П. Географический прогноз: теория, методы, региональный аспект. – М.: Наука, 1986. – 96 с.
2. Голиков А.П., Черванёв И.Г., Трофимов А.М. Математические методы в географии. – Харьков: Вища школа, 1986. – 144 с.
3. Горєв Л.М. Основи моделювання в гідроекології. Підручник. – К.: Либідь, 1996. – 336 с.
4. Гродзинський Д.М. Радіобіологія. – К: Либідь, 2001. – 488 с.
5. Жуков В.Т., Сербенюк С.Н., Тикунов В.С. Математико-картографическое моделирование в географии. – М.: Мысль, 1980. – 224 с.
6. Ковальчук П.І. Моделювання і прогнозування стану навколошнього середовища: Навчальний посібник. – К.: Либідь, 2003. – 208 с.
7. Комп'ютерні методи в сільському господарстві та біології / О.М. Царенко, Ю.А. Злобін, В.Г. Скляр та ін. – Суми: Видавництво “Університетська книга”, 2000. – 203 с.
8. Лаврик В.І. Методи математичного моделювання в екології. – К.: Фітосоціоцентр, 1998. – 132 с.
9. Лаврик В.І. Методи математичного моделювання в екології: Навчальний посібник. – К.: Видавничий дім “КМ Академія”, 2002. – 203 с.
10. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. – М.: Наука, 1982 . – 320 с.
11. Модели и методы оценки антропогенных изменений геосистем / Е.В. Данилина, А.К. Румянцев, А.В. Панарин и др. – Новосибирск: Наука, 1986. – 152 с.
12. Модели управления природными ресурсами / Под ред. В.И. Гурмана – М.: Наука, 1981. – 264 с.
13. Моделирование гидрогеологических условий охраны подземных вод / Лялько В.И, Бут В.С., Филипов Ю.С. и др. – К.: Наукова думка, 1980. – 192 с.
14. Моделирование динамики геоэкосистем регионального уровня / П.М. Хомяков, В.Н. Конищев, С.А. Пегов и др. – М.: Изд. МГУ, 2000. – 382 с.
15. Моделирование территориальных систем. Прогнозирование и оптимизация проектных решений / Под ред. Н.Ф. Тимчука – К.: Будивельник, 1977. – 144 с.
16. Теория вероятностей и математическая статистика / Под ред Колемаева В.А. – М.: Высшая школа, 1991. – 400 с.
17. Франс Дж., Торнлі Дж.Х.М. Математические модели в сельском хозяйстве / Пер. с англ. А.С. Каменского; под. ред Ф.И. Ерешко. – М.: Агропромиздат, 1987. – 400 с.

## Завдання 1. Розрахунки

**Таблиця 1.** Результати розрахунку динаміки й швидкості зміни вмісту та розподілу взлиб  
грунту радіонукліда  $^{90}\text{Sr}$

$t$ , годин	$t$ , діб	$\alpha_t$ , (Бк/л)(Бк/м <sup>2</sup> )	$V_a$ , ((Бк/л)(Бк/м <sup>2</sup> ))/добу	$x$ , см	$C_x$ , Бк/кг
2				10	
4				20	
6				30	
8				40	
10				50	
12				60	
14				70	
16				80	
18				90	
20				100	
22					
24					

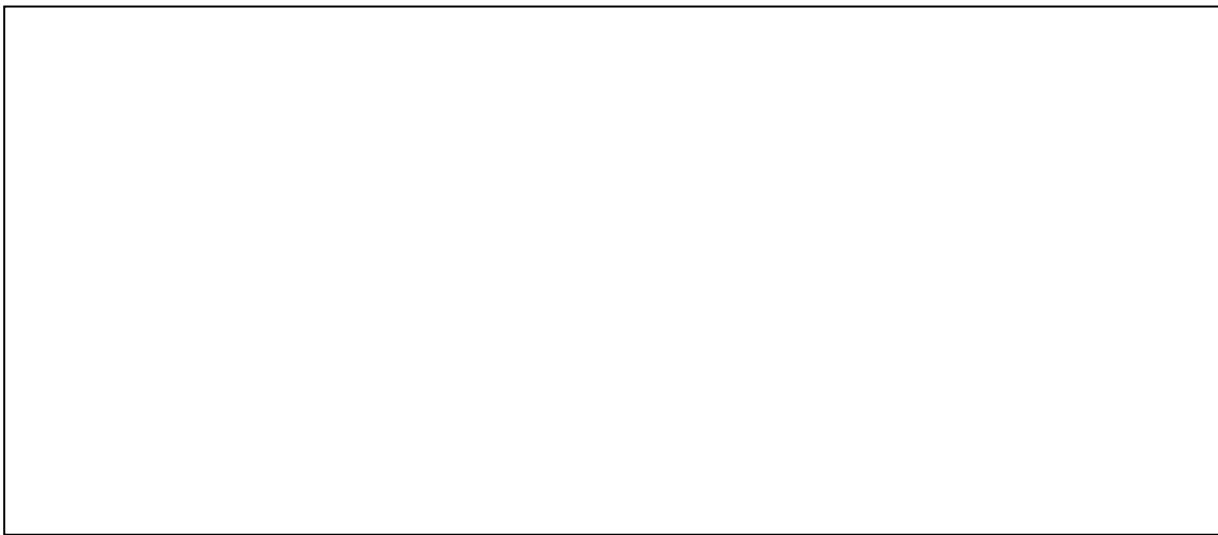


Рис. 1. Графік залежності  $\alpha_{it}$  від  $t$

## Аналіз

## Завдання 2.

Рис. 1. Графік залежності  $V_\alpha$  від  $t$

## Аналіз

### Завдання 3.

Рис. 1. Епюра вмісту радіонукліду на різних глибинах ґрунту

## Аналіз

## Практична робота № 7

### Моделювання процесів життєдіяльності та росту рослин

**Мета заняття:** сформулювати поняття про моделі життєдіяльності рослинних організмів, навчитись будувати моделі росту рослин, оцінювати точність та адекватність моделі, фактори, що її зумовлюють

**Зміст заняття:**

1. Загальне поняття про функції росту
2. Прикладні моделі та розрахунок їх параметрів

**Теоретичні положення:**

***1. Загальне поняття про функції росту***

Термін “функція росту” стосовно рослин позначає деяку аналітичну залежність, яка пов’язує суху масу речовини  $W$  і час  $t$ :

$$W = f(t), \quad (1)$$

де  $f$  – визначений функціональний зв’язок.

Дослідженням функцій росту присвячено роботи Ф. Річардса (1959, 1969), Р. Ханта (1982), Д. Костона і Дж. Венуса (1981), Дж. Франса і Дж. Торнлі (1987).

Використання функцій росту звичайно має емпіричну орієнтацію: вид вираження  $f$  часто підбирають, виходячи з припущення, підказаних характером наявного експериментального матеріалу. Так, зростання популяції добре описується кривою експоненціального росту; ріст в умовах дефіциту поживних речовин, старіння або інші видозміни організму, що знижують темп його росту – асимптотичною кривою.

Спроби вчених відшукати аналітичну функцію, що описувала б ріст тварини або рослини в широкому діапазоні зовнішніх умов і параметри якої були б при цьому екологічно адекватно інтерпретовані. Саме це стало поштовхом до розвитку моделювання росту та розвитку живих організмів, причому настільки активному, що на сьогодні цей напрям біоекології вже виокремився в окрему науку. Аналіз динаміки передбачає, перш за все, визначення темпів росту, тобто похідної  $dW/dt$ . Диференціюючи рівняння (1) за часом, отримаємо:

$$\frac{dW}{dt} = g(t), \quad \text{де } g(t) = \frac{df(t)}{dt} \quad (2)$$

Виключивши з рівнянь (1) і (2) змінну  $t$ , можна записати:

$$\frac{dW}{dt} = h(W) \quad (3)$$

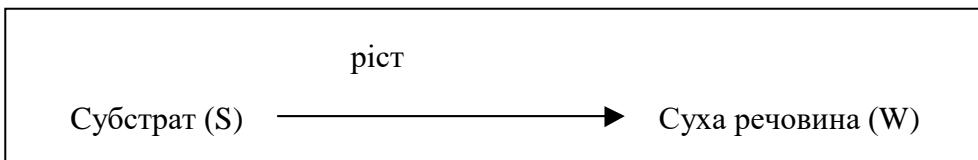
де  $h$  – деяка функція

Рівняння (3) являє собою модель, у якій темп розвитку є функцією від стану, а змінним станом виступає кількість сухої речовини  $W$ . У спеціальній літературі частіше зустрічається модель (3) у наступному вигляді:

$$\frac{dW}{dt} = u(W, t), \quad (4)$$

де  $u$  – функція від  $W$  і  $t$ .

Найбільший інтерес із точки зору біоекології являє моделювання кількості сухої речовини. Хоча отримані результати можуть бути поширені і на такі характеристики рослини, як жива маса, площа поверхні листків, сира маса і т.д.



**Рис. 1.** Замкнута двохкомпонентна модель росту рослини

Припустимо, що на деякому відрізку часу система не одержує із зовнішнього середовища і не втрачає ніякої речовини (рис. 1). Тоді справедливі рівності [27]:

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{dS}{dt}, \quad (5)$$

$$\frac{dW}{dt} + \frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt}(W + S) = 0 \quad (6)$$

Звідси:

$$W + S = const = W_0 + S_0 = W_f + S_f = C \quad (7)$$

де  $W_0$  і  $S_0$  – вихідні значення  $W$  і  $S$  у момент  $t = 0$ ,  $W_f$  і  $S_f$  – значення, до яких наближаються параметри  $W$  і  $S$  при  $t \rightarrow \infty$  (за умови, що система згодом приходить у стабільний стан);  $C$  – стала величина.

Моделі росту є одним із найпростіших видів моделей кількісного опису процесів розвитку живих організмів. Але і при їх побудові іноді виникають певні складнощі, пов’язані, наприклад, із неможливістю вибору аналітичної функції або велими довільним вибором функції, поганою інтерпретацією або ненадійною апроксимацією параметрів моделі, неможливістю згладження дискретних значень функції при інтерполяції тощо.

## 2. Прикладні моделі та розрахунок їх параметрів

Підходів до побудови моделей росту рослин існує доволі багато. Вони відрізняються використанням різних підходів до моделювання та різноманітних математичних інструментів побудови моделей. Найбільшого поширення в спеціальній літературі та практиці отримали моделі простого експоненціального росту, мономолекулярного рівняння росту, логістичного росту, моделі Гомпертца, Річардса, Чантера та моделі, побудовані з допомогою експоненціальних поліномів.

### **Модель простого експоненціального росту.**

Дана модель виходить з того, що енергія росту пропорційна кількості сухої маси, темп росту є максимальним протягом усього часу розвитку системи до моменту поки існує поживне середовище, а процес росту є незворотнім і припиняється тільки тоді, коли виснажується поживне середовище. Тоді динаміку росту можна описати рівнянням:

$$\frac{dW}{dt} = \mu W \quad (8)$$

де  $\mu$  – питомий або відносний темп росту.

Параметр  $\mu$  залежить, по-перше, від виду сухої маси  $W$ , що відповідає (у заданій пропорції) ресурсу поживного середовища  $i$ , по-друге, від швидкості механізму росту. Проінтегрувавши рівняння (8), отримаємо:

$$\begin{aligned} W &= W_0 e^{\mu t} \text{ при } 0 \leq t \leq t_f; \\ W &= W_f \text{ при } f > t_f \end{aligned} \quad (9)$$

Коли  $W = W_f$ ,  $S = 0$ , то з рівняння (7) випливає, що:

$$W_f = W_0 + S_0 \quad (10)$$

і ріст раптово припиняється, коли:

$$t_f = \left\{ \ln[(W_0 + S_0)/W_0] \right\} / \mu \quad (11)$$

Тобто, простий експоненціальний ріст обмежується реальним ресурсом поживного середовища.

**Модель мономолекулярного рівняння.** Мономолекулярне рівняння описує хід простої необоротної хімічної реакції першого порядку. Модель виходить із того, що кількість енергії росту незмінна і не залежить від кількості сухої маси  $W$ ; інтенсивність росту пропорційна ресурсу поживного середовища; ріст необоротний. У даному випадку замість рівняння (8) маємо:

$$\frac{dW}{dt} = kS, \quad (12)$$

де  $k$  – постійна величина.

За умови, що  $S_f = 0$  і  $S = W_f - W$ , отримаємо:

$$\frac{dW}{dt} = k(W_f - W) \quad (13)$$

Інтегруючи праву і ліву частину цього рівняння, отримаємо:

$$\ln \left( \frac{W_f - W_0}{W_f - W} \right) = kt \quad (14)$$

Останнє рівняння зручніше записати у такому вигляді:

$$W = W_f - (W_f - W_0) e^{-kt} \quad (15)$$

**Модель логістичного росту.** У попередніх моделях були розглянуті дві крайні ситуації: у моделі експоненціального росту темп росту залежав тільки від енергії росту (яка пропорційна кількості сухої маси  $W$ ) і не залежав від ресурсу середовища, а в моделі мономолекулярного рівняння темп росту залежав тільки від ресурсу середовища і не залежав від сухої маси. В основі моделі логістичного росту лежить подвійне припущення: енергія росту пропорційна сухій масі  $W$ ; інтенсивність росту пропорційна ресурсу поживного середовища  $S$ ; процес росту необоротний. Тому, виходячи з рівнянь (8) і (12) можна записати рівняння логістичної моделі:

$$\frac{dW}{dt} = k' WS \quad (16)$$

де  $k'$  – стала величина

Підставляючи в дану рівність  $S_f = 0$  і  $S = W_f - W$  із рівняння (7), отримаємо:

$$\frac{dW}{dt} = k' W (W_f - W) \quad (17)$$

Скориставшись спiввiдношенням

$$k' = \mu / W_f \quad (18)$$

можна перейти вiд константи  $k'$  до вже вiдомого нам параметру  $\mu$ :

$$\frac{dW}{dt} = \mu W \left(1 - \frac{W}{W_f}\right) \quad (19)$$

Пiсля iнтегрування (19) отримаємо:

$$W = \frac{W_0 W_f e^{\mu t}}{W_f - W_0 + W_0 e^{\mu t}} \quad (20)$$

Частiше логiстичне рiвняння записують у такiй формi:

$$W = \frac{W_0 W_f}{W_0 + (W_f - W_0) e^{-\mu t}} \quad (21)$$

Графiк функцiї (21) матиме точку перегину при:

$$W = \frac{1}{2} W_f \quad (22)$$

Ця точка вiдповiдає моменту часу  $t = t^*$ :

$$t^* = \frac{1}{\mu} \ln \left( \frac{W_f - W_0}{W_0} \right) \quad (23)$$

Отже, характерною властивiстю даної моделi, в порiвняннi з попереднiми, є наявнiсть точки перегину на графiку функцiї.

**Модель росту Гомпертца.** Логiстична модель виходить iз припущення, що темп росту визначається ресурсом середовища (16). Рiвняння Гомпертца виводиться, виходячи з наступних припущень: ресурс середовища не обмежений, тому вiн не впливає на енергiю росту; iнтенсивнiсть росту пропорцiйна сухiй масi  $W$ ; ефективнiсть засвоення енергiї росту падає з часом, причому цей спад має експоненцiальний характер. Причиною спаду може служити деградацiя, старiння або розвиток i ускладнення органiзму. В загальному виглядi рiвняння Гомпертца можна записати наступним чином:

$$\frac{dW}{dt} = \mu W \quad (24)$$

Рівняння (24) за формою запису співпадає з рівнянням (8), однак тепер параметр  $\mu$ , тобто питомий темп росту, уже не є сталою величиною, а змінюється з часом за наступним законом:

$$\frac{d\mu}{dt} = -D\mu \quad (25)$$

де  $D$  – додатковий параметр, що характеризує зменшення  $\mu$ .

Проінтегрувавши рівняння (25) отримаємо:

$$\mu = \mu_0 e^{-Dt} \quad (26)$$

де  $\mu_0$  – значення параметра  $\mu$  у момент часу  $t = 0$ .

Підставляючи рівняння (26) у рівняння (24), знайдемо:

$$\frac{dW}{dt} = \mu_0 W e^{-Dt} \quad (27)$$

Проінтегрувавши рівняння (27), отримаємо:

$$\ln\left(\frac{W}{W_0}\right) = \frac{\mu_0}{D}(1 - e^{-Dt}) \quad (28)$$

Останній вираз можна переписати ще у такому вигляді:

$$W = W_0 \exp[\mu_0(1 - e^{-Dt})/D] \quad (29)$$

Прирівнявши другу похідну рівняння (27) до нуля з одночасною підстановкою  $dW/dt$  із рівняння (27), знаходимо точку перегину графіка функції, що відповідає моменту часу  $t=t^*$ :

$$t^* = \frac{1}{D} \ln\left(\frac{\mu_0}{D}\right) \quad (31)$$

$$W(t^*) = \frac{W_f}{e} \quad (31)$$

Рівняння Гомпертца дещо схоже на логістичну модель. Так само, як і в логістичному рівнянні, тут використовуються три параметри, однак точка перегину відповідає не половині результируючої маси як у (22), а масі, що менше результируючої в  $e$  раз (30). Тому для кривої Гомпертца характерний швидший ріст у початковій фазі, повільніше наближення до асимптоти і більш протяжна лінійна ділянка в околі точки перегину.

**Модель росту Річардса.** У спеціальній літературі функцію Річардса розглядають як самостійну емпіричну конструкцію. Але вона дуже тісно пов'язана з попередніми моделями. Зокрема, при визначених значеннях додаткового параметра  $n$  функція Річардса перетворюється в одне з розглянутих вище рівнянь росту: мономолекулярне ( $n = -1$ ), логістичне ( $n = 1$ ) або Гомпертца ( $n = 0$ ). Диференціальне рівняння для функції Річардса записується наступним чином:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{kW(W_f^n - W^n)}{nW_f^n} \quad (32)$$

де  $k$ ,  $n$  і  $W_f$  – сталі величини, причому  $k$  і  $W_f$  – позитивні, а  $n \geq -1$ .

Після інтегрування рівняння (32) отримаємо:

$$W = \frac{W_0 W_f}{\left[ W_0^n + (W_f^n - W_0^n) e^{-kt} \right]^{\frac{1}{n}}} \quad (33)$$

Точка перегину має місце при:

$$W(t^*) = W_f \left( \frac{1}{n+1} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (34)$$

Підставивши  $W = W(t^*)$  у рівняння (34) знаходимо час моменту перегину  $t = t^*$ :

$$t^* = \frac{1}{k} \ln \left( \frac{W_f^n - W_0^n}{n W_0^n} \right) \quad (35)$$

На відміну від моделей Гомпертца й логістичної, у моделі Річардса точка перегину може відповідати будь-як частці результиуючої сухої маси, що видно із залежності (34). Це порозумівається тим, що  $n$  змінюється в межах  $-1 < n < \infty$ .

**Модель росту Чантера.** Модель Чантера являє собою гібрид рівнянь Гомпертца й логістичного. Її параметри теж інтерпретуються аналогічним чином. В загальному випадку рівняння Чантера записується наступним чином:

$$\frac{dW}{dt} = \mu W \left( 1 - \frac{W}{B} \right) e^{-Dt} \quad (36)$$

де  $\mu$ ,  $B$  і  $D$  – сталі величини.

У рівнянні (36) питомий темп росту детермінується двома факторами: по-перше, параметром  $(1 - W/B)$ , що лінійно пов'язаний із ресурсом середовища і, по-друге, параметром  $e^{-Dt}$ , який пов'язаний із часом і може бути інтерпретований як ускладнення, розвиток або старіння. У результаті інтегрування рівняння (36) отримаємо:

$$W = \frac{W_0 B}{W_0 + (B - W_0) \exp \left\{ - \left[ \mu (1 - e^{-Dt}) / D \right] \right\}} \quad (37)$$

Це рівняння подібне (але не ідентичне) функції Річардса. Всі величини в даному рівняння нам уже знайомі з попередніх моделей. Лише параметр  $B$  був введений уперше. Величина параметра  $B$  визначає доступність поживного середовища і визначається за наступною формулою:

$$B = \frac{W_f W_0 (e^{\frac{\mu}{D}} - 1)}{W_0 e^{\frac{\mu}{D}} - W_f} \quad (38)$$

Окрім того, в даній моделі вводиться обмеження на область існування  $D$ :

$$0 \leq D \leq \frac{\mu}{\ln(W_f / W)_0} \quad (39)$$

Диференціювання функції (36) із метою визначення точки перегину кривої росту приводить до рівняння, що може бути вирішено тільки чисельними методами для моменту часу перегину ( $t = t^*$ ) або для значення сухої маси, що відповідає моменту перегину ( $W = W(t^*)$ ).

**Моделі, побудовані з допомогою експоненціальних поліномів.** На відміну від розглянутих вище шести функцій росту, що виводяться з відносно простих посилань (в якості функціональної основи цих моделей використовуються відносини між фіксованими станами), клас функцій, побудованих із допомогою експоненціальних поліномів, є чисто емпіричним і не піддається фізіологічної інтерпретації. Рівняння цього класу записують у наступному вигляді:

$$W = \exp(a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + \dots) \quad (40)$$

де  $a_0, a_1, \dots$  – постійні коефіцієнти. У спеціальній літературі (зокрема, в роботі Харда, 1977) переконливо доведено, що ступінь полінома доцільно обмежувати квадратом (тобто  $a_3 = a_4 = \dots = 0$ ), тому що в протилежному випадку виникає ймовірність помилкових відгуків і інших помилкових рішень.

Для квадратичних поліномів існує дуже простий і швидкий метод розв'язку, за допомогою якого можна отримати наближені оцінки трьох параметрів  $a_0, a_1$  і  $a_2$ :

$$a_0 = \ln W_0 \quad (41)$$

$$a_1 = \frac{1}{W} \frac{dW}{dt} (t=0) \quad (42)$$

$$a_2 = -\frac{\frac{a_1^2}{4}}{\ln \frac{W_m}{W_0}} \quad (43)$$

На відміну від попередніх функцій, модель, побудована з допомогою експоненціальних поліномів, має дві точки перегину. Моменти перегину  $t^*$  розташовуються симетрично моменту часу, що відповідає максимуму сухої маси і визначаються з наступної рівності:

$$t^* = -\frac{a_1}{2a_2} \pm \frac{1}{(-2a_2)^{\frac{1}{2}}} \quad (44)$$

### Практичні завдання:

- За даними таблиці 1 розрахувати параметри моделей простого експоненціального росту, мономолекулярного рівняння росту, логістичного росту, моделей Гомпертца, Річардса, Чантера та моделі, побудованої за допомогою експоненціальних квадратичних поліномів, побудувати їх графіки та проаналізувати їх

**Таблиця 1.** Вихідні дані для розрахунку

Варіант	$W_0$ кг	$W_f^*$ кг	$\mu$	$k$	$t_f$ діб	$D$	$n$	$a_0$	$a_1$	$a_2$
1	0.97	71.47	0.29	0.20	20	0.0492	0.52	0	0.50	-0.0104
2	0.87	100.39	0.30	0.19	23	0.0498	0.50	0	0.49	-0.0096
3	1.02	87.18	0.31	0.20	22	0.0511	0.50	0	0.49	-0.0095
4	1.13	97.93	0.30	0.20	24	0.0507	0.50	0	0.50	-0.0098

5	1.12	97.93	0.31	0.20	23	0.0494	0.49	0	0.50	-0.0108
6	1.17	101.47	0.29	0.21	23	0.0486	0.50	0	0.50	-0.0112
7	0.78	91.77	0.31	0.20	23	0.0497	0.49	0	0.50	-0.0096
8	0.98	86.71	0.31	0.20	24	0.0500	0.50	0	0.51	-0.0097
9	1.11	96.36	0.30	0.19	24	0.0509	0.50	0	0.50	-0.0098
10	0.89	84.28	0.29	0.20	24	0.0477	0.50	0	0.51	-0.0095
11	0.93	88.90	0.30	0.20	22	0.0503	0.50	0	0.51	-0.0098
12	0.83	111.31	0.30	0.20	24	0.0489	0.50	0	0.49	-0.0099
13	0.82	108.10	0.30	0.20	24	0.0500	0.50	0	0.50	-0.0095
14	0.90	84.29	0.30	0.20	23	0.0493	0.50	0	0.50	-0.0100
15	0.92	97.45	0.30	0.20	22	0.0496	0.50	0	0.51	-0.0110
16	0.79	107.62	0.30	0.20	21	0.0497	0.50	0	0.50	-0.0110
17	0.94	98.93	0.30	0.20	22	0.0511	0.49	0	0.50	-0.0107
18	0.96	98.11	0.30	0.21	23	0.0497	0.50	0	0.50	-0.0107
19	1.01	103.86	0.30	0.20	22	0.0518	0.52	0	0.51	-0.0094
20	0.96	103.24	0.30	0.20	22	0.0498	0.52	0	0.50	-0.0100
21	0.97	88.44	0.31	0.21	25	0.0492	0.50	0	0.51	-0.0095
22	0.96	105.18	0.30	0.20	23	0.0491	0.48	0	0.50	-0.0094
23	1.13	93.03	0.30	0.20	22	0.0497	0.51	0	0.50	-0.0101
24	0.99	114.86	0.30	0.20	20	0.0496	0.49	0	0.50	-0.0098
25	0.98	79.41	0.31	0.19	21	0.0507	0.50	0	0.50	-0.0098
26	0.95	97.86	0.30	0.20	23	0.0492	0.50	0	0.50	-0.0104
27	1.20	97.06	0.30	0.20	23	0.0495	0.50	0	0.49	-0.0097
28	1.09	86.97	0.30	0.20	23	0.0497	0.50	0	0.51	-0.0101
29	1.24	96.05	0.30	0.20	23	0.0508	0.51	0	0.51	-0.0097
30	0.93	91.80	0.30	0.21	23	0.0492	0.52	0	0.49	-0.0098

\* – в моделі, побудованій за допомогою експоненціальних поліномів  $W_f = W_m$

**Таблиця 2.** Розраховані параметри моделей росту рослин ( $W$ , кг)

Вид моделі	$t$ , діб	0	5	10	15	20	25	30
...	$W$ , кг							
	$W(t^*)$ , кг**							
	$t^*$ , діб**							

\*\* – розраховується не для всіх моделей, а лише для тих, де ці значення є і їх можна розрахувати.

Для даних, що наведені в таблиці 1, потрібно розрахувати параметри  $W$ , кг (масу сухої речовини) усіх семи моделей для заданих у таблиці 2 значень часу  $t$ , оформивши їх у вигляді таблиці 2. У двох нижніх рядках таблиці 2 потрібно вказати значення параметрів моделі  $W(t^*)$  і  $t^*$  для моделей логістичного росту, Гомпертца, Річардса та моделі, побудованої за допомогою експоненціальних поліномів

Розрахунок здійснюється за формулами, в яких у лівій частині фігурує  $W$ ,  $W(t^*)$  і  $t^*$ . Методика розрахунку детально описана в пункті 2 теоретичних положень даної практичної роботи. Дані в таблиці 1 одинакові для розрахунку всіх моделей, просто в різних моделях зустрічається різний комплекс параметрів. Однаково позначені (одним символом) параметри в різних моделях мають одні значення.

Коли розрахунки параметрів моделей здійснені потрібно їх графічно візуалізувати, тобто накреслити графіки відповідних функцій. Аби їх було зручно зіставляти та аналізувати, графіки будуться на одній координатній сітці. Кожна лінія позначається умовним позначенням, аби їх було зручно відрізнисти. Там, де є можливість (тобто здійснені відповідні розрахунки) на графік функції наносяться точки з координатами  $(t^*, W(t^*))$ . Графіки краще будувати на міліметровому папері, рекомендовані масштаби: горизонтальний – в 1 см – 2 доби, вертикальний – в 1 см – 10 кг.

Примітки:

- в моделі простого експоненціального росту потрібно звернути увагу на значення  $t$ : для  $t < t_f$  і  $t > t_f$  розрахунок  $W$  здійснюється за різними формулами;
- в моделі Чантера попередньо перевірте виконання умови про обмеження на область існування  $D$ ;
- в моделі, побудованій з допомогою експоненціальних поліномів, величина  $W(t^*)$  визначається не розрахунковим методом, а з графіка функції.

Після завершення побудови потрібно проаналізувати результати розрахунків та побудовані графіки, звернувши увагу на такі моменти:

- особливості побудованих моделей;
- які з них краще верифікуються;
- які з моделей мають найбільші й найменші значення  $W$ ;
- які з моделей описують процес росту з найбільшим та найменшим відносним темпом росту;
- які з моделей відрізняються плавнішим темпом росту (пологішим графіком), а які – різкішими темпами (крутішим графіком);
- які з моделей вимагають максимальних та мінімальних зусиль для їх реалізації;

### **Контрольні запитання:**

1. Загальне уявлення про моделі росту рослин
2. Замкнута двохкомпонентна модель росту рослини
3. Характеристика універсальних параметрів, які зустрічаються в усіх моделях
4. Особливості моделі простого експоненціального росту
5. Особливості моделі мономолекулярного рівняння росту
6. Особливості моделі логістичного росту
7. Особливості моделі Гомпертца
8. Особливості моделі Річардса
9. Особливості моделі Чантера
10. Особливості моделі, побудованої з допомогою експоненціальних поліномів.
11. Характерні риси графічної візуалізації моделей
12. Моделі з оптимальною верифікацією

### **Тема рефератів:**

1. Інші методи моделювання процесів життедіяльності та росту рослин

### **Рекомендована література:**

1. Ковальчук П.І. Моделювання і прогнозування стану навколошнього середовища: Навчальний посібник. – К.: Либідь, 2003. – 208 с.
2. Комп'ютерні методи в сільському господарстві та біології / О.М. Царенко, Ю.А. Злобін, В.Г. Скляр та ін. – Суми: Видавництво “Університетська книга”, 2000. – 203 с.
3. Лаврик В.І. Методи математичного моделювання в екології. – К.: Фітосоціоцентр, 1998. – 132 с.
4. Лаврик В.І. Методи математичного моделювання в екології: Навчальний посібник. – К.: Видавничий дім “КМ Академія”, 2002. – 203 с.
5. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. – М.: Наука, 1982 . – 320 с.
6. Модели и методы оценки антропогенных изменений геосистем / Е.В. Данилина, А.К. Румянцев, А.В. Панарин и др. – Новосибирск: Наука, 1986. – 152 с.
7. Модели управления природными ресурсами / Под ред. В.И. Гурмана – М.: Наука, 1981. – 264 с.

## Завдання 1

### Розрахунки

**Таблиця 2.** Розраховані параметри моделей росту рослин ( $W$ , кг)

Вид моделі	$t, \text{діб}$	0	5	10	15	20	25	30
простого експоненціального росту	$W, \text{кг}$							
	$W(t^*), \text{кг}^{**}$							
	$t^*, \text{діб}^{**}$							
мономолекулярного рівняння росту	$W, \text{кг}$							
	$W(t^*), \text{кг}^{**}$							
	$t^*, \text{діб}^{**}$							
логістичного росту	$W, \text{кг}$							
	$W(t^*), \text{кг}^{**}$							
	$t^*, \text{діб}^{**}$							
Гомпертца	$W, \text{кг}$							
	$W(t^*), \text{кг}^{**}$							
	$t^*, \text{діб}^{**}$							
Річардса	$W, \text{кг}$							
	$W(t^*), \text{кг}^{**}$							
	$t^*, \text{діб}^{**}$							
Чантера	$W, \text{кг}$							
	$W(t^*), \text{кг}^{**}$							
	$t^*, \text{діб}^{**}$							
модель експоненціальних квадратичних поліномів	$W, \text{кг}$							
	$W(t^*), \text{кг}^{**}$							
	$t^*, \text{діб}^{**}$							

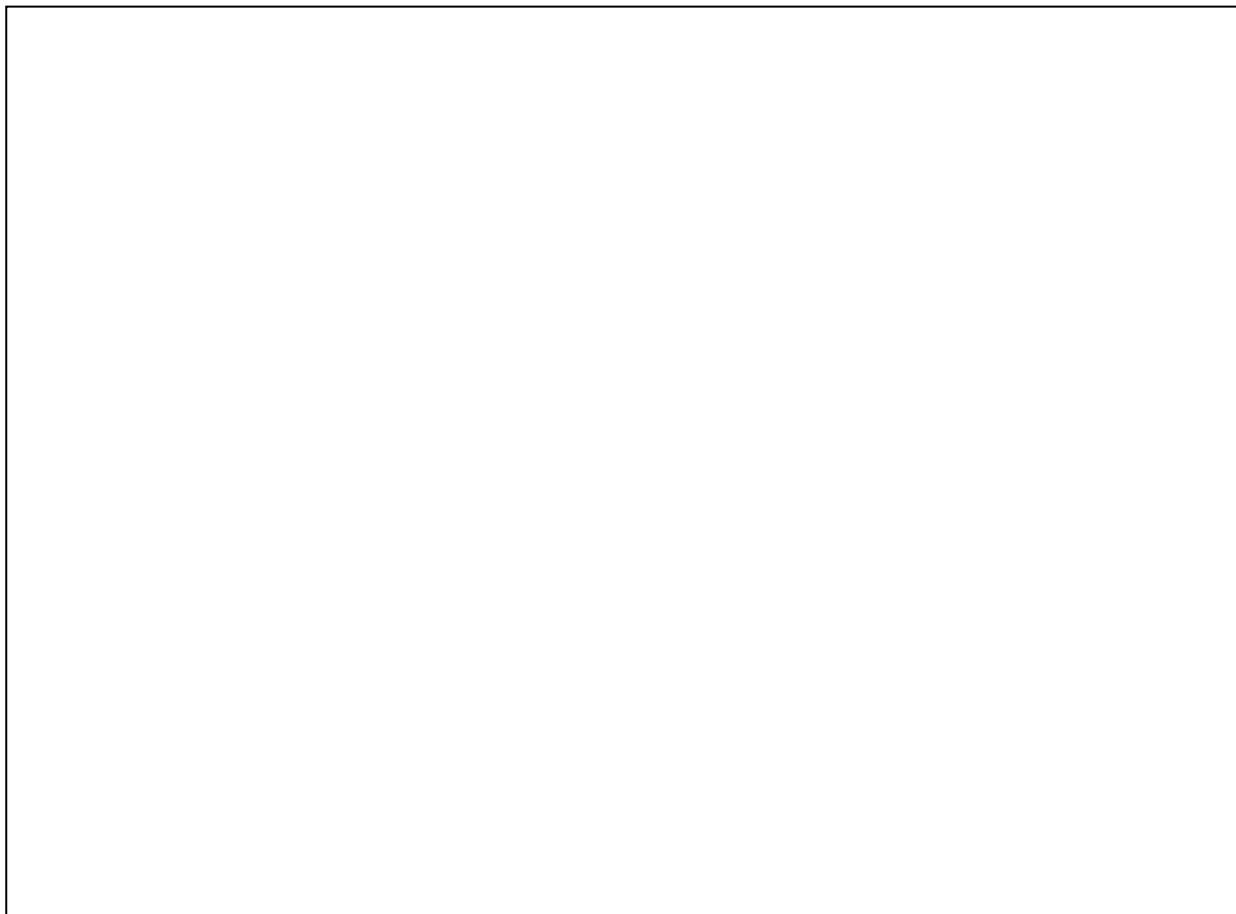


Рис. 1. Графіки розрахованих функцій

## Аналіз

## Практична робота № 8

### Моделювання динаміки географічних систем

**Мета заняття:** сформувати уявлення про динаміку географічних систем, навчитись виділяти тренд, періодичну складову та флюктуації розвитку процесів у геосистемах, навчитись проводити аналіз часових рядів.

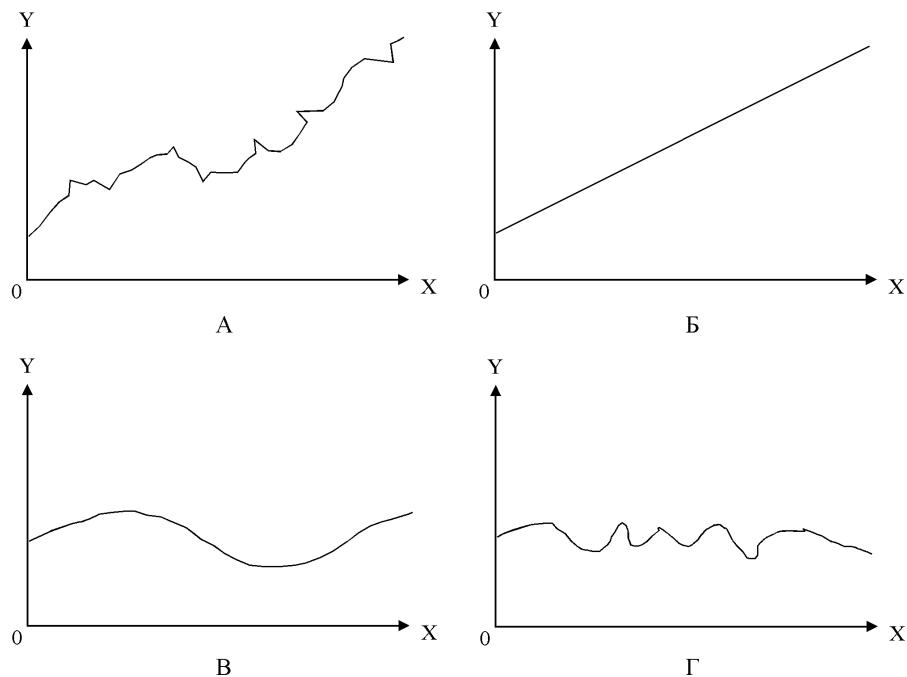
**Зміст заняття:**

1. Основи аналізу динаміки географічних систем
2. Методика виділення тренду, періодичної складової та флюктуацій розвитку процесів у геосистемах

### Теоретичні положення:

#### 1. Основи аналізу динаміки екологічних систем

Екологічні системи, як і будь-які інші природні утворення, не є статичними і змінюються в часі. Така зміна стану системи, або її самої системи називається її динамікою. Вивчення динаміки екосистем в часі здійснюється шляхом проведення спостереження за станом довкілля та його окремих компонентів. Наприклад, газового складу і циркуляції атмосфери, рівневого та сольового режиму поверхневих вод, фільтрації та хімічного складу підземних вод, ерозії, дефляції та вмісту різноманітних речовин у ґрунті тощо.



*Рис. 1. Складові часовогоЙ ряду:*

*А – загальний вигляд графіку часовогоЙ ряду; Б – тренд;*  
*В – періодична складова; Г – неперіодична складова (флюктуації)*

Організація таких спостережень передбачає отримання кількісних (або якихось інших) параметрів спостережуваного явища чи процесу у певні моменти часу. По-суті, такі дані мають дискретний характер, оскільки відносяться до певних дискретних моментів часу. В математичній статистиці перелік значень випадкової змінної, віднесений до вищезгаданих моментів часу називається часовим рядом або рядом динаміки.

Якщо проаналізувати часовий ряд, можна виділити, принаймні, три його складових:

спрямовані зміни (*тренд*, розвиток), що, як правило, є необоротним; *періодичні* (ритмічні) зміни, що утворюють коливання навколо тренду; хаотичне «блукання» біля деякого закономірного стану, обумовлене взаємодією безлічі природних чи техногенних регуляторів (так звані “*флуктуації* процесу”).

Рис. 1 ілюструє “розклад” графіка певного процесу на окремі складові. Коли ці складові накладаються, сумуються, то отримаємо графік, зображенний на рис. 1 А. На рис. 1 Б показано основний напрям розвитку процесу, напрямлена зміна (тренд) у чистому виді, тобто звільнений від періодичної складової та шуму. На рис. 1 В зображена періодична складова процесу, що проявляється після усунення впливу тренда. При аналізі часового ряду можна виділити на обов’язково одну, а й декілька періодичних складових. Саме це є предметом дослідження гармонійного аналізу. На останній чверті рисунка показано флуктуації процесу, що мають хаотичний, безладний характер і пояснити які конкретними закономірностями розвитку процесу неможливо. Іноді їх ще називають “шум”.

## 2. Методика виділення тренду, періодичної складової та флуктуацій розвитку процесів у екосистемах

### *Виділення часового тренду.*

Для оцінки наявності тренду у досліджуваному процесі використовують *коєфіцієнт кореляції* значень аналізованого ряду з часом або *критерій Спірмена*. У першому випадку час представляється у вигляді зростаючої послідовності чисел – номерів варіант (або їх рангів), а тоді розраховується коефіцієнт кореляції, за методикою, розглянутою в лабораторній роботі 2. Критерій Спірмена розраховується за формулою:

$$\rho = 1 - 6 \sum_{i=1}^n d_i^2 / (n^3 - n), \quad (1)$$

де  $d_i$  – різниця між порядковим номером і рангом кожного хронологічного значення ряду, що склідкується із  $n$  варіант.

Коли вже встановлений факт наявності тренду, приступають до виділення тренду. Найчастіше це виконують одним із нищеописаних способів:

1. *Графічний метод* – найбільш зручний і простий шлях виявлення основної тенденції розвитку часового ряду й визначення його типу. Він полягає в тому, що на основі зображеній на лінійному графіку статистичної кривої, яка побудована по фактичних рівнях часового ряду, відрізками прямих ліній послідовно сполучають максимальні та мінімальні точки фактичної кривої. Після цього із максимальних і мінімальних точок проводять перпендикуляри до їх перетину з відрізками прямих ліній, що розміщені навпроти, середини перпендикулярів послідовно сполучають і отримують криву, яка відображає основну тенденцію розвитку досліджуваного явища. Поряд із простотою й швидкістю виконання цей спосіб має ряд суттєвих недоліків. Зокрема, він базується на використанні тільки екстремальних точок, а вони можуть мати випадковий характер. Крім того, цей спосіб не можна застосувати, коли досліджуваному явищу притаманна тенденція до постійного зростання чи зменшення, бо у цьому випадку неможливо визначити максимальні й мінімальні точки (значення генеральної сукупності).
2. *Метод ковзаючого (плінного) середнього* – суть його полягає в тому, що фактичні рівні досліджуваного часового ряду замінюються їх середніми значеннями, які ніби гасять випадкові коливання, а основна тенденція (тренд) виражається у вигляді деякої плавної кривої. При цьому середні значення рівні вираховуються за певні періоди часу шляхом послідовного пересування початку

періоду на одиницю часу, прийняту при побудові даного часовогого ряду, тобто:

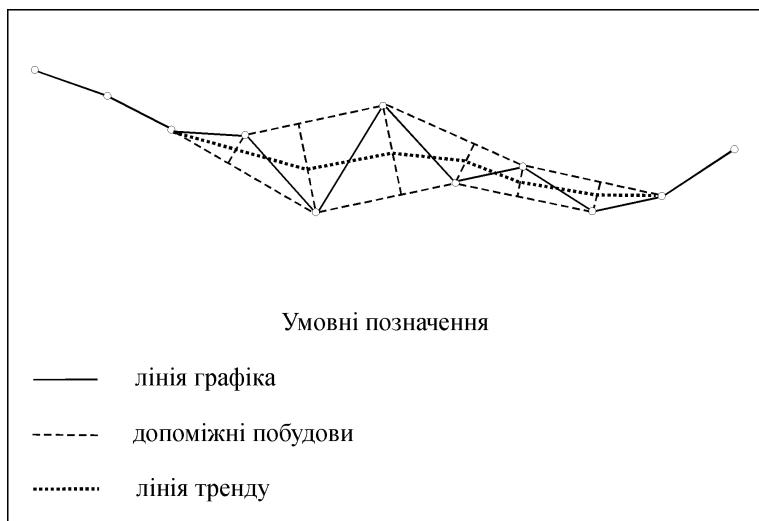
$$Y_t = \frac{y_t + y_{t-1} + \dots + y_{t-m+1}}{m}, \quad (2)$$

де  $y_t$  – поточний рівень часовогого ряду,  $m$  – число рівнів, що входять до інтервалу згладжування (визначається відповідно до кількості рівнів ряду).

3. **Метод найменших квадратів** – суть його полягає у визначенні такої математичної функції (моделі), яка б найкращим чином відображала б основну тенденцію розвитку рівнів часовогого ряду. Ця функція називається рівнянням тренду. Вона дозволяє замінити фактичні рівні ряду ( $y_i$ ) так званими вирівняними або теоретичними рівнями, тобто розрахованими за цією функцією рівнями ( $Y_{ti}$ ). Визначення параметрів цієї функції проводиться відповідно до основної вимоги методу – мінімізації суми квадратів відхилень фактичних значень часовогого ряду від теоретичних (розрахованих) значень:

$$\sum (y_i - Y_{ti})^2 = \min \quad (3)$$

При виконанні практичних завдань даної лабораторної роботи ми виділимо тренд графічним способом, методом ковзаючої (плинної) середньої та методом найменших квадратів. Графічний метод виділення тренду показано на рис. 2. Методика виділення лінії тренду графічним способом приведена вище по тексту.



*Рис. 2. Методика виділення лінії тренду графічним способом*

#### **Виділення періодичної складової.**

Щоб виділити періодичну складову, необхідно очистити часовий ряд від тренда і періодична складова чітко простежуватиметься. Але перед тим необхідно встановити, чи містить ряд взагалі періодичну складову.

Ознака наявності періодичної складової – чергування на графіку відхилень від тренда вгору по осі  $Y (+)$  і вниз по осі  $Y (-)$  через рівні або близькі до того інтервали по осі  $X$  (інтервали часу). Якщо це має місце, то можемо приступити до опису періодичної складової. Взагалі, точних періодичних процесів у природі не дуже багато (пов'язані вони як правило з космічними причинами – зміна дня і ночі, зміна пір року, зміна сонячної активності тощо), але близькі до періодичних процесів (так звані “квазіперіодичні”) зустрічаються доволі часто. Наприклад, до таких процесів можна віднести добовий, сезонний і багаторічний хід

метеорологічних, гідрологічних і пов'язаних з ними (грунтових, біотичних, господарських) елементів – зміна температури повітря, ґрунту і води; вологості ґрунту; рівнів та витрат річок тощо.

Часовий ряд регулярних циклів коливання випадкової змінної можна виразити математично у вигляді нескінченності ряду синусоїdalьних і косинусоїdalьних функцій (ряди Фур'є). Якщо часовий ряд має певну кількість точок спостереження, то його можна виразити за допомогою кінцевого числа косинусів і синусів. Цей процес називають гармонічним аналізом. Періоди гармонік різні. Наприклад, період першої гармоніки дорівнює періоду, що вивчається; другої гармоніки – половині основного періоду; третьої – третині основного і т.д. Гармоніки розглядаються як незалежні. Тому кожну із них можна пояснити причинами, що є результатом впливу на зміну різних факторів. Але не кожна гармоніка може бути обґрунтована впливом якоїсь однієї конкретної причини, особливо коли часовий ряд доволі складний і графік функції не має чітко вираженого синусоїdalьного характеру.

В загальному вигляді гармонічний ряд можна записати:

$$x = \bar{x} + \sum_{i=1}^N \left[ A_i \sin\left(\frac{360^\circ}{p} it\right) + B_i \cos\left(\frac{360^\circ}{p} it\right) \right], \quad (4)$$

де  $p$  – період;

$i$  – номер гармоніки;

$N$  – кількість спостережень.

Коефіцієнти ряду визначають за формулами (6-7):

$$A_i = \frac{2}{N} \sum \left[ x \sin\left(\frac{360^\circ}{p} it\right) \right], \quad (5)$$

$$B_i = \frac{2}{N} \sum \left[ x \cos\left(\frac{360^\circ}{p} it\right) \right], \quad (6)$$

На практиці для визначення тригонометричної функції, що описує той чи інший екологічний процес користуються іншим, суттєво простішим способом. Загальний вигляд такої функції наступний:

$$Y(t) = A \sin(\omega t + \varphi) + B, \quad (7)$$

де  $A$  і  $B$  – коефіцієнти;

$\omega$  – частота;

$\varphi$  – початкова фаза.

Розглянемо методику побудови моделі періодичного процесу на конкретному прикладі. З метеорології відомо, що температура повітря в приземному шарі атмосфери змінюється протягом доби (це явище отримало назву добового ходу). Причому для добового ходу характерні абсолютний максимум і мінімум температури. Це дозволяє ввести додаткові умови. Наприклад, протягом доби температура змінювалась від нуля до  $+10^\circ\text{C}$ . Максимум температури мав місце опівдні, а мінімум – опівночі. Тому  $T(0) = 0^\circ\text{C}$ , а  $T(12) = 10^\circ\text{C}$ , причому  $T(0) = T(24)$ .

Отже функція матиме період 24, мінімум функції становитиме 0, а максимум – 10. Як відомо, період функції пов'язаний із частотою наступною залежністю:

$$\tau = 2\pi / \omega, \quad (8)$$

Звідси:

$$\omega = 2\pi / \tau, \quad (9)$$

В нашому випадку:

$$\omega = 2\pi / 24 = \pi / 12, \quad (10)$$

Врахуємо, що функція синус набуває найменшого значення при  $-\pi / 2$ . Звідси можна знайти початкову фазу:

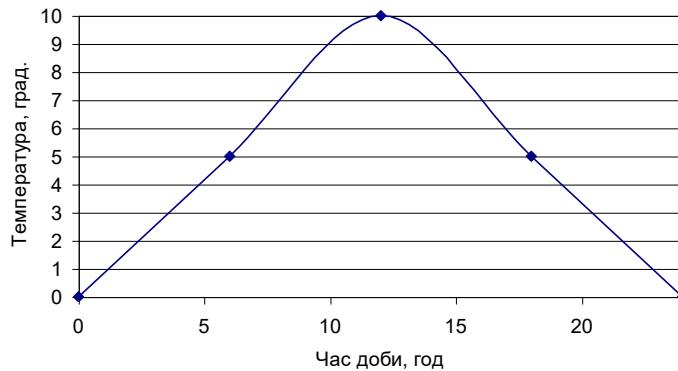
$$\left[ \frac{\pi}{12} t + \varphi \right]_{t=0} = -\frac{\pi}{2}, \quad \varphi = -\frac{\pi}{2}, \quad (11)$$

Отже, шукана функція набере вигляду:

$$Y = A \sin\left(\frac{\pi}{12}t - \frac{\pi}{2}\right) + B, \quad (12)$$

Виходячи із заданих додаткових умов ( $T(0) = 0^\circ C$ ,  $T(12) = 10^\circ C$ ,  $T(0) = T(24)$ ) можна скласти систему рівнянь:

$$\begin{cases} -A + B = 0, \\ A + B = 10 \end{cases}, \quad (13)$$



**Рис. 10.** Графік добового ходу температури повітря

Розв'язавши систему рівнянь (13) отримаємо коефіцієнти  $A$  і  $B$ :

$$A = 5, B = 5. \quad (14)$$

Підставивши ці значення у (12) отримаємо готову шукану функцію:

$$Y = 5 \sin\left(\frac{\pi}{12}t - \frac{\pi}{2}\right) + 5, \quad (15)$$

Графік цієї функції представлений на рис. 10.

*Аналіз випадкових відхилень (флуктуації процесу).*

При виділенні періодичної складової не обов'язково враховувати всі гармонійні коливання, тому що це приводить до невідповідності побудови. Крім того, при

гармонійному аналізі важливо виявити ті гармоніки, що вносять у періодичну складового процесу найбільший внесок. Ті складові, котрі не враховані при виділенні періодичного компонента (тобто гармоніки вищих порядків), а також неперіодичні “блукання” являють собою випадкові відхилення.

Саме поняття “випадковий” в нашому розумінні має відносний характер. Випадковим є все те, що не включається в закономірність, рамки якої встановлені виходячи з якихось конкретних посилань. Іноді до випадкового компонента відносять не тільки флюктуації, але і періодичну складову. Так, зокрема, відбувається, якщо нас цікавить виключно тренд як закономірний компонент, тенденція розвитку. В інших випадках можна цілком вичерпати флюктуації, описуючи процес великим числом гармонік, причому одержимо цілком закономірний, детермінований результат.

Як правило, у реальних задачах або виявляють тренд, потім описують три-чотири гармоніки періодичної складової, а все інше відносять до випадкового компоненту; або якщо тренд виявити і визначити не можна, то просто описують періодичні коливання за допомогою тригонометричних функцій. В цілому ж, врахування флюктуації корисно для оцінки ступеня наближення суми тренда і періодичної складової до повного опису процесу, що важливо для обґрунтованого судження про адекватність нашої моделі.

### Практичні завдання:

#### 1. За даними табл. 1 виділіть тренд графічним способом

**Таблиця 1.** Викиди оксидів сірки ( $SO_x$ ) тепловими електростанціями, тис. т

Варі-анти	Роки										
	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
1	53.82	47.76	43.37	36.13	33.43	26.74	20.62	18.46	13.72	12.69	11.51
2	51.01	46.81	41.65	35.72	30.58	26.69	24.31	16.62	14.40	13.18	11.16
3	55.96	49.96	44.06	35.61	30.74	25.39	21.46	16.61	14.42	12.54	10.97
4	58.99	46.04	41.97	36.02	31.46	27.94	20.25	17.40	14.62	12.48	11.70
5	58.85	49.38	44.63	38.91	34.98	28.73	21.08	17.59	13.01	12.06	10.64
6	59.58	47.51	44.40	37.35	32.03	25.33	20.76	17.40	14.52	13.75	10.74
7	50.14	47.49	43.52	39.74	31.65	28.35	21.43	15.21	13.92	12.35	11.82
8	54.07	45.54	43.37	39.65	32.33	29.17	23.96	17.42	13.09	13.56	10.93
9	58.63	46.71	42.30	35.48	33.71	29.43	24.11	19.39	13.04	13.87	11.98
10	51.39	46.96	42.22	38.44	30.66	25.97	23.99	18.46	13.07	13.17	10.46
11	52.45	48.21	43.23	39.52	30.11	25.49	20.17	16.40	13.48	13.45	11.03
12	50.45	46.04	42.86	35.18	32.76	28.79	21.11	19.47	13.41	12.35	11.56
13	50.32	47.54	43.67	37.63	33.49	28.03	21.47	15.22	13.24	12.72	11.28
14	51.64	46.48	41.50	36.05	32.64	26.42	23.63	18.50	14.54	12.52	11.06
15	52.20	46.49	41.68	38.71	31.51	29.68	21.73	18.19	14.27	13.06	11.28
16	50.17	47.01	44.37	38.68	32.35	26.66	23.29	19.69	13.04	12.81	11.85
17	52.85	48.31	41.29	37.27	30.69	26.77	24.74	18.68	13.29	12.75	11.82
18	53.43	49.83	43.95	36.40	30.89	26.82	23.23	18.17	14.61	12.36	11.70
19	55.54	49.36	43.06	35.50	33.75	27.49	22.90	16.89	14.13	13.30	11.30
20	53.57	49.79	44.90	37.78	30.13	29.69	20.06	16.98	13.02	12.11	11.97
21	53.72	45.13	42.97	37.61	32.72	27.85	22.82	17.00	13.45	12.91	11.01
22	53.56	45.67	42.32	39.33	32.38	29.46	21.07	16.43	13.47	13.39	11.16
23	59.10	47.40	43.19	39.49	30.79	27.84	21.60	16.05	14.66	12.56	10.54
24	54.66	45.62	42.40	38.71	31.89	26.28	22.14	16.89	14.91	12.64	11.15
25	54.26	47.98	41.15	37.37	31.46	28.02	22.78	17.53	14.94	12.33	11.41
26	53.04	45.65	42.85	38.74	30.96	25.68	20.55	16.83	14.80	12.40	10.24
27	59.76	48.46	40.20	36.18	34.96	29.36	21.09	15.80	13.66	12.84	10.23
28	58.07	50.00	44.28	35.94	31.59	29.94	21.62	19.17	13.78	12.29	11.86
29	59.91	45.59	40.58	37.68	34.89	25.93	20.03	18.10	14.12	12.57	10.20
30	52.56	45.27	42.77	35.16	30.75	29.48	22.99	16.92	13.61	13.94	10.50

Номер варіанту слід вибрати за номером в журналі роботи академгрупи.

В таблиці 1 наведені дані для 30 електростанцій, що працюють на кам'яному вугіллі, по обсягах викидів оксидів сірки за період спостереження 11 років. Враховуючи загальний спад промисловості і зменшення виробництва енергії в країні для даних підприємств характерна, в цілому, тенденція до зменшення викидів забруднюючих речовин. Але оскільки кожне підприємство є індивідуальним, то ступінь прояву цієї тенденції (абсолютні приrostи зменшення забруднення по роках) дляожної ТЕС будуть різними, а отже різними будуть і коефіцієнти рівняння тренду.

Методика розрахунку та побудови лінії тренду детально описана в розділі 1 теоретичних положень даної практичної роботи. Зокрема, на рис. 2. Вклейти в зошит графік із накресленою лінією тренду або побудувати його вручну.

Після побудови слід проаналізувати графік.

## **2. Побудуйте модель добового ходу температури повітря для населеного пункту за даними таблиці 2. Накресліть графік цього періодичного процесу**

Методика розрахунку та побудови лінії тренду детально описана в розділі 2 теоретичних положень даної практичної роботи. Інтервал часу для розрахунку – 3 год. Після побудови слід проаналізувати графік

**Таблиця 2. Вихідні дані для розрахунку**

Варіанти	Температура повітря, °C	
	0 годин	12 годин
1	1	9
2	14	26
3	8	18
4	6	17
5	4	15
6	15	30
7	19	28
8	2	14
9	-4	3
10	-6	0
11	8	15
12	11	24
13	14	28
14	26	32
15	4	17
16	17	29
17	8	16
18	15	30
19	14	27
20	16	27
21	12	19
22	11	25
23	10	24
24	0	12
25	6	16
26	9	20
27	-6	0
28	-4	2
29	-8	0
30	6	17

### **Контрольні питання:**

1. Поняття про динаміку геосистем.
2. Ряди динаміки та їх характеристики.
3. Складові часового ряду.
4. Поняття про тренд.
5. Способи виділення тренду.
6. Особливості графічного способу виділення тренду.
7. Поняття про періодичну складову часового ряду.
8. Гармонійний аналіз і його застосування для дослідження та моделювання часових рядів.
9. Методика побудови моделі періодичного процесу із використанням тригонометричних функцій.

### **Тема рефератів:**

- 1.Приклади застосування методів прогнозування із виділенням тренду

### **Рекомендована література:**

1. Мезенцев К.В. Регіональне прогнозування соціально-економічного розвитку. – К., 2004.
2. Мезенцев К.В. Суспільно-географічне прогнозування регіонального розвитку. – К., 2005.
3. Боровиков В.П., Ивченко Р.И. Прогнозирование в системе STATISTICA в среде Windows. Основы теории и интенсивной практики на компьютере. – М., 2000.
4. Єріна А.М. Статистичне моделювання та прогнозування. – К., 2001.
5. Ильина О.П., Маркова Н.В. Статистический анализ и прогнозирование экономической информации в электронных таблицах Excel 5.0 Microsoft. – СПб, 1998.
6. Прогнозирование в экономической географии. – Казань, 1990.
7. Трофимов А.М., Шарыгин М.Д. Экономико-географическое прогнозирование. – Пермь, 1988.
8. Математические модели глобального развития / Под ред. В.А. Егорова. – Л.: Гидрометеоиздат. – 192 с.
9. Географический прогноз: теория, методы, региональный аспект / Под ред. И.П. Герасимова. – М.: Наука, 1986. – 96 с.
10. Гончаренко А.М. Комплексное прогнозирование в системе «общество-окружающая среда». – К.: Наукова думка, 1986. – 215 с.
11. Сватков Н.М. Основы планетарного географического прогноза. – М.:Мисль, 1974. – 197 с.
12. Звонкова Т.В. Географическое прогнозирование. – М.: Мысль, 1987.–192 с.

Рис. 1. Виділення тренду графічним способом

## Аналіз



Рис. 2. Графік добового ходу температури повітря

## Аналіз

## Практична робота №9

### Методи географічного прогнозування

**Мета заняття:** сформулювати поняття про методи географічного прогнозування, їх класифікацію, особливості експертних і фактографічних методів

**Зміст заняття:**

1. Класифікація методів географічного прогнозування
2. Експертні методи прогнозування
3. Фактографічні методи прогнозування

### Теоретичні положення:

#### 1. Поняття про методи прогнозування, їх класифікація.

**Методи географічного прогнозування** — це сукупність операцій і прийомів, які на основі ретроспективних даних, екзогенних (зовнішніх) та ендогенних (внутрішніх) зв'язків об'єкта прогнозування, а також їхніх змін дають можливість передбачати майбутній його розвиток.

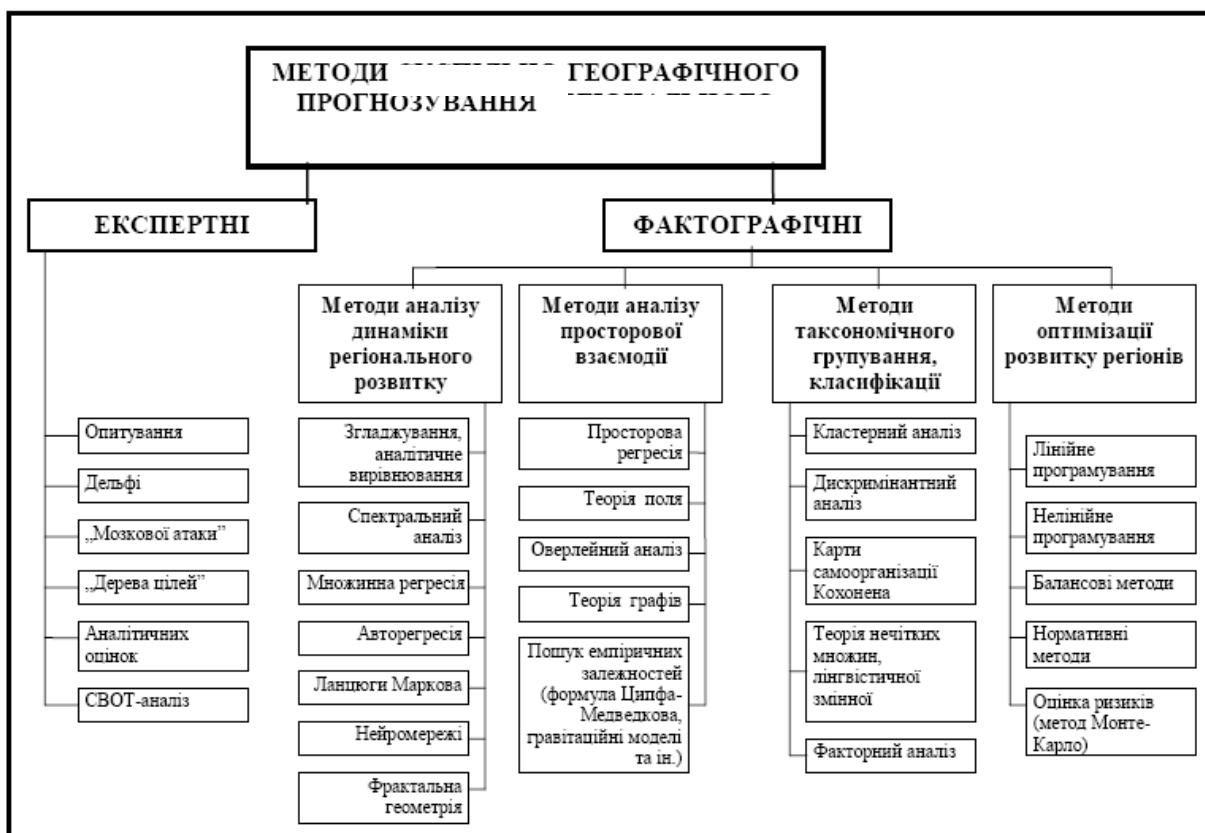


Рис. 1. – Класифікація методів географічного прогнозування

Відомий австрійський футуролог Е. Янч нараховує близько 200 методів прогнозування, і його перелік не є вичерпним. Тому необхідність систематизації методів прогнозування не викликає сумнівів. Класичними вважаються класифікації методів прогнозування С. Саркісяна (1975) та І. Бестужева-Лади (1982), які у найрізноманітніших модифікаціях зустрічаються у більшості робіт з прогнозування 1970-80-х років. Щодо географічних методів прогнозування, то тут базисними є класифікації Ю. Саушкіна та Т. Звонкової. Подібні класифікації використовуються і щодо методів економіко-, суспільно-географічного прогнозування. Найчастіше виділяються дві загальні групи – **експертні** (від лат. expertus –досвідний) та

**фактографічні** (від лат. factum – зроблене, те, що сталося).

## 2. Експертні методи прогнозування

Методи експертної оцінки (інтуїтивні, евристичні методи) базуються на раціональних доводах та інтуїції висококваліфікованих спеціалістів-експертів, обробці їх інформації про об'єкт прогнозування. При розробці прогнозів використовуються інтуїція, досвід, творчість, уява. Підходи, що використовуються для прогнозування, причинно-наслідкова структура прогнозів, невіддільні від їх розробників. Так, два різних експерти, вирішуючи ту саму проблему, використовуючи однакову вихідну інформацію, можуть дійти різних, а часом й протилежних висновків. Експертні методи прогнозування застосовуються у таких ситуаціях:

- коли відсутня достатньо репрезентативна та достовірна статистична інформація про регіональний розвиток у минулому та сучасному;
- коли необхідно здійснити середньо- чи довготермінове прогнозування просторової організації нових видів людської діяльності у регіоні;
- коли виникають умови значної невизначеності регіонального розвитку (у районі так званих точок біfurкації);
- коли існує потреба виявити перцепційні уявлення населення про регіони.

В прогнозуванні поширені індивідуальні та колективні методи експертних оцінок. *I.*

**Індивідуальні експертні методи** базуються на незалежних судженнях окремих експертів. Головний їх недолік – це обмеженість знань одного спеціаліста-експерта. Серед конкретних методів – *методи опитування та аналітичних оцінок*, засновані на самостійній роботі експерта. При цьому однією з головних вимог до експерта є така, щоб рівень його знань відповідав рівню проблеми, що вирішується.

**II. Колективні експертні методи** базуються на колективній думці експертів про перспективи розвитку об'єкту прогнозування. Головний їх недолік – це вплив авторитетів, роль більшості. Серед конкретних методів – *методи Дельфі*, “мозкової атаки” (генерації ідей), “дерева” цілей. Останнім часом для цілей прогнозування широко використовується СВОТ-аналіз. В якості експертів використовуються як експертні комісії та ради органів влади,

наукові колективи вузів, інститутів, окрім взяті особистості, так і окремі групи населення, обрані за певними критеріями (споживачі певних видів продукції, послуг; виборці; працівники певних спеціальностей, студенти тощо).

Розглянемо деякі з цих методів детальніше. Анкетний метод передбачає опитування експертів за допомогою спеціально складеного переліку питань щодо майбутнього розвитку об'єкта прогнозування (анкети).

Аналітичний метод – здійснюється на основі логічного аналізу ситуації, що склалася, і передбачає підготовку аналітичних доповідних записок.

Метод написання сценарію – базується на визначені логіки розвитку процесу чи явища, виходячи із конкретної ситуації ( побудова алгоритму вирішення проблеми).

Прогнозування цілі розвитку об'єкта ( побудова “дерева цілей”). Використовується для аналізу та прогнозування систем, об'єктів, процесів, у яких можна виділити кілька структурних чи ієрархічних рівнів (А, Б, В і т.д.). Базується на послідовному виділенні дрібніших компонентів системи на нижчих рівнях.

Метод "комісій" — обговорення актуальної проблеми групою спеціалістів і складання прогнозу за результатами обговорення.

Матричний метод передбачає опитування експертів, спеціальну обробку отриманої інформації і складання експертної матриці-таблиці, у якій по горизонталі зазначені напрямки дослідження (запитання для експертів), по вертикалі – експерти. На перетині рядків і стовпчиків відображені міркування спеціаліста з конкретного питання.

“Мозкова атака” – активний, творчий процес обговорення конкретної актуальної проблеми групою висококваліфікованих спеціалістів і оперативне вироблення продуктивних рішень. Етапи прогнозування за допомогою методу "мозкова атака":

- формування груп учасників: 10-15 чоловік висококваліфікованих, ерудованих спеціалістів;

- складання проблемної записки для учасників: опис методу, за яким проводиться "мозкова атака" (принципи, умови, гарантії авторства генераторам ідей);
- опис проблемної ситуації (аналіз причин, можливих наслідків, шляхів вирішення проблем, формулювання проблемної ситуації у вигляді головного питання з ієрархією підпитань);
- генерація ідей – обговорення проблемної ситуації за певними правилами: точні й лаконічні висловлювання (максимум три речення), не дозволяються скептичні й критичні зауваження, а також використання так званих домашніх заготовок;
- систематизація висловлених ідей;
- деструкція – критична оцінка кожної висловленої ідеї з позиції її ефективності, доцільності, практичної реалізації та висування контрідей;
- складання прогнозу у вигляді списку ідей відносно майбутнього розвитку об'єкта, які можна і потрібно реалізувати.

Метод "Дельфи" — систематичний збір інформації про об'єкт прогнозування шляхом опитування експертів та узагальнення даних.

**Особливості методу "Дельфи":**

- анонімність експертів (учасники експертної оцінки не знайомі один з одним);
- використання результатів попереднього туру опитування (із анкет вибирається необхідна інформація);
- статистичний характер групової відповіді (відображення точки зору більшості).

SWOT-аналіз – це аналіз зовнішнього та внутрішнього середовища організації.

Аналізу підлягають сильні сторони (Strength), слабкі сторони (Weakness) внутрішнього середовища, а також можливості (Opportunities) і загрози (Threats) зовнішнього середовища організації. Методологія SWOT-аналізу передбачає спочатку виявлення сильних і слабких сторін, можливостей і загроз, після цього встановлення зв'язків між ними, які в подальшому можуть бути використані для формулювання стратегії організації. В основі даної методології аналізу покладена теорія М. Портера про конкурентоспроможність організації у власній галузі.

Підсумовуючи відмітимо, що основними недоліками експертних методів є суб'єктивізм експертів та відсутність надійного фактографічного матеріалу.

### 3. Фактографічні методи прогнозування

**Фактографічні методи** географічного прогнозування використовуються у таких випадках:

- коли наявна достатня кількість достовірної та репрезентативної інформації про регіональний розвиток у минулому та сучасному;
- коли здійснюється прогноз просторової організації традиційних видів людської діяльності у регіоні;
- коли умови розвитку регіону є стійкими (у межах окремих стадій).

Більшість фактографічних методів передбачає здійснення процедури формалізації.

#### I. Методи аналізу та прогнозування динаміки регіонального розвитку:

**Методи згладжування** – визначення усередненої траєкторії розвитку показників регіонального розвитку у минулому та її продовження на майбутнє. Найпоширенішими різновидами даного методу є згладжування за допомогою ковзної середньої (за деякою сукупністю оточуючих точок, що переміщується вздовж динамічного ряду) та експоненційне (з використанням поліномів, коефіцієнти яких повільно змінюються у часі).

**Аналітичне вирівнювання** – підбір математичної функції, яка найкращим чином відбиває тенденцію динаміки показників регіонального розвитку в часі, та розрахунок на її основі прогнозних значень.

**Спектральний аналіз** (аналіз Фур'є, гармонійний аналіз) – виявлення циклічних коливань у динаміці показників регіонального розвитку шляхом їх вираження через ряд синусоїдальних та косинусоїдальних функцій різних частот.

*Методи множинної регресії* – пошук стійких залежностей між різними показниками регіонального розвитку в часі у минулому з метою їх екстраполяції на майбутнє. Для прогнозування використовуються як лінійні, так і нелінійні регресійні рівняння.

*Методи авторегресії* (методи Бокса-Дженкінса, ARIMA, Auto-Regressive Integrated Moving Average) – виявлення залежності значень певного показника, що характеризує розвиток регіону, від його попередніх значень.

*Методи ланцюгів Маркова* – прогнозування дискретних у часі процесів регіонального розвитку, для яких характерна залежність ймовірності перебування у певному стані від попередніх станів. Для прогнозування використовуються ланцюги Маркова як першого порядку (коли кожний конкретний стан процесу залежить лише від попереднього), так і вищих порядків (коли нинішній стан залежить від двох і більше попередніх).

*Нейромережеві методи* – прогнозування одних показників залежно від значень інших, а також значень окремих показників у майбутньому залежно від їх попередніх значень (подібні до методів множинної регресії та авторегресії), що ґрунтуються на принципах аналогії з дією нейронів у людському організмі. Специфікою нейромережевих методів є використання як входних даних прикладів, що виступають сновою для „навчання” нейромережі.

*Методи фрактальної геометрії* – побудова складних ламаних траєкторій динаміки певних показників регіонального розвитку за допомогою фрактального генератора (простої постійної ламаної), форма якого визначається за ретроспективними даними. Такі методи не дають точних кількісних прогнозів, але дозволяють оцінити ймовірність якісної зміни у динаміці процесу (перехід від зростання до спадання і навпаки). Тобто вони виступають лише індикаторами можливого „перелому” тренду, переходу від однієї хвилі (стадії) розвитку регіону до іншої, наближення точки біфуркації.

## **ІІ. Методи аналізу та прогнозування просторової взаємодії:**

*Методи просторової регресії* – виявлення трендів у зміні певних показників розвитку регіонів по території, обчислення відхилень від них (залишків просторової регресії, що свідчать про аномалії, територіальні диспропорції) та побудова відповідних трендових та залишкових поверхонь. Використовуються для прогнозування просторової організації тих видів людської діяльності, що мають континуальний просторовий вираз (наприклад, процеси землекористування, сільськогосподарського виробництва тощо).

*Методи теорії поля* – обрахунок потенціалів поля певного виду людської діяльності на основі показників, що враховують силу впливу ядер концентрації та відстані до них, та побудова серії різночасових карт статистичних поверхонь, що дозволяють виявляти тенденції у розвитку відповідних процесів у регіонах та екстраполювати їх на майбутнє.

Використовуються для прогнозування просторової організації тих видів людської діяльності, що мають дискретний просторовий вираз (наприклад, розселення населення, промислове виробництво тощо).

*Методи пошуку емпіричних залежностей* – виявлення стійких у часі просторових закономірностей, що піддаються формалізації. Наприклад, *формула Ципфа–Медведкова* („ранг–розмір”), яка дозволяє за прогнозною величиною найбільшого поселення визначати прогнозну чисельність решти. *Гравітаційні методи* – емпіричний пошук аналогії суспільно-просторових процесів у математичних моделях фізики (зокрема, аналогія із формулою тяжіння Ньютона).

*Оверлейний аналіз* – накладання двох і більше різночасових картографічних шарів, що дозволяє виявляти тенденції у зміні сфер впливу ядер концентрації людської діяльності, буферні зони, можливості формування нових просторово локалізованих утворень.

*Методи теорії графів* – аналіз на основі побудови графів територіальної структури регіону, що має лінійно-узловий характер, що дозволяє визначати стадії, рівні розвитку суспільно-географічних мереж, а за її зміною у часі – територіальні зрушенння. Граф – це множина точок (вершин графу) та зв’язків між ними (ребер графу).

## **ІІІ. Методи таксономічного групування, класифікації:**

*Кластерний аналіз* – групування територіальних одиниць за подібністю показників їх розвитку Використовуються як агломеративні (послідовне об’єднання подібних за обрамами

показниками регіонів у кластери), так і дивізивні (поетапний поділ сукупності регіонів на наперед задану кількість кластерів) методи кластеризації.

*Дискримінантний аналіз* – ідентифікація регіону з певним типом розвитку сгрупованих регіонів на основі обрахунку функції класифікації за базовими показниками та групуючою змінною.

*Карти самоорганізації Кохонена* (Self Organizing Maps – SOM, різновид нейромереж) – багатовимірна кластеризація регіонів за подібністю показників, які характеризують їх розвиток, шляхом упорядкування певної структури нейронів у двовимірну мережу з шестикутними комірками.

*Методи теорії нечітких множин* (Fuzzy sets theory) – дозволяють на основі нечіткого логічного висновку отримувати чіткі значення вихідної змінної, що є основою для групування регіонів. Наприклад, на основі сукупності показників, що відображають нечіткий рівень прояву різних соціальних негараздів /вихідні змінні/) чітко визначається тип соціальної безпеки регіонів /вихідна змінна/.

*Факторний аналіз* – групування за подібністю впливу факторів регіонального розвитку, що характеризуються множиною показників, які мають між собою певний зв'язок.

#### **IV. Методи оптимізації розвитку регіонів:**

*Методи математичного (лінійного) програмування* – визначення оптимальної структури виробництва шляхом обрахунку найкращого за обсягом реалізації або прибутку плану виробництва товарів при обмежених ресурсах або виробничих потужностях (виробнича задача), а також вибір оптимального плану перевезень, що забезпечує мінімум транспортних витрат при виконанні заданих обсягів поставок споживачам у різних пунктах, при різних можливих маршрутах, з різних пунктів, у яких запаси або виробничі потужності обмежені (транспортна задача). *Теорія ігор* – теорія математичних моделей прийняття рішень в умовах конфлікту або невизначеності, коли розв'язок задач залежить від рівня можливо допустимого ризику, або базується на отриманні максимально гарантованої вигоди.

*Балансові методи* – оптимізація господарської діяльності шляхом узгодження потреб з ресурсами розвитку регіонів на перспективу. Баланси виражаються у вигляді системи рівнянь, в основі яких лежать коефіцієнти прямих затрат. У цілому при всій науково-практичній значимості переоцінювати методи лінійного програмування та балансові методи не варто, оскільки вони практично не враховують суб'єктивних факторів регіонального розвитку.

*Нормативні методи* – обґрунтування оптимальних параметрів показників розвитку регіонів шляхом співставлення реальних показників із нормами та нормативами. Норма – це максимально допустима величина, норматив – це певне співвідношення базових показників (складова норми). У прогностичній діяльності користуються загальноекономічними, ресурсними, фінансовими, соціальними, екологічними нормативами. Наприклад, при відомих соціальних нормативах легко визначити необхідні обсяги будівництва об'єктів соціальної інфраструктури (з урахуванням прогнозів чисельності населення, осіб певних вікових груп).

*Методи імітаційного моделювання Монте-Карло* (MCS – Monte-Carlo Simulation) – обрахунок імовірнісного розподілу ключових параметрів проекту (стратегії регіонального розвитку), що наперед не визначені. Для кожного проекту задаються припустимі межі зміни цих параметрів, їх імовірнісні характеристики та взаємні кореляційні зв'язки. У цілому методи Монте-Карло дозволяють прогнозувати імовірності вартості проектів, часу їх виконання, критичних шляхів розвитку тощо.

#### **Практичні завдання:**

1. Уважно розглянути та вивчити схему класифікації методів географічного прогнозування (рис. 1)
2. Коротко законспектувати особливості експертних і фактографічних методів
3. Зробити письмовий висновок про найбільш характерні риси найпоширеніших методів прогнозування і пріоритетні галузі їх застосування.

### **Контрольні запитання:**

1. Класифікація методів географічного прогнозування
2. Як поділяються експертні методи?
3. Як поділяються фактографічні методи?
4. Особливості і сфери застосування методу опитування
5. Особливості і сфери застосування методу Дельфі
6. Особливості і сфери застосування методу «Мозкової атаки»
7. Особливості і сфери застосування СВОТ-аналізу
8. Особливості і сфери застосування методу нейромереж
9. Особливості і сфери застосування методу просторової регресії
10. Особливості і сфери застосування методу оверлейного аналізу
11. Особливості і сфери застосування методу теорії графів
12. Особливості і сфери застосування методу кластерного аналізу
13. Особливості і сфери застосування методу факторного аналізу
14. Особливості і сфери застосування балансових методів
15. Особливості і сфери застосування методу оцінки ризиків

### **Теми рефератів**

1. Історія створення і використання методу Дельфі
2. Історія створення і використання СВОТ-аналізу

### **Рекомендована література:**

1. Мезенцев К.В. Регіональне прогнозування соціально-економічного розвитку. – К., 2004.
2. Мезенцев К.В. Суспільно-географічне прогнозування регіонального розвитку. – К., 2005.
3. Боровиков В.П., Івченко Р.І. Прогнозирование в системе STATISTICA в среде Windows. Основы теории и интенсивной практики на компьютере. – М., 2000.
4. Єріна А.М. Статистичне моделювання та прогнозування. – К., 2001.
5. Ильина О.П., Маркова Н.В. Статистический анализ и прогнозирование экономической информации в электронных таблицах Excel 5.0 Microsoft. – СПб, 1998.
6. Прогнозирование в экономической географии. – Казань, 1990.
7. Трофимов А.М., Шарыгин М.Д. Экономико-географическое прогнозирование. – Пермь, 1988.
8. Математические модели глобального развития / Под ред. В.А. Егорова. – Л.: Гидрометеоиздат. – 192 с.
9. Географический прогноз: теория, методы, региональный аспект / Под ред. И.П. Герасимова. – М.: Наука, 1986. – 96 с.
10. Гончаренко А.М. Комплексное прогнозирование в системе «общество-окружающая среда». – К.: Наукова думка, 1986. – 215 с.
11. Сватков Н.М. Основы планетарного географического прогноза. – М.:Мисль, 1974. – 197 с.
12. Звонкова Т.В. Географическое прогнозирование. – М.: Мысль, 1987.–192 с.

## Завдання 2

### **Завдання 3**

## Практична робота №10

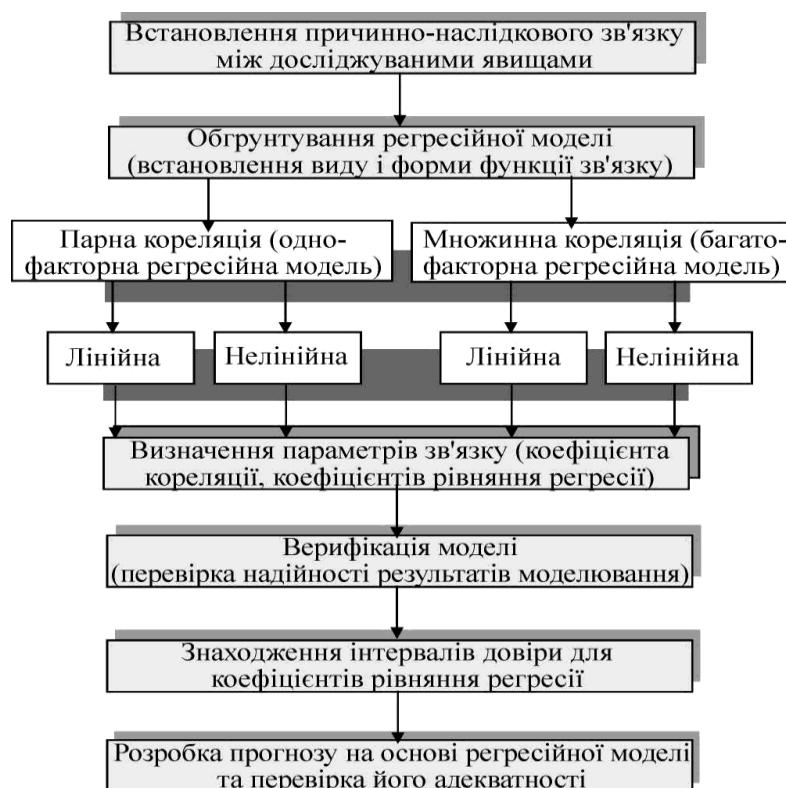
### Побудова прогнозної однофакторної регресійної моделі методом найменших квадратів

**Мета заняття:** навчитись будувати однофакторну регресійну модель методом МНК та аналізувати її

#### Теоретичні положення:

**Регресійна модель дослідження взаємозв'язку між екологічними процесами.** Для дослідження взаємозв'язку двох екологічних процесів або явищ найчастіше застосовується математична модель у вигляді рівняння регресії. Така модель називається *регресійною* або *кореляційно-регресійною*. Процес її побудови в загальному складається з двох етапів (рис. 1):

- встановлення на основі великої кількості спостережень того, як змінюється в середньому функція Y в залежності від зміни одного або декількох її головних аргументів (іншими словами – визначення форми зв'язку й знаходження рівняння зв'язку двох змінних величин);
- визначення ступеня взаємозв'язку двох досліджуваних явищ (якщо ці явища взаємопоєднані) або ступеню впливу головних досліджуваних факторів на досліджуваний вплив (якщо ці зв'язки носять причинно-наслідковий характер).



**Рис. 1.** Алгоритм реалізації моделі кореляційно-регресійного зв'язку

**Однофакторна лінійна регресійна модель.** Зупинимось детальніше на першому етапі дослідження взаємозв'язку двох змінних величин – *установленні рівняння взаємозв'язку в лінійному вигляді*. Як відомо, із попередніх розділів, загальний вигляд лінійного зв'язку:

$$\bar{y} = ax + b, \quad (1)$$

де  $\bar{y}$  – середнє із можливих значень  $Y$  при даному  $x$ . Функція, що виражає зв'язок між значенням аргументу  $y$  умовним середнім арифметичним досліджуваної залежності змінної, називається **рівнянням лінії регресії**. До даного рівняння, поряд із змінними, входять і коефіцієнти –  $a$  і  $b$ . Зміст цих коефіцієнтів детально розглядався в розділі, присвяченому використанню елементарних функцій в моделюванні й прогнозуванні стану довкілля. Так, зокрема, коефіцієнт,  $a$  називається ще **кутовим коефіцієнтом** і характеризує нахил прямої лінії (графіка функції) до осі абсцис. Математичний зміст цього коефіцієнта полягає у тому, що він характеризує нахил лінії графіка функції до осі абсцис і дорівнює:  $k = \tan a$ . Коефіцієнт  $b$  називають **вільним членом рівняння**. Він показує довжину відрізка, який відсікає лінія графіку від початку координат. Якщо рівняння функції не містить коефіцієнта  $b$ , то її графік пройде через початок координат.

Для знаходження параметрів парної регресії застосовують **метод найменших квадратів** (МНК). Суть методу полягає в тому, що сума квадратів відхилень  $x_i$  від їх середньої  $\bar{x}$  є величиною мінімальною:

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \min \quad (2)$$

За цим методом розрахований теоретичний розподіл має максимально точно відповідати емпіричному, тобто точки лінії регресії, розраховані теоретичним шляхом, повинні бути отримані таким чином, щоб сума їх відхилень від емпіричних (дослідним шляхом добутих) значень була мінімальною:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i))^2 = \min \quad (3)$$

Знайдемо параметри  $a$  і  $b$  для (1) за допомогою методу найменших квадратів. Позначимо різницю фактичних і розрахованих значень  $S$ :

$$S = y_i - \bar{y}(x_i) = y_i - ax_i - b \quad (4)$$

Тоді:

$$S^2 = (y_i - \bar{y}(x_i))^2 = (y_i - ax_i - b)^2 \rightarrow \min \quad (5)$$

Для знаходження мінімуму функції  $S^2$  від параметрів  $a$  і  $b$  слід визначити частинні похідні по  $a$  і  $b$ . Вони відповідно дорівнюють:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial S}{\partial a} = -2(\sum xy - a\sum x^2 - b\sum x) \\ \frac{\partial S}{\partial b} = -2(\sum y - a\sum x - bn) \end{array} \right\} \quad (6)$$

Як відомо, функція досягає мінімуму якщо її перша похідна дорівнює 0. Прирівнявши частинні похідні (6) до нуля, отримаємо систему двох лінійних рівнянь із двома невідомими ( $a$  і  $b$ ). Цю систему іноді ще називають  **нормальнюю системою рівнянь** або **системою Гаусса**:

$$\left\{ \begin{array}{l} a\sum x^2 + b\sum x = \sum xy \\ a\sum x + bn = \sum y \end{array} \right. \quad (7)$$

Розв'язавши цю систему, отримаємо:

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} \\ b = \frac{\sum y - a\sum x}{n} = y - ax \end{array} \right. \quad (8)$$

Коефіцієнти лінійної регресії розраховуються за ретроспективний період спостережень для вибіркової сукупності. Тому для доведення репрезентативності вибірки слід виконати оцінку значимості коефіцієнтів регресії, тобто довести, що лінійний зв'язок у вибірковій сукупності свідчить про такий само ж зв'язок у генеральній сукупності. Значимість коефіцієнта лінійної регресії перевіряють за допомогою  $t$ -критерію Стьюдента. За таблицею  $t$ -розподілу Стьюдента (табл. 2) знаходять величину  $t_{\frac{\alpha}{2}}$  з  $k = n - 2$  ступенями

свободи і рівнем значимості  $\alpha$ .

Розрахункове значення критерію знаходять за формулою:

$$t_{\text{позр.}} = |a| \cdot \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{\sum (y - \bar{y})^2} \cdot (n - 2)} \quad (9)$$

Якщо  $t_{\text{позр.}} > t_{\text{крит.}}$ , то коефіцієнт регресії вважається значимим, тобто характер зв'язку у вибірковій сукупності відповідає генеральній.

Але випадки лінійної регресії зустрічаються в моделюванні й прогнозуванні стану довкілля доволі рідко. Частіше лінійна регресія використовується для лінійної апроксимації існуючих екологічних закономірностей і взаємозалежностей.

#### **Практичні завдання:**

**За даними таблиці 1 спрогнозувати зміну родючості ґрунту в 2020 р., оцінити адекватність прогнозу, побудувати графік динамічного ряду родючості ґрунту (з врахуванням прогнозних значень) та проаналізувати результати прогнозу**

В таблиці 1 представлені коефіцієнти родючості ґрунту окремих сільськогосподарських угідь Волинської області. Визначені вони як відношення середньої урожайності за комплексом сільськогосподарських культур на даній ділянці до урожайності тих же культур на контрольній ділянці, де урожайність прийнята за 1 (100%).

**Таблиця 1.** Вихідні дані для розрахунку

Роки	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1910	0.872	0.684	0.721	0.637	0.506	0.723	0.546	0.781	0.846	0.953
1920	0.615	0.568	0.790	0.582	0.725	0.528	0.684	0.915	0.675	0.628
1930	0.579	0.854	0.873	0.599	0.873	0.709	0.530	0.922	0.889	0.681
1940	0.535	0.566	0.851	0.765	0.782	0.515	0.699	0.587	0.580	0.950
1950	0.870	0.919	0.664	0.869	0.631	0.878	0.837	0.617	0.781	0.587
1960	0.545	0.548	0.835	0.633	0.778	0.610	0.945	0.912	0.937	0.812
1970	0.963	0.865	0.967	0.588	0.862	0.865	0.688	0.577	0.526	0.519
1980	0.898	0.545	0.527	0.939	0.688	0.715	0.979	0.689	0.699	0.572
1990	0.692	0.801	0.870	0.999	0.675	0.861	0.704	0.606	0.934	0.604
2000	0.855	0.506	0.644	0.613	0.593	0.660	0.857	0.860	0.945	0.516
2010	0.865	0.856	0.689	0.564	0.789	0.536	0.801	0.756	0.748	0.985

Розрахунок проводиться наступним чином: на першому етапі підбираються коефіцієнти а і b методом МНК за рівнянням (8). На наступному етапі проводиться перерахунок значення у в 2020 р., підставивши замість значення x – 2020. Далі будується графік динамічного ряду, де по осі абсцис відкладаються роки (з 1910 р. до 2020 р.), а по осі ординат – відповідні їх значення родючості ґрунтів.

При аналізі моделі та результатів прогнозу звернути увагу на:

- загальні закономірності ряду динаміки;
- зв'язок прогнозованих процесів з економічною ситуацією в країні рівнем та технологією сільськогосподарського виробництва, антропогенним впливом на ґрунти;
- адекватність моделі та прогнозу, показники, які доводять цю адекватність;
- реальну суть, причини та тенденції розвитку прогнозованого процесу;
- конкретні прогнозні значення, їх довірчі межі та стандартні похибки, чим вони зумовлені;
- сценарії майбутнього розвитку прогнозованого процесу, виходячи з результатів прогнозування.

### **Контрольні питання:**

1. Що таке регресійна модель дослідження взаємозв'язку між екологічними процесами?
2. Основні етапи її побудови
3. Алгоритм реалізації моделі кореляційно-регресійного зв'язку
4. Зміст та значення коефіцієнтів рівняння регресії
5. Суть методу найменших квадратів (МНК)
6. Особливості однофакторної лінійної моделі
7. Особливості однофакторної нелінійної моделі
8. Особливості багатофакторних моделей
9. Метод виключень, покроковий регресійний аналіз і метод усіх можливих регресій при побудові багатофакторної регресії
10. Статистична оцінка параметрів регресійної моделі

### **Теми рефератів**

1. Приклади застосування регресійних моделей в географії та геоекології.

### **Рекомендована література:**

1. Мезенцев К.В. Регіональне прогнозування соціально-економічного розвитку. – К., 2004.
2. Мезенцев К.В. Суспільно-географічне прогнозування регіонального розвитку. – К., 2005.
3. Боровиков В.П., Ивченко Р.И. Прогнозирование в системе STATISTICA в среде Windows. Основы теории и интенсивной практики на компьютере. – М., 2000.
4. Єріна А.М. Статистичне моделювання та прогнозування. – К., 2001.
5. Ильина О.П., Маркова Н.В. Статистический анализ и прогнозирование экономической информации в электронных таблицах Excel 5.0 Microsoft. – СПб, 1998.
6. Прогнозирование в экономической географии. – Казань, 1990.
7. Трофимов А.М., Шарыгин М.Д. Экономико-географическое прогнозирование. – Пермь, 1988.
8. Математические модели глобального развития / Под ред. В.А. Егорова. – Л.: Гидрометеоиздат. – 192 с.
9. Географический прогноз: теория, методы, региональный аспект / Под ред. И.П. Герасимова. – М.: Наука, 1986. – 96 с.
10. Гончаренко А.М. Комплексное прогнозирование в системе «общество-окружающая среда». – К.: Наукова думка, 1986. – 215 с.
11. Сватков Н.М. Основы планетарного географического прогноза. – М.:Мисль, 1974. – 197 с.
12. Звонкова Т.В. Географическое прогнозирование. – М.: Мысль, 1987.–192 с.

Таблиця 2. Критичні точки розподілу t-Стьюдента

Число ступенів вільності, $k (df)$	Рівень значущості $\alpha$ (двообічна критична область)					
	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
1	6,31	12,70	31,82	63,70	318,30	637,0
2	2,92	4,30	6,97	9,92	22,33	31,60
3	2,35	3,18	4,54	5,84	10,22	12,90
4	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	5,89	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,40
8	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,03	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,96
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,51	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,49	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,74
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,72
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,44	3,71
27	1,71	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,17	3,37
$\infty$	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29
	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001	0,0005
	Рівень значущості $\alpha$ (однообічна критична область)					

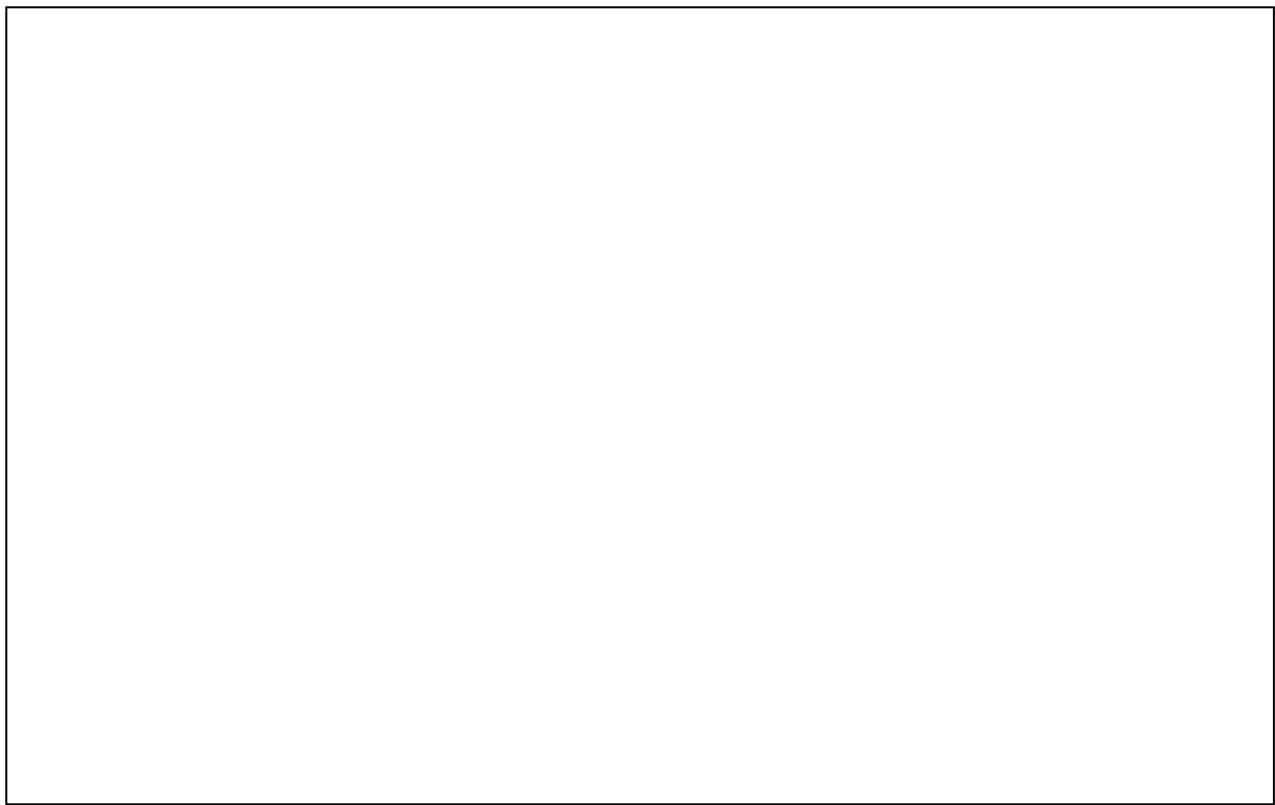


Рис. 1. Графік динамічного ряду родючості ґрунту

## Аналіз

Навчальне видання

**Фесюк Василь Олександрович**

**Географічне моделювання і прогнозування**

Методичні вказівки до виконання практичних робіт

Друкується в авторській редакції